

[(1)2010 早稲田大 (2)オリジナル問題]

解説

(1) 2つの接点を $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ とする。

点 A , B における接線の方程式は、それぞれ

$$x_1x + y_1y = 10, \quad x_2x + y_2y = 10$$

点 $(2, 3)$ を通るから、それぞれ

$$2x_1 + 3y_1 = 10, \quad 2x_2 + 3y_2 = 10$$

を満たし、これは2点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ が直線 $2x + 3y = 10$ 上にあることを示している。

(2) 2つの接点を $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ とする。

点 A , B における接線の方程式は、それぞれ

$$y = 2x_1(x - x_1) + x_1^2, \quad y = 2x_2(x - x_2) + x_2^2$$

よって

$$y = 2x_1x - x_1^2, \quad y = 2x_2x - x_2^2$$

$y_1 = x_1^2$, $y_2 = x_2^2$ であるから

$$y = 2x_1x - y_1, \quad y = 2x_2x - y_2$$

点 (a, b) を通るから、それぞれ

$$b = 2x_1a - y_1, \quad b = 2x_2a - y_2$$

よって

$$y_1 = 2ax_1 - b, \quad y_2 = 2ax_2 - b$$

を満たし、これは2点 A , B が直線 $y = 2ax - b$ 上にあることを示している。