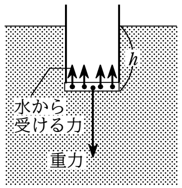
1 液体の圧力

解答　6.0×10^{-2} m

指針　板には，下向きに重力と円筒が押す力，上向きに水圧による力がはたらき，これらがつりあっている。板がはずれるのは，重力と水圧による力の大きさが等しくなり，円筒が押す力が 0 になる瞬間である。

解説　板がはずれるとき，板にはたらく重力 (下向き) と水圧による力 (上向き) がつりあっている。



板の質量を　$m=0.45$ kg，断面積を $S=7.5\times10^{-3}$ m^2，水の密度を　$\rho=1.0\times10^3$ kg/m^3，重力加速度の大きさを g [m/s^2] とする。

板が水から受ける力 F は，「$p=\dfrac{F}{S}$」および水圧の式「$p=\rho hg$」より　$F=pS=\rho hgS$

板にはたらく力のつりあいより　$\rho hgS-mg=0$

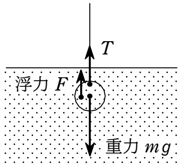
よって　$h=\dfrac{m}{\rho S}=\dfrac{0.45}{(1.0\times10^3)\times(7.5\times10^{-3})}=0.060=6.0\times\dfrac{1}{100}=\mathbf{6.0\times10^{-2}}$ **m**

2 浮力

解答　$\left(1-\dfrac{\rho_0}{\rho}\right)mg$ [N]

指針　鉄球が液面下に沈んでいるとき，重力，糸が引く力，浮力の 3 力がつりあう。

解説　鉄球が受ける浮力の大きさは，鉄球が排除した液体の重さに等しい。よって浮力 F [N] は，鉄球の体積を V [m^3] とおくと　$F=\rho_0 Vg$



ここで，鉄球の体積は $V=\dfrac{m}{\rho}$ より

$F=\rho_0\cdot\dfrac{m}{\rho}\cdot g=\dfrac{\rho_0}{\rho}mg$

鉄球にはたらく力のつりあいの式より　$T+F-mg=0$

よって　$T=mg-F=mg-\dfrac{\rho_0}{\rho}mg=\left(\mathbf{1-\dfrac{\rho_0}{\rho}}\right)\boldsymbol{mg}$ [N]

3 浮力

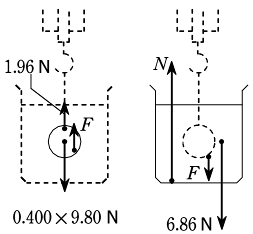
解答　(1)　1.96 N　(2)　ガラス球から水にはたらいている　(3)　8.82 N

指針　水中にあるガラス球には，下向きに重力，上向きに浮力とばねはかりからの弾性力がはたらき，これらがつりあっている。

解説　(1)　ガラス球は，下向きに重力，上向きに浮力とばねからの弾性力[1]←を受けているので，力のつりあいより

$1.96+F-(0.400\times9.80)=0$

よって　$F=3.92-1.96=$ **1.96 N**



(2)　浮力は周囲の水からガラス球にはたらくので，その反作用は，**ガラス球から水にはたらいている。**

(3)　水の入ったビーカーは，下向きに浮力の反作用と重力，上向きに台はかりからの垂直抗力 N[2]← を受けているので，力のつりあいより

$N-F-6.86=0$　　よって　$N=F+6.86=1.96+6.86=8.82$ N

垂直抗力 N の反作用が，台はかりに加わる力[2]←である。よって　**8.82 N**

←[1]　ばねはかりが示す重さは，外力がばねを引く力の大きさを表している。その反作用がばねからの弾性力である。

←[2]　台はかりの針が示す重さは，ビーカーが台はかりを下に押している力の大きさを表している。その反作用が垂直抗力 N である。

4 運動方程式

解答　8.0 N

指針　等加速度直線運動の式「$v=v_0+at$」，および運動方程式「$ma=F$」を用いる。

解説　加速度の大きさを a [m/s^2] とすると，「$v=v_0+at$」より

$12=0+a\times3.0$　よって　$a=4.0$ m/s^2

「$ma=F$」より

$2.0\times4.0=F$　よって　$F=$ **8.0 N**

5 運動方程式

解答　$\dfrac{3}{2}$ 倍

指針　v-t 図の傾き (＝1 秒当たりの速度の変化) は，加速度 a の値と一致する。台車 A と台車 B を引いた力 F が同じであるから，$ma=F$ より，$m=\dfrac{F}{a}$ となって，質量は加速度に反比例する。グラフの目盛りを仮に，横軸 1 目盛りが 1 秒，縦軸 1 目盛りが 1 m/s として，台車 B の加速度が台車 A の何倍になっているかを見れば，質量が何倍になっているかが求められる。

解説　グラフの時間軸の 1 目盛りを 1 秒，速度軸の 1 目盛りを 1 m/s と仮定する。台車 A，B の加速度をそれぞれ a_1，a_2 [m/s^2] とすると，v-t 図の傾きより

$a_1=\dfrac{3}{8}$ m/s^2，　$a_2=\dfrac{2}{8}$ m/s^2　　$\dfrac{a_2}{a_1}=\dfrac{2}{8}\times\dfrac{8}{3}=\dfrac{2}{3}$

よって，a_2 は a_1 の $\dfrac{2}{3}$ 倍である。質量はその逆の比になるから，台車 B の質量は台車 A の質量の $\mathbf{\dfrac{3}{2}}$ **倍**である[1]←。

←[1]　台車 A，B それぞれについて運動方程式

$m_1\times\dfrac{3}{8}=F$

$m_2\times\dfrac{2}{8}=F$

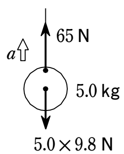
を立て，$m_2=\dfrac{3}{2}m_1$ と求めてもよい。

6 運動方程式

解答　3.2 m/s^2，鉛直上向き

指針　物体には，糸が引く力 (65 N) と重力がはたらく。合力を求め，運動方程式「$ma=F$」に代入する。

解説　物体にはたらく重力は，鉛直下向きに



$mg=5.0\times9.8=49$ N

鉛直上向きを正とすると

「$ma=F$」より　$5.0a=65-49$[1]←

よって　$a=$ **3.2 m/s^2**　　向きは**鉛直上向き**

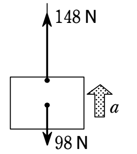
←[1]　注　「$ma=F$」を $5.0a=65$ とする間違いがある。重力 mg が常にはたらいていることを忘れないこと。

7 運動方程式

解答　(1)　鉛直上向きに 5.0 m/s^2　　(2)　78 N　　(3)　98 N

指針　物体にはたらく力は，重力 98 N と糸が物体を引く力 T の 2 力である。正の向きを定めて，運動方程式を立てる。

解説　(1)　鉛直上向きを正の向きとすると，「$ma=F$」より

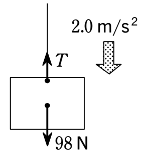


$10\times a=148-98$

よって　$a=$ **5.0 m/s^2**

向きは**鉛直上向き**

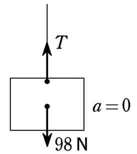
(2)　鉛直下向きを正の向きとすると，「$ma=F$」より



$10\times2.0=98-T$

よって　$T=$ **78 N**

(3)　速度が一定の場合，物体にはたらく力はつりあっている。



$T-98=0$

よって　$T=$ **98 N**

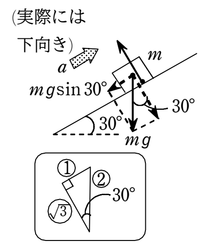
別解　速度が一定であることから，運動方程式 $ma=T-98$ を立ててから，加速度 $a=0$ として，$T=$ **98 N** と求めてもよい。

8 斜面上の運動

解答　(1)　9.8 m/s　　(2)　9.8 m

指針　斜面に垂直な方向では力がつりあっている。一方，斜面に平行な方向では重力の分力によって加速度が生じる。

解説　(1)　物体にはたらく力は右図となる。物体の質量を m，加速度を a とし，初速度の向きを正の向きとすると，運動方程式は



$ma=-mg\sin30°$

$a=-\dfrac{1}{2}g=-\dfrac{1}{2}\times9.8=-4.9$ m/s^2

「$x=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2$」において，点 A にもどったとき，$x=0$ となるから

$0=v_0\times4.0+\dfrac{1}{2}\times(-4.9)\times4.0^2$　　よって　$v_0=$ **9.8 m/s**

(2)　「$v^2-{v_0}^2=2ax$」において，点 P では，$v=0$，$x=d$ より

$0^2-{v_0}^2=2ad$　　$-9.8^2=2\times(-4.9)d$　　よって　$d=$ **9.8 m**

9 斜面上の運動

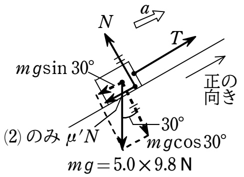
解答　(1)　(a)　斜面方向上向きに 3.1 m/s^2　　(b)　15 N

(2)　(a)　49 N　　(b)　2.2 m/s^2

指針　物体には斜面にそって上向きに糸の張力 T，下向きに重力の斜面方向の成分 $mg\sin30°$ (および (2) では動摩擦力 $F'=\mu' N$) がはたらき，この合力で加速度を生じる。一方，斜面に垂直な方向には垂直抗力 N と重力の斜面と垂直な成分がは

たらき，これらがつりあっている。各場合について，斜面にそって上向きを正として，斜面方向の合力を求めて運動方程式を立てる。

解説　(1)　(a)　物体にはたらく力は図のようになる。



重力の斜面方向の成分は $mg\sin 30°$[1]← になるので，斜面の上向きを正とすると，運動方程式「$ma=F$」は

$ma=T-mg\sin 30°$

すなわち

$$5.0\times a=40-5.0\times 9.8\times\frac{1}{2}$$
$$=5.0\times(8.0-4.9)$$

よって　$a=$ **3.1 m/s²**　　正の値なので[2]← **斜面方向上向き**

(b)　(a) と同様に

$ma=T-mg\sin 30°$

の式に $a=-1.9$ m/s² を代入して[2]←

$$5.0\times(-1.9)=T-5.0\times 9.8\times\frac{1}{2}$$

$T=5.0\times(4.9-1.9)=$ **15 N**

(2)　(a)　斜面に垂直な方向の力はつりあっているので，つりあいの式は

$N-mg\cos 30°=0$　　$N=mg\cos 30°$

よって動摩擦力は　$\mu' N=\mu' mg\cos 30°$[3]←

斜面にそって上向きに動いているときの動摩擦力は斜面にそって下向きである。速度が一定ということは，張力と重力の斜面に平行な成分と動摩擦力がつりあっているということなので

