

国私立中高一貫校対象
集団 & 個別指導ハイブリッド型塾

STUDY
COLLABO
スタディ・コラボ



2024年度 春期講習会

高3理系数学総合S

第4講

【演習問題】

1

三角形 OAB が, $|\overrightarrow{OA}|=3$, $|\overrightarrow{AB}|=5$, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}=10$ をみたしているとする。
三角形 OAB の内接円の中心を I とし, この内接円と辺 OA の接点を H とする。

- (1) 辺 OB の長さを求めよ。
- (2) \overrightarrow{OI} を \overrightarrow{OA} と \overrightarrow{OB} を用いて表せ。
- (3) \overrightarrow{HI} を \overrightarrow{OA} と \overrightarrow{OB} を用いて表せ。

2

関数 $f(x)=\sqrt{x}+\frac{2}{\sqrt{x}}$ ($x>0$) に対して, $y=f(x)$ のグラフを C とする。

- (1) $f(x)$ の極値を求めよ。
- (2) x 軸上の点 $P(t, 0)$ から C にちょうど 2 本の接線を引くことができるとする。
そのような実数 t の値の範囲を求めよ。
- (3) (2)において, C の 2 つの接点の x 座標を α, β ($\alpha<\beta$) とする。 α, β がともに整数であるような組 (α, β) をすべて求めよ。

3

$f(x)$ を連続関数とするとき, 次の各問いに答えよ。

- (1) 次の等式を示せ。

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin 2x) \sin x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin 2x) \cos x dx$$

- (2) 次の等式を示せ。

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin 2x) (\sin x + \cos x) dx = \int_{-1}^1 f(1-t^2) dt$$

- (3) 次の定積分の値を求めよ。

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1 + \sqrt{\sin 2x}} dx$$

