［2004 大阪市立大］
解説

(1)　$\angle \mathrm{BAO}=\theta$ とすると，$\tan\theta=t$ となり

$\tan\angle\mathrm{BAC}=\tan 2\theta=\dfrac{2t}{1-t^2}$ により，直線 AC の方程式は

$$y=-\frac{2t}{1-t^2}(x-1)-t$$

よって　$y=-\dfrac{2t}{1-t^2}x+\dfrac{t+t^3}{1-t^2}$

(2)　$\mathrm{BD}=\tan 3\theta$ だから，点 D の y 座標は

$$\tan 3\theta-t=\tan(\theta+2\theta)-t=\frac{t+\dfrac{2t}{1-t^2}}{1-t\dfrac{2t}{1-t^2}}-t=\frac{2(t+t^3)}{1-3t^2}$$

また，$3\angle\mathrm{BDE}=\angle\mathrm{BDA}$ より

$$3\left(\frac{\pi}{2}-\angle\mathrm{BED}\right)=\frac{\pi}{2}-3\theta$$

$$\therefore\quad \angle\mathrm{BED}=\theta+\frac{\pi}{3}$$

よって，$\tan\angle\mathrm{BED}=\dfrac{\sqrt{3}+t}{1-\sqrt{3}\,t}$ となるから，直線 DE の方程式は

$$y=-\frac{\sqrt{3}+t}{1-\sqrt{3}\,t}x+\frac{2(t+t^3)}{1-3t^2}$$

(3)　2 直線の方程式から，x_1，y_1 は

$$\begin{cases}(1-t^2)\dfrac{y_1}{x_1}=-2t+(t+t^3)\dfrac{1}{x_1}\\[2ex](1-3t^2)\dfrac{y_1}{x_1}=-(\sqrt{3}+t)(1+\sqrt{3}\,t)+2(t+t^3)\dfrac{1}{x_1}\end{cases}$$

を満たすから，$\dfrac{1}{x_1}$ を消去して

$$(1+t^2)\frac{y_1}{x_1}=\sqrt{3}+\sqrt{3}\,t^2$$

よって　$\dfrac{y_1}{x_1}=\sqrt{3}$