$T'-mg\sin 30°-\mu' mg\cos 30°=0$

$$T'-5.0\times 9.8\times\frac{1}{2}-\frac{1}{\sqrt{3}}\times 5.0\times 9.8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=0$$

よって　$T'=$ **49 N**

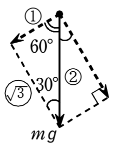
(b)　張力の大きさが (a) の 49 N より大きいので，上向きに加速する。運動方程式は

$ma'=T-mg\sin 30°-\mu' mg\cos 30°$

$$5.0\times a'=60-5.0\times 9.8\times\frac{1}{2}-\frac{1}{\sqrt{3}}\times 5.0\times 9.8\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

よって　$a'=$ **2.2 m/s²**

←[1]



←[2]　斜面の上向きを正としたので，答えが正で出れば上向きであり，下向き 1.9 m/s² ならば $a=-1.9$ m/s² となる。

←[3]　注　動摩擦力は $\mu' mg$ ではないことに注意する。

10 あらい水平面上の運動

解答　(1)　$2\mu mg$ [N]　　(2)　$3\mu g$ [m/s²]　　(3)　$-\mu g$ [m/s²]

指針　鉛直方向，水平方向について，運動方程式 (またはつりあいの式) を立てる。摩擦力は，動きだす瞬間は最大摩擦力，動いているときは動摩擦力となる。

解説　(1)　物体にはたらく力は図 a のようになる。鉛直方向，水平方向についての力のつりあいより

鉛直方向　$N-mg=0$　……①

水平方向　$T-F_0=0$　……②

すべりだす瞬間，F_0 は最大摩擦力になるので

$F_0=2\mu N$　……③

①～③ 式より　$T=F_0=$ **$2\mu mg$ [N]**

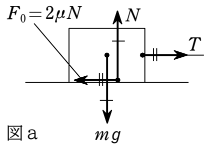


図 a

(2)　物体にはたらく力は図 b のようになる。鉛直方向について力のつりあいより

$N-mg=0$　　よって　$N=mg$

動摩擦力「$\mu' N$」は μmg となる。

水平方向について，運動方程式を立てると

$ma_1=4\mu mg-\mu mg$

よって

$a_1=$ **$3\mu g$ [m/s²]**

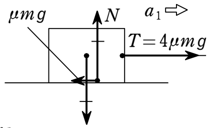


図 b

(3)　張力が 0 になるので，物体にはたらく力は図 c のようになる。水平方向について，運動方程式を立てると　$ma_2=-\mu mg$

よって　$a_2=$ **$-\mu g$ [m/s²]**

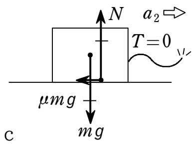


図 c

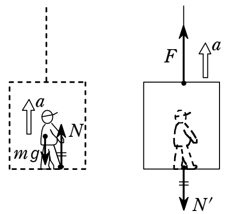
11 運動方程式

解答　加速：6.9×10^2 N，等速：4.9×10^2 N，減速：4.4×10^2 N

指針　人にはたらく力は重力 mg [N] と床が及ぼす垂直抗力 N [N] の 2 力で，この 2 力の合力で加速される。人の加速度はエレベーターの加速度と同じで，v-t 図の傾き (＝加速度) から求められる。人について運動方程式を立てれば，N の値を求めることができる。人が床に及ぼす力は垂直抗力 N の反作用 N' で，大きさは等しく逆向きである。

解説　$t=0$ ～ 2.0 s 間，2.0 ～ 8.0 s 間，8.0 ～ 16.0 s 間の人 (エレベーター) の加速度をそれぞれ a_1，a_2，a_3 [m/s²]，床が人に及ぼす垂直抗力の大きさをそれぞれ N_1，N_2，N_3 [N] とする。人が床に及ぼす力は垂直抗力の反作用で，その大きさを N_1'，N_2'，N_3' [N] とする。

鉛直方向上向きを正の向きとして，人について運動方程式を立てる。



人にはたらく力　　エレベーターにはたらく力

各区間に共通に

$ma=N-mg$　　よって　$N=m(g+a)$ [N]　……①

$t=0$ ～ 2.0 s 間　$a_1=\dfrac{8.0-0}{2.0-0}=4.0$ m/s²

よって，① 式より　$N_1'=N_1=50\times(9.8+4.0)=690=$ **6.9×10^2 N**[1]←

$t=2.0$ ～ 8.0 s 間　$a_2=0$ m/s²

① 式より　$N_2'=N_2=50\times(9.8+0)=490=$ **4.9×10^2 N**[1]←

$t=8.0$ ～ 16.0 s 間　$a_3=\dfrac{0-8.0}{16.0-8.0}=-1.0$ m/s²

① 式より　$N_3'=N_3=50\times(9.8-1.0)=440=$ **4.4×10^2 N**[1]←

←[1]　エレベーター内で体重計にのった場合は，質量 1 kg の物体の重さが $mg=1\times g=g=9.8$ N であるから，体重計の針のさす目盛りはそれぞれ次のようになる。

$$N_1'：\frac{50\times(9.8+4.0)}{9.8}≒70\ \text{kg}$$

$$N_2'：\frac{50\times(9.8+0)}{9.8}=50\ \text{kg}$$

$$N_3'：\frac{50\times(9.8-1.0)}{9.8}≒45\ \text{kg}$$

等速の場合 (N_2') の値は，静止の場合と同じである。

12 ２物体の運動

解答　(1)　3.6 N　　(2)　9.6 N

指針　(1)　B は力 f によって加速度 1.5 m/s² で運動する。

(2)　A は力 F と B に押し返される力 f の合力によって加速度 1.5 m/s² で運動する。

解説　(1)　B の運動方程式は「$ma=F$」より

$2.4\times 1.5=f$　　$f=$ **3.6 N**

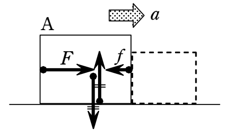
(2)　A の運動方程式は　$4.0\times 1.5=F-f$

$F=4.0\times 1.5+3.6=$ **9.6 N**

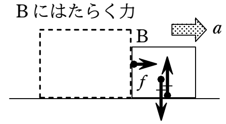
注　(1) と (2) の式を加えると，$6.4\times 1.5=F$

これは全体ひとまとめの運動方程式で，F は求められるが，力 f は求められない。

A にはたらく力



B にはたらく力

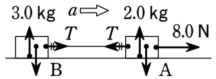


13 ２物体の運動

解答　(1)　1.6 m/s²　　(2)　4.8 N

指針　A には右向きに 8.0 N の外力と左向きに糸の張力 T がはたらき，この合力 (2 力の差) で右へ加速度 a で運動する。一方，B には右向きに張力 T がはたらき，この力で右へ A と同じ加速度 a で運動する。鉛直方向の力は A も B もともにつりあって合力 0 である。また，AB 間の糸の張力の大きさは，糸の右端と左端で等しい。それぞれの物体ごとに運動方程式を立てて連立し，a と T を求める。

解説　(1)，(2)　A および B にはたらく力はそれぞれ図のようになる。鉛直方向の重力と垂直抗力はつりあって合力 0 になるので[1]←，それぞれについて右向きを正として運動方程式「$ma=F$」を立てると



A：　$2.0\times a=8.0-T$　……①

B：　$3.0\times a=T$　……②

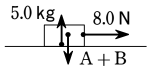
この 2 式を連立して a，T を求める。

① 式＋② 式 より　$5.0\times a=8.0$　　$a=$ **1.6 m/s²** [2]←

a の値を ② 式に代入して　$T=3.0\times 1.6=$ **4.8 N**

←[1]　A，B とも鉛直方向には運動しないので，力はつりあっている。したがって，鉛直方向の合力は 0。

←[2]　別解　A，Bを一体として考えると「$ma=F$」より



$5.0\times a=8.0$　　$a=\mathbf{1.6\ m/s^2}$

T は，A または B の運動方程式を立てて求める。

14 ２物体の運動

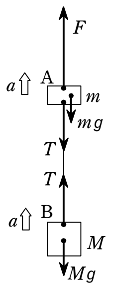
解答　(1)　(a)　$ma=F-T-mg$　(b)　$Ma=T-Mg$

(2)　$\dfrac{F}{m+M}-g$　(3)　$\dfrac{M}{m+M}F$

(4)　$F<2(m+M)g$

指針　A には鉛直上向きに外力 F，鉛直下向きに重力 mg と張力 T がはたらき，この合力で上向きに加速度 a で運動する。一方，B には鉛直上向きに張力 T，鉛直下向きに重力 Mg がはたらき，この合力で上向きに同じ加速度 a で運動する。

解説　(1)　(a)　物体 A には，力 F，T および重力 mg がはたらく。



鉛直上向きを正として運動方程式を立てると

$\boldsymbol{ma=F-T-mg}$　……①

(b)　物体 B には，力 T と重力 Mg がはたらく。同様に運動方程式を立てると

$\boldsymbol{Ma=T-Mg}$　……②

(2)　①式＋②式より　$(m+M)a=F-(m+M)g$

よって　$a=\boldsymbol{\dfrac{F}{m+M}-g}$　……③

(3)　③式を②式に代入して

$M\left(\dfrac{F}{m+M}-g\right)=T-Mg$

よって　$T=\boldsymbol{\dfrac{M}{m+M}F}$　……④

(4)　糸が切れないためには　$T<2Mg$

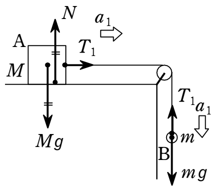
これと④式より　$\dfrac{M}{m+M}F<2Mg$　　よって　$\boldsymbol{F<2(m+M)g}$

