

国私立中高一貫校対象
集団 & 個別指導ハイブリッド型塾

STUDY
COLLABO
スタディ・コラボ



2024年度 春期講習会

高3理系数学総合S

第3講

【演習問題】

1

- (1) 自然数 a, b が $a < b$ をみたすとき、 $\frac{b!}{a!} \geq b$ が成り立つことを示せ。
- (2) $2 \cdot a! = b!$ をみたす自然数の組 (a, b) をすべて求めよ。
- (3) $a! + b! = 2 \cdot c!$ をみたす自然数の組 (a, b, c) をすべて求めよ。

2

関数 $f(x) = x \log(x+2) + 1$ ($x > -2$) を考える。

$y = f(x)$ で表される曲線を C とする。 C の接線のうち傾きが正で原点を通るものを l とする。

- (1) 直線 l の方程式を求めよ。
- (2) 曲線 C は下に凸であることを証明せよ。
- (3) C と l および y 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

3

xy 平面上の曲線 $y = \frac{1}{2}x^2$ に、点 $(a, \frac{1}{2}a^2)$ ($a > 0$) で接する円のうち、 y 軸の正の部分にも接するものを S_a とおく。 a が正の実数を動くときの S_a の中心の軌跡を C 、とくに S_1 の中心を P とする。

- (1) 点 P の座標を求めよ。
- (2) 点 P における曲線 C の接線の傾きを求めよ。

