

国私立中高一貫校対象
集団 & 個別指導ハイブリッド型塾

STUDY
COLLABO
スタディ・コラボ



2024年度後期
高3理系数学総合S
第2講
【演習問題】

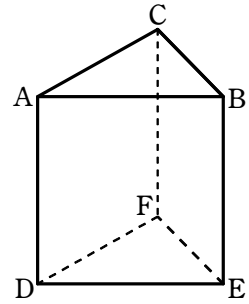
1

右図の三角柱 $ABC-DEF$ において、 A を始点として、辺に沿って頂点を n 回移動する。すなわち、この移動経路

$$P_0 \rightarrow P_1 \rightarrow P_2 \rightarrow \cdots \rightarrow P_{n-1} \rightarrow P_n$$

(ただし $P_0 = A$)

において、 $P_0P_1, P_1P_2, \cdots, P_{n-1}P_n$ はすべて辺であるとする。また、同じ頂点を何度通ってもよいものとする。このような移動経路で、終点 P_n が A, B, C のいずれかとなるものの総数 a_n を求めよ。



2

e を自然対数の底とし、 n を自然数とする。

(1) $0 \leq t \leq 1$ に対して、不等式 $e^{-t} \leq 1 + \left(\frac{1}{e} - 1\right)t$ が成り立つことを示せ。

(2) 曲線 $y = \frac{(\log x)^n}{x}$ ($x \geq 1$) と x 軸および直線 $x = e$ で囲まれた部分を x 軸の周りに

1 回転させてできる立体の体積を $V(n)$ とするとき、不等式

$$V(n) \leq \frac{\pi}{2n+2} \left(\frac{1}{e} + \frac{1}{2n+1} \right)$$

が成り立つことを示せ。

(3) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} nV(n)$ を求めよ。