15 ２物体の運動

解答　(1)　(a)　8.4 N　(b)　1.5 kg　　(2)　(a)　9.6 N　(b)　2.1 N　(c)　0.14

指針　おもり B には重力と糸の張力がはたらき，その合力によって B は下向きに加速され，物体 A は糸の張力（(2) では動摩擦力もはたらき，張力との合力）によって右向きに加速される。(1)，(2) のどちらの場合も，物体 A，おもり B について別々に運動方程式を立てる。

解説　(1)　(a)　B の質量を m〔kg〕，A，B の加速度の大きさを a_1〔m/s^2〕とする。



B の加速度は重力 mg と張力 T_1 の合力によって生じているので，運動方程式は

$ma_1=mg-T_1$

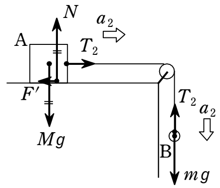
よって　$T_1=m(g-a_1)$

$=2.0\times(9.8-5.6)=\mathbf{8.4\ N}$

(b)　A の加速度は張力 T_1 によって生じているので，A について運動方程式を立てると　$Ma_1=T_1$

よって　$M=\dfrac{T_1}{a_1}=\dfrac{8.4}{5.6}=\mathbf{1.5\ kg}$

(2)　(a)　(1) と同様に，B の運動方程式は



$ma_2=mg-T_2$

よって　$T_2=m(g-a_2)$

$=2.0\times(9.8-5.0)=\mathbf{9.6\ N}$

(b)　A の加速度は，張力 T_2 と動摩擦力 F' の合力によって生じているので，A の運動方程式は

$Ma_2=T_2-F'$

よって　$F'=T_2-Ma_2=9.6-1.5\times5.0=\mathbf{2.1\ N}$

(c)　水平面が A に及ぼしている垂直抗力の大きさを N〔N〕とする。鉛直方向の力のつりあいより

$N-Mg=0$　　$N=Mg$

「$F'=\mu'N$」の式より　$\mu'=\dfrac{F'}{N}=\dfrac{F'}{Mg}=\dfrac{2.1}{1.5\times9.8}=0.142\cdots\fallingdotseq\mathbf{0.14}$

16 ２物体の運動

解答　(1)　20 N　(2)　0.50 m/s^2　(3)　V：0.15 m/s　v：0.30 m/s

指針　子どもが力 F で大人を押すと，作用反作用の法則より子どもも力 F で押し返される。大人，子どもそれぞれについて運動方程式を立てて未知の量を求める。力がはたらいている間，それぞれについて等加速度直線運動の式が成りたつので，押したあとの速さが求められる。

解説　(1)　力 F を受けた大人について運動方程式「$ma=F$」を立てると

$80\times0.25=F$　よって　$F=\mathbf{20\ N}$

(2)　子どもは (1) の力の反作用（大きさは (1) と同じく 20 N）を受けるので，子どもについて運動方程式「$ma=F$」を立てると

$40\times a=20$　　$a=\mathbf{0.50\ m/s^2}$[1]←

(3)　大人について等加速度直線運動の式「$v=v_0+at$」を用いて，0.60 秒後の速さを求めると

$V=0+0.25\times0.60=\mathbf{0.15\ m/s}$

同様に子どもについて同じ式を立てると

$v=0+0.50\times0.60=\mathbf{0.30\ m/s}$

←[1]　注　大人が子どもを押す力は，子どもが大人を押す力より大きいのではない。作用反作用の法則から，２力の大きさは等しい。子どもが大人よりも大きな加速度で運動するのは，子どもの質量が大人よりも小さいためである。

17 あらい斜面上のつりあいと運動

解答　(1)　$m(\sin\theta-\mu\cos\theta)$　(2)　$m(\sin\theta+\mu\cos\theta)$

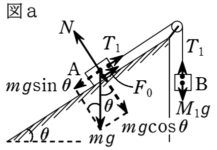
(3)　$\dfrac{M_3-m(\sin\theta+\mu'\cos\theta)}{m+M_3}g$

指針　(1)，(2)　A がすべりだす直前では，A にはたらく摩擦力は最大摩擦力となる。最大摩擦力のはたらく向きは，A がすべりだそうとする向きと逆になることに注意。

(3)　A は斜面上向きに加速されるので，A については斜面上向きを正の向き，C については鉛直下向きを正の向きとして，それぞれ運動方程式を立てる。

解説　(1)　$\tan\theta>\mu$[1]← であるから，A だけを斜面に置くとすべり下りてしまう。

図 a



A はすべり下りる直前の状態で，重力 mg，糸の張力 T_1，垂直抗力 N，最大摩擦力 F_0（斜面にそって上向き）がつりあっている（図 a）。

斜面に平行な方向の力のつりあいより

$mg\sin\theta-T_1-F_0=0$　……①

斜面に垂直な方向の力のつりあいより

$N-mg\cos\theta=0$　……②

①式より　$T_1=mg\sin\theta-F_0$

最大摩擦力の式「$F_0=\mu N$」の関係を代入すると

$T_1=mg\sin\theta-\mu N$

②式より　$N=mg\cos\theta$ であるから

$T_1=mg\sin\theta-\mu mg\cos\theta=mg(\sin\theta-\mu\cos\theta)$　……③

一方，B についての力のつりあいより

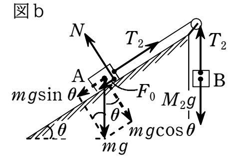
$T_1-M_1g=0$　　$T_1=M_1g$　……④

③，④式より　$M_1g=mg(\sin\theta-\mu\cos\theta)$

よって　$M_1=\boldsymbol{m(\sin\theta-\mu\cos\theta)}$

(2)　A はすべり上がる直前の状態でつりあっている。このとき，摩擦力は斜面にそって下向きである。

図 b



糸の張力を T_2 とする（図 b）。

斜面方向の力のつりあいより

$T_2-mg\sin\theta-F_0=0$　……⑤

②，⑤式と　$F_0=\mu N$ より

$T_2=mg(\sin\theta+\mu\cos\theta)$　……⑥

一方，B についての力のつりあいより

$T_2-M_2g=0$　　$T_2=M_2g$　……⑦

⑥，⑦式より　$M_2=\boldsymbol{m(\sin\theta+\mu\cos\theta)}$

(3)　この場合の糸の張力を T_3 とする。動摩擦力は②式を用いて $\mu'N=\mu'mg\cos\theta$ である。それぞれの力の向きは図 b の場合と同じになる。

A についての斜面方向の運動方程式は

$ma=T_3-mg\sin\theta-\mu'mg\cos\theta$　……⑧

C についての運動方程式は

$M_3a=M_3g-T_3$　……⑨

⑧式＋⑨式より

$a=\boldsymbol{\dfrac{M_3-m(\sin\theta+\mu'\cos\theta)}{m+M_3}g}$

←[1]　$\tan\theta>\mu$ について

A だけを斜面上に置き，傾きの角 θ を増していったとき，A がすべりだす直前の角度を θ_0（摩擦角という）とすると　$\mu=\tan\theta_0$

の関係がある。この場合は

$\tan\theta>\mu$　　であるから

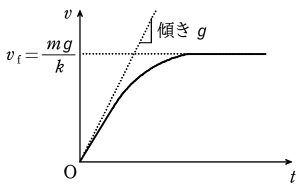
$\tan\theta>\tan\theta_0$

つまり，$\theta>\theta_0$ であり，B をつけずに A だけをこの斜面上に置くと，A はひとりでにすべり落ちてしまう。

18 空気の抵抗を受ける運動

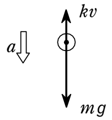
解答　(1)　$g-\dfrac{kv}{m}$〔m/s²〕　(2)　$\dfrac{mg}{k}$〔m/s〕

(3)



指針　小球が落下をはじめるときには，小球には鉛直下向きの重力だけがはたらく。しかし，しだいに下向きの速さが増加するにつれ，鉛直上向き(進行方向と逆向き)に空気の抵抗力 kv〔N〕がはたらき増加していく。このため，下向きの合力はしだいに小さくなり，加速度も小さくなる。やがて空気の抵抗力が重力と等しくなると，合力が0になるので加速度も0になり，速度が一定になる。

解説　(1)　小球にはたらく力は，下向きに重力 mg〔N〕，上向きに空気の抵抗力 kv〔N〕の２力なので，下向きを正とすると，「$ma=F$」より

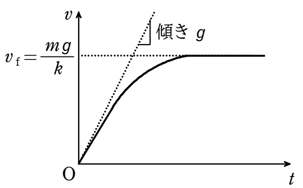


$ma=mg-kv$　　$a=g-\dfrac{kv}{m}$〔m/s²〕

(2)　終端速度 v_{f} のときには加速度 a が 0[1]← なので
(1)の結果に代入すると

$0=g-\dfrac{kv_{\mathrm{f}}}{m}$　　$v_{\mathrm{f}}=\dfrac{mg}{k}$〔m/s〕[2]←

(3)　v-t 図の傾きは加速度の値と一致するので[3]←，$t=0$ s では，速さ 0 m/s で傾き g〔m/s²〕[4]←。その後しだいに速さを増すとともに傾きが減少し，十分に時間が経過すると速さは v_{f}〔m/s〕となり，傾きは0になる。したがってグラフは**右図**のようになる。



←[1]　加速度の定義 $a=\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ より，速さ一定($\Delta v=0$)のとき $a=0$ となる。

←[2]　別解　力がつりあうと速さは一定になるから
$mg-kv_{\mathrm{f}}=0$
よって　$v_{\mathrm{f}}=\dfrac{mg}{k}$〔m/s〕

←[3]　$a=\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ は，1秒当たりの速度変化，すなわち，v-t 図の傾きを表す。

←[4]　$v=0$ のときは空気抵抗がはたらかず，自由落下と同じである。

19 ２物体の運動

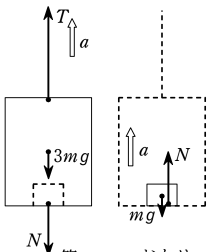
解答　(1)　a：鉛直上向きに $\dfrac{1}{4}g$〔m/s²〕　N：鉛直下向きに $\dfrac{5}{4}mg$〔N〕

(2)　a：鉛直下向きに $\dfrac{1}{4}g$〔m/s²〕　N：鉛直下向きに $\dfrac{3}{4}mg$〔N〕

(3)　a：鉛直下向きに g〔m/s²〕　N：0 N

指針　箱には上向きに張力 T，下向きに箱の分の重力 $3mg$ およびおもりが箱を押す力 N がはたらき，これらの合力によって箱に加速度 a が生じる。一方，おもりには上向きに箱から受ける垂直抗力 N（おもりが箱を押す力の反作用），下向きにおもりの分の重力 mg がはたらき，これらの合力によっておもりに(箱と同じ)加速度 a が生じる。

解説　箱およびおもりにはたらく力はそれぞれ図のようになる。鉛直上向きを正として，それぞれについて運動方程式「$ma=F$」を立てると



箱　　　おもり

箱　：$3ma=T-3mg-N$　　……①
おもり：$ma=N-mg$　　……②
①式+②式より

$4ma=T-4mg$　　$a=\dfrac{T}{4m}-g$[1]←　……③

③式を②式に代入すると

$m\times\left(\dfrac{T}{4m}-g\right)=N-mg$　　$N=\dfrac{1}{4}T$　……④

(1)　$T=5mg$ を③式，④式に代入して

$a=\dfrac{5mg}{4m}-g=\dfrac{1}{4}g$〔m/s²〕**で鉛直上向き**

$N=\dfrac{1}{4}\times5mg=\dfrac{5}{4}mg$〔N〕**で鉛直下向き**[2]←

(2)　$T=3mg$ を③式，④式に代入して

$a=\dfrac{3mg}{4m}-g=-\dfrac{1}{4}g$　　$\dfrac{1}{4}g$〔m/s²〕**で鉛直下向き**

$N=\dfrac{1}{4}\times3mg=\dfrac{3}{4}mg$〔N〕**で鉛直下向き**[2]←

(3)　糸を切ると $T=0$ N となるので，③式，④式に代入して

$a=\dfrac{0}{4m}-g=-g$　　g〔m/s²〕**で鉛直下向き**[3]←

$N=\dfrac{1}{4}\times0=$ **0 N**[3]←

←[1]　別解　ここでは箱，おもりのそれぞれにはたらく力がわかるように，個々について運動方程式を立てたが，加速度 a を求めるには，箱とおもりをまとめて1体として(質量 $4m$)運動方程式を立てると
$4ma=T-4mg$
これから③式が得られる。N についてはおもりだけについて②式を立てて求める。

←[2]　おもりが箱を押す力であるから，鉛直下向きである。

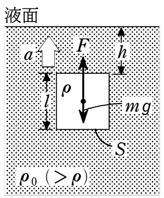
←[3]　このとき箱もおもりもともに自由落下する($a=-g$)ことになり，$N=0$ であることから，おもりは箱の床と離れ，箱の中で浮いた状態になる。

20 浮力を受ける運動

解答　(1)　$\rho_0 lSg$　　(2)　$\sqrt{\dfrac{2\rho h}{(\rho_0-\rho)g}}$　　(3)　$\sqrt{\dfrac{2(\rho_0-\rho)gh}{\rho}}$

指針　(1)　浮力の大きさは，物体が排除している液体の重さに等しい(アルキメデスの原理)。
(2)，(3)　液体の抵抗を無視するので，物体にはたらく力は重力と浮力の２力である。物体はこの２力の合力によって加速され，等加速度直線運動をする。

解説　(1)　この物体の体積を V，質量を m，排除している液体の質量を m' とする。



$V=lS$，$m=\rho V=\rho lS$
$m'=\rho_0 V=\rho_0 lS$
浮力の大きさ F は，物体が排除している液体の重さに等しいので(アルキメデスの原理)
$F=m'g=\boldsymbol{\rho_0 lSg}$

(2)　液体の抵抗を無視するので，物体にはたらく力は，
重力 mg（下向き）と浮力 F（上向き）の２力で，この２力の合力で物体は加速される。
$mg=\rho lSg$，$F=\rho_0 lSg$
$\rho_0>\rho$　より　$F>mg$
したがって，物体は上向きに加速される。この加速度を a とすると
運動方程式　$ma=F-mg$　より

$a=\dfrac{F}{m}-g=\dfrac{\rho_0 lSg}{\rho lS}-g=\dfrac{(\rho_0-\rho)g}{\rho}$[1]←

物体は初速度0，加速度 a の等加速度直線運動をするので

$h=\dfrac{1}{2}at^2$　より　$t=\sqrt{\dfrac{2h}{a}}=\sqrt{\dfrac{\boldsymbol{2\rho h}}{\boldsymbol{(\rho_0-\rho)g}}}$

(3)　$v^2-0^2=2ah$　より　$v=\sqrt{2ah}=\sqrt{\dfrac{\boldsymbol{2(\rho_0-\rho)gh}}{\boldsymbol{\rho}}}$

←[1]　参考　$\rho>\rho_0$ の場合の物体の運動は，次のようになる(鉛直下向きを正の向きとする)。
(a)　抵抗を無視した場合

$ma=mg-F$　より　$a=g-\dfrac{F}{m}=\dfrac{(\rho-\rho_0)g}{\rho}$

この加速度 a で降下する。
(b)　速さ v に比例した抵抗力 kv（k は定数）を受ける場合
$ma=mg-F-kv$

$a=g-\dfrac{F}{m}-\dfrac{kv}{m}$

加速度 a は v が増すと減少し，$a=0$ となると，以後は等速度で降下する。このときの速度 v_{f} は，$a=0$ より　$v_{\mathrm{f}}=\dfrac{mg-F}{k}=\dfrac{(\rho-\rho_0)lSg}{k}$

21 あらい水平面上の運動

解答　(1)　$\dfrac{1-2\cos\theta}{2\sin\theta}$　　(2)　60°

指針　いずれの場合にも，物体にはたらく力は重力，糸の張力，垂直抗力，動摩擦力の４力である。これらのうち，鉛直方向の力は物体が浮き上がらないかぎりつりあっている。また物体が一定の速度で運動しているので，水平方向の合力も0であり，つりあっている。$\mu'>0$ より θ の下限が求められる。

解説　(1)　水平に引いた場合，物体にはたらく力は図aのようになり，速度が一定なので，鉛直方向，水平方向とも力がつりあっている[1]←。垂直抗力を N とすると，それぞれの方向のつりあいの式は

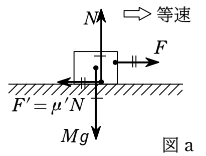


図 a

鉛直方向：$N-Mg=0$　　よって　$N=Mg$
水平方向：$F-\mu'N=0$[2]←
この２式より N を消去すると

$F=\mu' Mg$ ……①

次に斜め上方に θ の角度で引いた場合，物体にはたらく力は図 b のようになり，速度が一定なので，やはり鉛直方向，水平方向とも力がつりあっている。垂直抗力を N' とすると，それぞれの方向のつりあいの式は

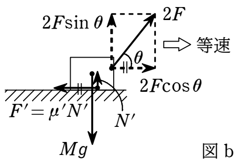


図 b

鉛直方向：$N'+2F\sin\theta-Mg=0$

よって　$N'=Mg-2F\sin\theta$

水平方向：$2F\cos\theta-\mu' N'=0$

この 2 式より N' を消去すると

$2F\cos\theta=\mu'(Mg-2F\sin\theta)$

F について整理すると

$2F(\cos\theta+\mu'\sin\theta)=\mu' Mg$ ……②

① 式を ② 式に代入して F を消去すると

$2\times\mu' Mg(\cos\theta+\mu'\sin\theta)=\mu' Mg$

$2\cos\theta+2\mu'\sin\theta=1$　　よって　$\mu'=\boldsymbol{\dfrac{1-2\cos\theta}{2\sin\theta}}$

(2)　θ が小さいと (1) の答えの分子が 0 以下になり，$\mu'\leqq 0$ となってしまう[3]←。

こうならないためには，

$$\mu'=\frac{1-2\cos\theta}{2\sin\theta}>0$$

すなわち

$1-2\cos\theta>0$[4]←　　$\cos\theta<\dfrac{1}{2}$　　よって　$\boldsymbol{\theta>60°}$

←[1]　慣性の法則より　合力が 0 <=> 等速直線運動 (静止を含む)

←[2]　動摩擦力の式 $F'=\mu' N$ を用いた。

←[3]　θ の上限は 90° である。このとき ② 式より

$2F(\cos 90°+\mu'\sin 90°)=\mu' Mg$

よって　$2F=Mg$

となり，垂直抗力 $N'=0$ となって面から浮き上がってしまう。

←[4]　$\sin\theta$ は $0<\theta<90°$ の範囲では正であることを用いた。

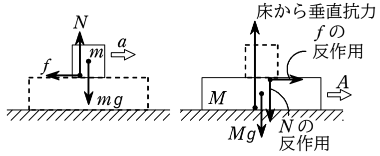
22 動く板の上での物体の運動

解答　(1)　運動と逆向きに $-\mu g$　　(2)　運動と同じ向きに $\dfrac{\mu mg}{M}$

(3)　t：$\dfrac{Mv_0}{\mu(M+m)g}$，l：$\dfrac{Mv_0{}^2}{2\mu(M+m)g}$

指針　小物体が板の上を右向きにすべると，板との間の動摩擦力が小物体には後ろ向きにはたらき，小物体は一定の加速度 a で減速していく。一方，板はこの動摩擦力の反作用を受け，前方へ引っぱられて一定の加速度 A で加速する。やがて両物体の速度が一致したとき，小物体は板に対して相対的に静止し，以後は一体となって床の上を等速直線運動をする。この間に小物体が床に対して移動した距離，板が移動した距離を求めて差をとれば，小物体が板に対してすべった距離が求まる。

解説　(1)　小物体，板にはたらく力は図のようになる。f は動摩擦力で，小物体，板にはたらく動摩擦力は等しく



$f=\mu N=\mu mg$[1]←

ただし，N は小物体にはたらく垂直抗力である。したがって小物体の運動方程式は

$ma=-f\ (=-\mu mg)$　　$\boldsymbol{a=-\mu g}$　(**運動と逆向き**)

(2)　板の運動方程式は

$MA=f\ (=\mu mg)$　　$A=\boldsymbol{\dfrac{\mu mg}{M}}$　(**運動と同じ向き**)

(3)　等加速度直線運動の式「$v=v_0+at$」より，時刻 t における小物体，板の速度 v，V はそれぞれ

$v=v_0+at=v_0-\mu gt$

$V=0+At=\dfrac{\mu mg}{M}t$

両者の速度が一致したとき，小物体は板に対して (相対的に) 静止するので，$v=V$ とおくと[2]←

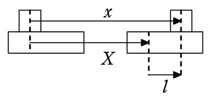
$v_0-\mu gt=\dfrac{\mu mg}{M}t$ ……①

M 倍して t について整理すると

$\mu(M+m)gt=Mv_0$

$t=\boldsymbol{\dfrac{Mv_0}{\mu(M+m)g}}$[3]←

この間に小物体，板が床に対して移動した距離を x，X とすると，等加速度直線運動の式



「$x=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2$」より

$x=v_0t-\dfrac{1}{2}\mu gt^2$

$X=0\cdot t+\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\mu mg}{M}t^2$

図より

$$l=x-X=v_0t-\frac{1}{2}\mu gt^2-\frac{1}{2}\frac{\mu mg}{M}t^2=v_0t-\frac{\mu(M+m)}{2M}gt^2$$

t の値を代入して

$$l=v_0\left\{\frac{Mv_0}{\mu(M+m)g}\right\}-\frac{\mu(M+m)g}{2M}\left\{\frac{Mv_0}{\mu(M+m)g}\right\}^2$$

$$=\frac{Mv_0{}^2}{\mu(M+m)g}-\frac{Mv_0{}^2}{2\mu(M+m)g}=\boldsymbol{\frac{Mv_0{}^2}{2\mu(M+m)g}}$$

←[1]　鉛直方向のつりあいより $N-mg=0$

よって　$N=mg$ を用いた。

←[2]　床に対して止まってしまうわけではない。両者が一体となって等速直線運動になる。

←[3]　参考　このときの板と小物体の速度 v_{f} は，V の式より

$$v_{\mathrm{f}}=\frac{\mu mg}{M}\times\frac{Mv_0}{\mu(M+m)g}=\frac{m}{M+m}v_0$$

23 動く板の上での物体の運動

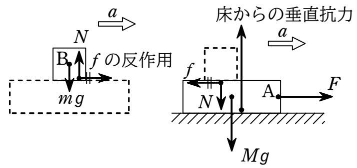
解答　(1)　a：$\dfrac{F}{M+m}$，f：$\dfrac{mF}{M+m}$

(2)　$\mu(M+m)g$　　(3)　a_{A}：$\dfrac{F-\mu' mg}{M}$，a_{B}：$\mu' g$

指針　物体 A には運動を妨げる向き (問題図の左向き) に摩擦力 f がはたらく。一方，物体 B は f の反作用により，右へ引っぱられて加速度を生じる。この摩擦力 f は，A を引く力 F が強いほど大きくなるが，f が最大摩擦力に達したときがすべらない限界で，F がさらに大きくなると B は A の上ですべり始め，摩擦力 f は動摩擦力になって，A のほうが B より先に行ってしまう。A，B それぞれについて力をかき，運動方程式を立てる。

解説　A，B にはたらく力は図のようになる。このとき B が A の上ですべっていても一体となって運動していても，基本的に力は同じようにはたらいている (ただし f の大きさや静止摩擦力，動摩擦力のちがいはある)。

(1)　A，B は一体として運動しているので，A と B の加速度 a は等しく，f は静止摩擦力[1]←である。図より，A，B それぞれの運動方程式は



A：$Ma=F-f$[2]← ……①

B：$ma=f$[2]← ……②

① 式＋② 式 より f を消去すると

$(M+m)a=F$　　$a=\boldsymbol{\dfrac{F}{M+m}}$

この結果を ② 式に代入すると

$f=m\times\dfrac{F}{M+m}=\boldsymbol{\dfrac{mF}{M+m}}$

(2)　$F=F_0$ のとき，B は A に対してすべるかどうかの境い目にあるので，f は最大摩擦力となっていて，$f=\mu N$ (N は物体 B にはたらく垂直抗力) の関係が成りたつ。(1) の答えにこのことを代入すると

$f=\dfrac{mF_0}{M+m}=\mu N=\mu mg$[3]←　　$F_0=\boldsymbol{\mu(M+m)g}$

(3)　$F>F_0$ のとき，B は A の上をすべる。このとき AB 間にはたらく摩擦力 f は動摩擦力で

$f=\mu' N=\mu' mg$[3]←

となる。このとき A と B は別々の加速度 a_{A}，a_{B} で運動するので，① 式と ② 式は次のように書きかえられる。

A：$Ma_{\mathrm{A}}=F-\mu' mg$ ……①′

B：$ma_{\mathrm{B}}=\mu' mg$ ……②′

①′ 式 より

$a_{\mathrm{A}}=\boldsymbol{\dfrac{F-\mu' mg}{M}}$

②′ 式 より

$a_{\mathrm{B}}=\boldsymbol{\mu' g}$

←[1]　最大摩擦力とは限らないので，$f=\mu N$ としてはいけない。

←[2]　物体 A と B にはたらく摩擦力は作用と反作用の関係なので，互いに同じ大きさである。このことは B が A の上で一体となっていてもすべっていても成りたつ関係であ

る。

←[3]　物体 B の鉛直方向のつりあいより

$N-mg=0$

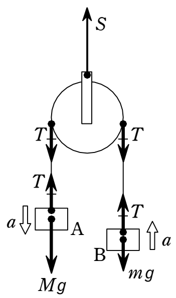
よって　$N=mg$　を用いた。

24 ２物体の運動

解答　(1)　$\dfrac{M-m}{M+m}g$　(2)　$\dfrac{2Mm}{M+m}g$　(3)　$\dfrac{4Mm}{M+m}g$

(4)　$t=\sqrt{\dfrac{M+m}{M-m}\cdot\dfrac{h}{g}}$，$v=\sqrt{\dfrac{M-m}{M+m}gh}$

指針　A，B は 1 本の糸でつながれているので，加速度の大きさ a も糸の張力 T も等しい。各物体ごとに，はたらく力の合力を求め，進行方向を正としてそれぞれ運動方程式を立てる。



解説　(1)，(2)　A，B にはたらく力は右図となるので，

運動方程式は　A：$Ma=Mg-T$　　B：$ma=T-mg$

これより，a，T を求めると

$a=\boldsymbol{\dfrac{M-m}{M+m}g}$　　$T=\boldsymbol{\dfrac{2Mm}{M+m}g}$

(3)　滑車には張力 S と 2 つの張力 T がはたらいて，つりあうので

$S=2T=\boldsymbol{\dfrac{4Mm}{M+m}g}$

(4)　すれ違うまでに，A と B はそれぞれ $\dfrac{h}{2}$ 進む。

$\dfrac{h}{2}=\dfrac{1}{2}at^2$ より　$t=\sqrt{\dfrac{h}{a}}=\boldsymbol{\sqrt{\dfrac{M+m}{M-m}\cdot\dfrac{h}{g}}}$

$v=at$ より　$v=\dfrac{M-m}{M+m}g\sqrt{\dfrac{M+m}{M-m}\cdot\dfrac{h}{g}}=\boldsymbol{\sqrt{\dfrac{M-m}{M+m}gh}}$

25 動滑車と２物体の運動

解答　(1)　$\dfrac{a}{2}$ [m/s²]　(2)　$2T_1$ [N]　(3)　$\dfrac{2(2M-m)}{4M+m}g$ [m/s²]

(4)　$\sqrt{\dfrac{2(4M+m)h}{3(2M-m)g}}$ [s]

指針　小球 A には糸 1 の張力 T_1 と重力 Mg，小球 B には糸 2 の張力 T_2 と重力 mg がはたらく。動滑車には糸 1 の張力 T_1(左右 2 か所)，糸 2 の張力 T_2(下向き) がはたらく。これらの運動は等加速度直線運動となる。B の上昇距離に対して，A の下降距離が 2 倍になることから，加速度 a，b の関係を求め，A，B それぞれについて運動方程式を立てる。その際，A が下降すると考えて，それぞれの進行方向を正の向きとする。

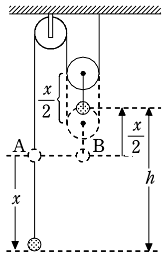


図 a

解説　(1)　図 a に示すように，A の下降距離 x に対して，動滑車の上昇距離 (＝B の上昇距離) は $\dfrac{x}{2}$ となる。したがって，等加速度直線運動の式

「$x=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2$」，$v_0=0$ より

A：$x=\dfrac{1}{2}at^2$

B：$\dfrac{x}{2}=\dfrac{1}{2}bt^2$　　$x=bt^2$

よって　$b=\boldsymbol{\dfrac{a}{2}}$ [m/s²][1]←

(2)　動滑車にはたらく力は図 b のようになる[2]←。動滑車は小球 B とともに加速度 $b\left(=\dfrac{a}{2}\right)$ で運動している。動滑車の質量を 0 としているので，動滑車についての運動方程式「$ma=F$」を立てると

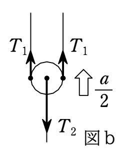


図 b

$0\times\dfrac{a}{2}=2T_1-T_2$　　$T_2=\boldsymbol{2T_1}$ [N]

(3)　小球 A，B にはたらく力は図 c のようになるので，それぞれについて進行方向を正として運動方程式を立てると

A：$Ma=Mg-T_1$　……①

B：$m\dfrac{a}{2}=2T_1-mg$　……②

① 式×4＋② 式×2 を計算すると

$(4M+m)a=(4M-2m)g$　　よって　$a=\boldsymbol{\dfrac{2(2M-m)}{4M+m}g}$ [m/s²][3]←

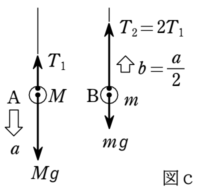


図 c

(4)　(1) で述べたように B の上昇距離は A の下降距離の半分なので，A が降下した距離を x とすると (図 a)

$x+\dfrac{x}{2}=h$　　$x=\dfrac{2}{3}h$

A について，等加速度直線運動の式「$x=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2$」より

$\dfrac{2}{3}h=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2(2M-m)}{4M+m}g\times t^2$　　$t=\boldsymbol{\sqrt{\dfrac{2(4M+m)h}{3(2M-m)g}}}$ [s]

←[1]　参考　A と B の移動距離の比，速さの比，加速度の大きさの比は，いずれも 2：1

←[2]　小球 A～定滑車～動滑車～天井　を結ぶ糸 1 は 1 本につながっているので，どこでも張力は等しく T_1 である。

←[3]　参考　T_1 の値を求める。① 式より

$T_1=M(g-a)$

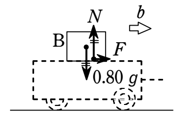
a の値を代入して

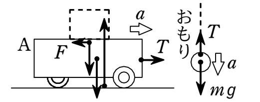
$T_1=\dfrac{3Mm}{4M+m}g$

26 物体をのせた台車の運動

解答　(1)　4.2 m/s²　(2)　0.50　(3)　μ'：0.41，加速度：5.6 m/s²

指針　物体 B の加速度は台車 A が右方へ動くことによってはたらく摩擦力によって生じる。A，B が一体で動いている間は，この摩擦力は静止摩擦力である。A を引く糸の張力の大きさが増すと摩擦力も大きくなる。この摩擦力が最大摩擦力に達すると，その直後に B は A 上ですべりだす。以後，B にはたらく摩擦力は動摩擦力になる。B は A 上で A に対しては後退するが，台に対しては右方に進む。A，B それぞれについて力をかき，運動方程式を立てる。





解説　(1)～(3) のどの場合についても，A，B，おもりにはたらく力は図のようになる (糸の張力を T，B が受ける垂直抗力を N，摩擦力を F とする)。

おもりの質量を m，A，B の加速度をそれぞれ a，b として運動方程式を立てると

台車 A：$2.4a=T-F$　……①

物体 B：$0.80\,b=F$　……②

おもり：$ma=mg-T$　……③

(1)　A，B が一体となって運動しているときの，糸の張力を T_1，A の加速度を a_1 とする。このとき，$a=b=a_1$ なので，① ～ ③ 式より

$2.4a_1=T_1-F$[1]←　……④

$0.80a_1=F$[1]←，[2]←　……⑤

$2.4a_1=2.4g-T_1$[3]←　……⑥

④ 式＋⑤ 式＋⑥ 式より　$a_1=\dfrac{2.4\times9.8}{2.4+0.80+2.4}=$ **4.2 m/s²**

(2)　$m=3.2$ kg のとき，摩擦力 F は最大摩擦力 $F_0(=\mu N)$ になる。このときの糸の張力を T_2，A の加速度 (＝B の加速度) を a_2 とする。

① ～ ③ 式より

$2.4\,a_2=T_2-F_0$　……⑦

$0.80\,a_2=F_0$[4]←　……⑧

$3.2\,a_2=3.2g-T_2$[5]←　……⑨

⑦ 式＋⑧ 式＋⑨ 式より　$a_2=\dfrac{3.2\times9.8}{2.4+0.80+3.2}=4.9$ m/s²

⑧ 式と　$F_0=\mu N=\mu\times0.80\,g$　とから

$0.80a_2=\mu\times0.80g$　　よって　$\mu=\dfrac{a_2}{g}=\dfrac{4.9}{9.8}=$ **0.50**

(3)　このとき，B は動摩擦力　$F'(=\mu'N)$　によって加速されている。

② 式より　$F'=0.80b$[6]←　　一方　$F'=\mu'N=\mu'\times0.80g$

よって　$\mu'\times0.80g=0.80b$　　$\mu'=\dfrac{b}{g}=\dfrac{4.0}{9.8}=0.408\cdots\fallingdotseq$ **0.41**

このときの A の加速度を a_3，糸の張力を T_3 とすると，①，③ 式より

$2.4a_3=T_3-F'$　……⑩

$4.0a_3=4.0g-T_3$[7]←　……⑪

⑩ 式＋⑪ 式と　$F'=0.80b=0.80\times4.0$ N　とから

$a_3=\dfrac{4.0\times9.8-0.80\times4.0}{2.4+4.0}=5.625\fallingdotseq$ **5.6 m/s²**

←[1]　A，B を一体として運動方程式を立ててもよい。

A＋B：$(2.4+0.80)a_1=T_1$

おもり：$2.4a_1=2.4g-T_1$

←[2]　この場合の静止摩擦力 F は

$F=0.80a_1=0.80\times4.2=3.36$ N

←[3]　糸の張力 T_1 は

$T_1 = 2.4(g - a_1) = 2.4 \times (9.8 - 4.2) \fallingdotseq 13.4$ N

←[4]　最大摩擦力 F_0 は

$F_0 = 0.80a_2 = 0.80 \times 4.9 = 3.92$ N

←[5]　糸の張力 T_2 は　$T_2 = 3.2(g - a_2) = 3.2 \times (9.8 - 4.9) \fallingdotseq 15.7$ N

←[6]　動摩擦力 F' は　$F' = 0.80 \times 4.0 = 3.2$ N

←[7]　糸の張力 T_3 は　$T_3 = 4.0(g - a_3) = 4.0 \times (9.8 - 5.625) = 16.7$ N

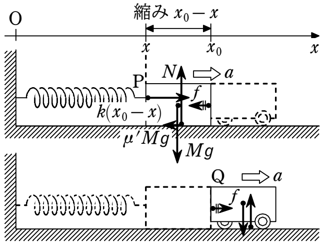
27 ２物体の運動

解答　(1)　P：$Ma = k(x_0 - x) - f - \mu' Mg$，Q：$ma = f$

(2)　$\dfrac{m\{k(x_0 - x) - \mu' Mg\}}{M+m}$　　(3)　$x_0 - \dfrac{\mu' Mg}{k}$

指針　P に水平方向にはたらく力は，ばねの弾性力，動摩擦力，Q が P を押す力 f であり，Q に水平方向にはたらく力は，P が Q を押す力 f のみである。それぞれについて運動方程式を立てる。(3) では，Q が P を離れるのは $f=0$ となるときである。

解説　(1)　P には，右向きにばねの弾性力 $k(x_0 - x)$，左向きに Q からの力 f と動摩擦力 $\mu' Mg$[1]← がはたらき，Q には，右向きに P からの力 f がはたらく。それぞれについて運動方程式を立てると，



P について

$$\boldsymbol{Ma = k(x_0 - x) - f - \mu' Mg} \quad \cdots\cdots ①$$

Q について

$$\boldsymbol{ma = f} \quad \cdots\cdots ②$$

(2)　① 式＋② 式 より　$(M+m)a = k(x_0 - x) - \mu' Mg$

よって　$a = \dfrac{k(x_0 - x) - \mu' Mg}{M+m}$

これを ② 式に代入して　$f = \dfrac{\boldsymbol{m\{k(x_0 - x) - \mu' Mg\}}}{\boldsymbol{M+m}}$　……③

(3)　$f=0$ となるとき，Q が P を離れる。すなわち，③ 式より

$k(x_0 - x) - \mu' Mg = 0$　　$kx_0 - kx - \mu' Mg = 0$

よって　$x = \boldsymbol{x_0 - \dfrac{\mu' Mg}{k}}$

←[1]　P には鉛直下向きに重力 Mg，鉛直上向きに垂直抗力 N がはたらき，これらがつりあっているので

$N = Mg$

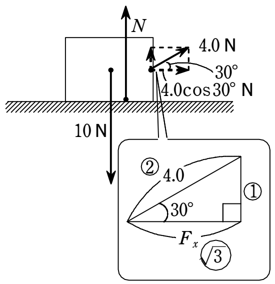
これと「$F' = \mu' N$」より，動摩擦力の大きさは $\mu' Mg$ となる。

28 仕事

解答　(1)　6.9 J　(2)　0 J　(3)　0 J

指針　力の向きと物体の動く向きが異なる場合の仕事を求めるには，「$W = Fx\cos\theta$」を用いる。

解説　加えた力，重力，垂直抗力 (大きさ N) のした仕事をそれぞれ W_1，W_2，W_3[J] とすると，「$W = Fx\cos\theta$」より



(1)　$W_1 = 4.0 \times 2.0 \times \cos 30°$

$= 4.0 \times 2.0 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 4.0 \times 2.0 \times \dfrac{1.73}{2}$

$= 6.92 \fallingdotseq$ **6.9 J**

別解　加える力を水平方向と垂直方向の成分に分解する。垂直方向には物体は移動しないから，水平方向の分力だけ考えればよい。水平方向の分力の大きさを F_x とすると，直角三角形の辺の長さの比より

$F_x : 4.0 = \sqrt{3} : 2$　　よって　$F_x = 4.0 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ N

ゆえに　$W_1 = F_x \times x = 2.0 \times 1.73 \times 2.0 \fallingdotseq$ **6.9 J**

(2)　$W_2 = 10 \times 2.0 \times \cos 90° =$ **0 J**[1]←

(3)　$W_3 = N \times 2.0 \times \cos 90° =$ **0 J**[1]←

←[1]　$\cos 90° = 0$

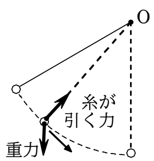
力と移動方向が垂直な場合，仕事は 0 である。

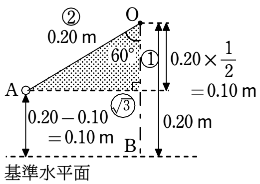
29 仕事

解答　$W_1 = 0$ J，$W_2 = 4.9$ J

指針　おもりにはたらく力は糸が引く力と重力である。おもりの動く向きと反対向きにはたらく力は負の仕事をし，おもりの動く向きに垂直にはたらく力は仕事をしない。

解説　糸が引く力はおもりの運動の向きに垂直にはたらくので仕事をしない。





$W_1 =$ **0 J**

A と B での位置エネルギーの差が，重力がする仕事に相当するので

「$U = mgh$」より

$W_2 = 5.0 \times 9.8 \times 0.10 - 0 =$ **4.9 J**

30 仕事の原理

解答　(1)　98 N　(2)　9.8×10^2 J　(3)　9.8×10^2 J　(4)　1.2×10^3 J

指針　物体を「ゆっくり」引き上げるので，力のつりあいが成りたっていると考えてよい。斜面を使うと物体を引き上げる力は小さくなるが，引き上げる距離が長くなる。そのため，同じ高さまで鉛直上方に引き上げる場合と，仕事は等しくなる。

解説　(1)　物体を引き上げる力は重力の斜面にそった成分とつりあっている (図 a)[1]←。

よって　$F = 20 \times 9.8 \times \sin 30°$

$= 20 \times 9.8 \times \dfrac{1}{2} =$ **98 N**

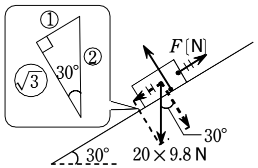


図 a

(2)　斜面にそって引く力は 98 N なので，仕事の式「$W = Fx$」より

$W = 98 \times 10 = 980 =$ **9.8×10^2 J**

(3)　斜面にそって 10 m 引き上げたときの高さ h[m] は，図 b より

$h = 10 \times \sin 30° = 5.0$ m[2]←

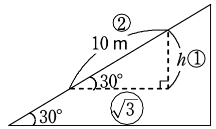


図 b

物体を鉛直上向きに引き上げるために必要な力は重力とつりあっているので 20×9.8 N となる。

仕事の式「$W = Fx$」より

$W' = (20 \times 9.8) \times 5.0 = 980 =$ **9.8×10^2 J**[3]←

(4)　物体を引き上げる力 F'[N] は，重力の斜面にそった成分と動摩擦力の合力とつりあう (図 c)。

よって

$F' = 98 + 22$

また，仕事の式「$W = Fx$」より

$W'' = (98 + 22) \times 10 = 1200 =$ **1.2×10^3 J**

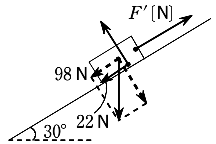


図 c

←[1]　「ゆっくり」引き上げるとは，力のつりあいを保ちながら引き上げることである。

←[2]　直角三角形の辺の長さの比より　$h : 10 = 1 : 2$

$h = 10 \times \dfrac{1}{2} = 5.0$ m

としてもよい。

←[3]　斜面を用いると，引く力を小さくすることはできるが，仕事を減らすことはできない (仕事の原理)。

31 仕事率

解答　1.5 kWh，5.4×10^6 J

指針　1 kWh とは，1 kW の仕事率で 1 時間にする仕事のこと。仕事率の式「$P = \dfrac{W}{t}$」を変形した $W = Pt$ を用いる。

解説　仕事率 $P = 300$ W $= 0.30$ kW より，仕事量を W[kWh] とすると

$W = 0.30 \times 5.0 =$ **1.5 kWh**

また，1 kWh $= 3.6 \times 10^6$ J より[1]←

$W = 1.5 \times (3.6 \times 10^6)$ J $=$ **5.4×10^6 J**[2]←

←[1]　1 kWh $=$ 1 kW $\times$ 1 h $=$ 1000 W $\times$ 3600 s $= 3.6 \times 10^6$ J

←[2]　別解　$W = 300$ W $\times (5.0 \times 60 \times 60)$ s $=$ **5.4×10^6 J**

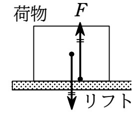
32 仕事率

解答　1.5×10^4 W

指針　リフトがした仕事 W を求めて，仕事率の式「$P = \dfrac{W}{t}$」に代入する。

解説　荷物を持ち上げる力の大きさ F[N] は，図より

$F = 2.0 \times 10^3 \times 9.8$ N であるから，「$W = Fx$」よりリフトがした仕事 W[J] は



$W = (2.0 \times 10^3 \times 9.8) \times 3.0$ J

よって，仕事率の式「$P = \dfrac{W}{t}$」より

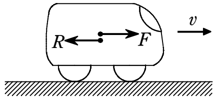
$$P = \frac{(2.0 \times 10^3 \times 9.8) \times 3.0}{4.0} = 14.7 \times 10^3 = 1.47 \times 10^4 \fallingdotseq \mathbf{1.5 \times 10^4\ W}$$

33 仕事率

解答　(ア)　2.0×10^2 N　　(イ)　4.0 kW

指針　車は等速直線運動をしているので，車にはたらく力がつりあっている。力 F の向きに一定の速さ v で移動する場合の仕事率 P は $P=Fv$ となる[1]←。

解説　(ア)　図のように，エンジンのはたらきによる推進力 F[N] と抵抗力 R[N] がつりあって車は速さ $v=20$ m/s の等速直線運動をしている。



よって，力のつりあいより　$F-R=0$

$R=F=\mathbf{2.0\times10^2\ N}$

(イ)　仕事率の式「$P=Fv$」より

$P=(2.0\times10^2)\times20=4000=4.0\times10^3$ W

$=\mathbf{4.0\ kW}$[2]←

←[1]　移動の速さ v が一定のとき「$v=\dfrac{x}{t}$」が成りたつので，「$W=Fx$」と「$P=\dfrac{W}{t}$」より仕事率 P の式は

$P=\dfrac{Fx}{t}=Fv$

となる。

←[2]　1 kW＝1000 W＝10^3 W

34 重力による位置エネルギー

解答　(1)　U_A : 4.9×10^2 J，U_B : -2.5×10^2 J，$\varDelta U$: 7.4×10^2 J

(2)　U_A : 7.4×10^2 J，U_B : 0 J，$\varDelta U$: 7.4×10^2 J

指針　重力による位置エネルギーは，基準をどこにとるかによって大きさが異なるが，2点間の位置エネルギーの差は基準をどこにとるかにはよらず一定となる。

解説　(1)　重力による位置エネルギーの式「$U=mgh$」より

$U_A=5.0\times9.8\times10=490=\mathbf{4.9\times10^2\ J}$

$U_B=5.0\times9.8\times(-5.0)$[1]←$=-245=-2.45\times10^2\fallingdotseq\mathbf{-2.5\times10^2\ J}$

$\varDelta U=4.9\times10^2-(-2.45\times10^2)=(4.9+2.45)\times10^2=7.35\times10^2\fallingdotseq\mathbf{7.4\times10^2\ J}$[2]←

(2)　重力による位置エネルギーの式「$U=mgh$」より

$U_A=5.0\times9.8\times15=7.35\times10^2\fallingdotseq\mathbf{7.4\times10^2\ J}$

$U_B=5.0\times9.8\times0=\mathbf{0\ J}$

$\varDelta U=\mathbf{7.4\times10^2\ J}$[2]←

←[1]　基準面(地面)よりも下にあるので，－の符号をつけなければならない。

←[2]　2点間の位置エネルギーの差は，基準をどこにとっても同じ値になる。

35 弾性エネルギー

解答　(1)　0.20 J　　(2)　$U_2=0.80$ J，$W=0.60$ J

指針　弾性エネルギーの変化＝ばねを引き伸ばすのに要した仕事　の関係が成りたつ。

解説　(1)　弾性エネルギーの式「$U=\dfrac{1}{2}kx^2$」より

$U_1=\dfrac{1}{2}\times10\times0.20^2=\mathbf{0.20\ J}$

(2)　ばねは自然の長さから 0.40 m 伸びているので，弾性エネルギーの式「$U=\dfrac{1}{2}kx^2$」より

$U_2=\dfrac{1}{2}\times10\times0.40^2=\mathbf{0.80\ J}$[1]←

ばねに仕事をしたことによって，ばねのもつ弾性エネルギーが変化したと考えられるから　$W=U_2-U_1$[2]←　が成りたつ。よって

$W=0.80-0.20=\mathbf{0.60\ J}$

←[1]　注　$U_2=\dfrac{1}{2}\times10\times0.20^2$　とはしないこと。

←[2]　$U_1+W=U_2$　(はじめ＋仕事＝終わり) と考えてもよい。

36 仕事

解答　$\dfrac{1}{2}kx^2+\mu'mgx$

指針　手で加えた力 F を求めて F-x 図をかけば，仕事 W は F-x 図の面積で表される。

解説　ばねの伸びが x' のとき，手で加えている力の大きさを F，垂直抗力の大きさを N とすると，物体にはたらく力は図 a のようになる。

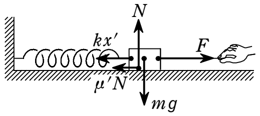


図 a

鉛直方向の力のつりあいより　$N=mg$

よって物体が受ける動摩擦力の大きさは

$\mu'N=\mu'mg$

となり，水平方向の力のつりあいより

$F=kx'+\mu'mg$

これより $0<x'<x$ の範囲で F-x' 図をかくと図 b のようになる。手によってなされた仕事 W は図 b の面積に等しいので

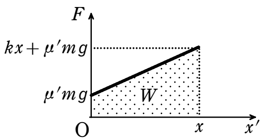


図 b

$W=\dfrac{1}{2}\times\{\mu'mg+(kx+\mu'mg)\}\times x$

$=\mathbf{\dfrac{1}{2}kx^2+\mu'mgx}$[1]←

←[1]　別解　動摩擦力が物体にした仕事が $-\mu'mgx$ なので，力学的エネルギーの変化＝保存力以外の力 (この場合は，手の力と動摩擦力) のした仕事　より

$\dfrac{1}{2}kx^2-0=W+(-\mu'mgx)$

ゆえに　$W=\mathbf{\dfrac{1}{2}kx^2+\mu'mgx}$

37 仕事と運動エネルギー

解答　5.0 m/s

指針　物体の運動エネルギーの変化＝物体にされた仕事　の関係が成りたつ。

解説　物体の運動エネルギーの変化は，物体にされた仕事に等しいので

「$\dfrac{1}{2}mv^2-\dfrac{1}{2}mv_0{}^2=W$」[1]←より

$\dfrac{1}{2}\times6.0\times v^2-\dfrac{1}{2}\times6.0\times3.0^2=48$

$3.0v^2=48+27=75$　　$v^2=25$

よって　$v=\mathbf{5.0\ m/s}$

←[1]　「$\dfrac{1}{2}mv_0{}^2+W=\dfrac{1}{2}mv^2$」

(はじめ＋仕事＝終わり)　を用いてもよい。

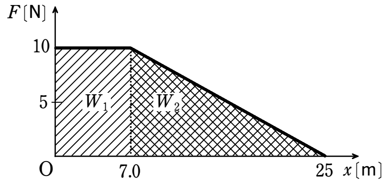
38 仕事と運動エネルギー

解答　(1)　70 J　　(2)　8.0 m/s　　(3)　90 J　　(4)　10 m/s

指針　(1)，(3)　物体にした仕事は F-x 図の面積で表される。

(2)，(4)　物体の速さは　物体の運動エネルギーの変化＝物体にされた仕事　の関係から求められる。

解説　(1)　仕事は F-x 図のグラフの面積で表されるので，$0<x<7.0$ の範囲では



$W_1=10\times7.0=\mathbf{70\ J}$

(2)　運動の向きに力を加えているので，物体は正の仕事をされる。$x=0$ m から $x=7.0$ m までの運動エネルギーの変化は，その間に物体がされた仕事 (W_1) に等しいので，

「$\dfrac{1}{2}mv^2-\dfrac{1}{2}mv_0{}^2=W$」[1]←より

$\dfrac{1}{2}\times5.0\times v_1{}^2-\dfrac{1}{2}\times5.0\times6.0^2=70$

$v_1{}^2-6.0^2=70\times2\div5$　　$v_1{}^2=28+36=64$

よって　$v_1=\mathbf{8.0\ m/s}$[2]←

(3)　$7.0<x<25$ の範囲における F-x 図の面積より

$W_2=(25-7.0)\times10\times\dfrac{1}{2}=\mathbf{90\ J}$

(4)　$x=7.0$ m から $x=25$ m までの運動エネルギーの変化は，その間に物体がされた仕事 (W_2) に等しいので，「$\dfrac{1}{2}mv^2-\dfrac{1}{2}mv_0{}^2=W$」[1]←より

$\dfrac{1}{2}\times5.0\times v_2{}^2-\dfrac{1}{2}\times5.0\times8.0^2=90$

$v_2{}^2-8.0^2=90\times2\div5$　　$v_2{}^2=36+64=100$

よって　$v_2=\mathbf{10\ m/s}$[3]←

←[1]　「$\dfrac{1}{2}mv_0{}^2+W=\dfrac{1}{2}mv^2$」

(はじめ＋仕事＝終わり)　を用いてもよい。

←[2]　別解　水平方向にはたらいている力は F のみなので，加速度の大きさを a[m/s^2] とすると，運動方程式より

$a=\dfrac{F}{m}=\dfrac{10}{5.0}=2.0$ m/s^2

$0<x<7.0$ の範囲では等加速度直線運動をしているので，「$v^2-v_0{}^2=2ax$」より

$v_1{}^2-6.0^2=2\times2.0\times7.0$

よって　$v_1=\mathbf{8.0\ m/s}$

←[3]　別解　$x=0$ m から $x=25$ m までの間で考えると

$\dfrac{1}{2}\times5.0\times v_2{}^2-\dfrac{1}{2}\times5.0\times6.0^2=70+90$

よって　$v_2=\mathbf{10\ m/s}$

39 自由落下とエネルギー

解答　(1)　ウ　　(2)　オ　　(3)　エ

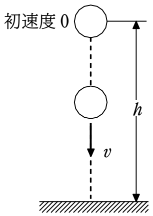
指針　自由落下での速度や変位の式を用いて，各エネルギーを時間 t で表す。

解説　(1)　運動エネルギーの式は「$K=\dfrac{1}{2}mv^2$」であるから，自由落下の式「$v=gt$」を

代入すると

$K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m(gt)^2=\frac{1}{2}mg^2t^2$ [1]←

よって，K-t 図は，原点 O を頂点とする，下に凸の放物線の**ウ**。



(2) 自由落下の変位 y の式「$y=\frac{1}{2}gt^2$」より，時刻 t での物体の高さ h' は $h'=h-\frac{1}{2}gt^2$ である。

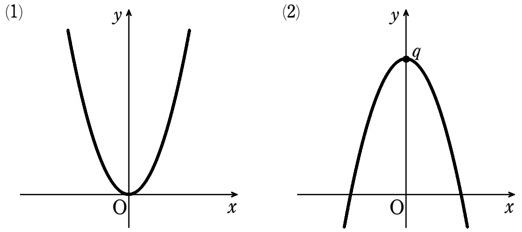
重力による位置エネルギーの式「$U=mgh$」より

$U=mgh'=mgh-\frac{1}{2}mg^2t^2$ [1]←

よって，U-t 図は，点 $(0,\ mgh)$ を頂点とする，上に凸の放物線の**オ**。

(3) $E=K+U=mgh$ (一定) より，E-t 図は，t 軸に平行な直線の**エ**。

←[1] 参考 放物線のグラフ



$y=ax^2$ $(a>0)$　　　$y=ax^2+q$ $(a<0)$

40 力学的エネルギーの保存

解答 (1) 5.6 m/s　(2) 2.8 m/s　(3) 1.50 m

指針 小球には，重力 (保存力) のほかに曲面からの垂直抗力 (保存力以外の力) もはたらくが，垂直抗力の向きは運動方向に対して常に垂直であるから仕事をしない。よって，力学的エネルギーは保存される。

(3) 放物運動では，最高点でも水平方向の速さは存在するから，運動エネルギーは 0 ではない。

解説 (1) 小球の質量を m [kg]，B を通る瞬間の速さを v_B [m/s] とする。A と B での力学的エネルギー保存則より

$0+m\times9.8\times1.60=\frac{1}{2}mv_B{}^2+0$　　$v_B{}^2=2\times9.8\times1.60$

よって　$v_B=\sqrt{2\times9.8\times1.60}=$ **5.6 m/s** [1]←

(2) C から飛び出す瞬間の小球の速さを v_C [m/s] とすると，A と C での力学的エネルギー保存則より

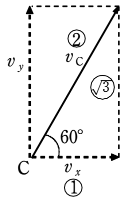
$0+m\times9.8\times1.60=\frac{1}{2}mv_C{}^2+m\times9.8\times1.20$

$v_C{}^2=2\times9.8\times1.60-2\times9.8\times1.20=2\times9.8\times(1.60-1.20)$

よって　$v_C=\sqrt{2\times9.8\times(1.60-1.20)}=\sqrt{2\times9.8\times0.40}=$ **2.8 m/s** [2]←

(3) C における小球の水平方向の速さを v_x [m/s] とすると

$v_x=v_C\cos60°=2.8\times\frac{1}{2}=1.4$ m/s



最高点では，水平方向の速さは 1.4 m/s のままだが，鉛直方向の速さは 0 である。ここで，最高点の，B からの高さを h [m] とすると，点 A と最高点での力学的エネルギー保存則より

$0+m\times9.8\times1.60=\frac{1}{2}\times m\times1.4^2+m\times9.8\times h$

$9.8\times h=9.8\times1.60-\frac{1}{2}\times1.4^2$

よって　$h=1.60-\frac{1.4^2}{2\times9.8}=1.60-0.10=$ **1.50 m**

←[1] $v_B=\sqrt{31.36}$ と求めて開平計算を行ってもよいが，次のように簡単に計算することもできる。小数をなくし，$49=7^2$ をつくるようにするとよい。

$v_B=\sqrt{2\times9.8\times1.60}$

$=\sqrt{\frac{2\times98\times16}{10\times10}}$

$=\sqrt{\frac{2\times2\times49\times16}{10^2}}$

$=\sqrt{\frac{2^2\times7^2\times4^2}{10^2}}$

$=\frac{2\times7\times4}{10}=5.6$ m/s

←[2] $v_C=\sqrt{7.84}$ と求めて開平計算を行ってもよいが，次のように簡単に計算することもできる。

$v_C=\sqrt{2\times9.8\times0.40}$

$=\sqrt{\frac{2\times98\times4}{10\times10}}$

$=\sqrt{\frac{2\times2\times49\times4}{10^2}}$

$=\sqrt{\frac{4^2\times7^2}{10^2}}$

$=\frac{4\times7}{10}=2.8$ m/s

41 力学的エネルギーの保存

解答 (1) 49 J　(2) 7.0 m/s　(3) 1.4 m

指針 (2)，(3) 重力や弾性力 (ともに保存力) による運動では，力学的エネルギーは一定に保たれる。　$K+U=$ 一定

$K=\frac{1}{2}mv^2$，$U=mgh$ (重力の場合)，$U=\frac{1}{2}kx^2$ (弾性力の場合)

解説 (1) $K_A+U_A=0+2.0\times9.8\times2.5=$ **49 J**

(2) 力学的エネルギー保存則により

$K_B+U_B=K_A+U_A$

よって　$\frac{1}{2}\times2.0\times v^2+0=49$

$v^2=49$

ゆえに　$v=$ **7.0 m/s**

(3) (2) と同様に，$K+U=K_A+U_A$

ばねが最も縮んだとき，物体の速さは 0 であるから　$K=0$

よって　$0+\frac{1}{2}\times50\times x^2=49$

$x^2=\frac{49}{25}=\frac{7.0^2}{5.0^2}$

ゆえに　$x=$ **1.4 m**

42 力学的エネルギーの保存

解答 (1) $\sqrt{2gh}$　(2) $2\sqrt{hH}$　(3) $\sqrt{2g(h+H)}$

指針 振り子の運動では力学的エネルギーは保存され，小球が飛び出したあとの水平投射運動でも力学的エネルギーが保存されるので，小球の運動全体を通して力学的エネルギーは保存される。また，小球が最下点を通る直前にかみそりで糸を切ると，そのときの速度を初速度として小球は水平投射運動をする。

解説 (1) 小球の質量を m とする。振り子の最下点を基準水平面として力学的エネルギー保存則を考えると

$0+mgh=\frac{1}{2}mv_0{}^2+0$　　よって　$v_0=\boldsymbol{\sqrt{2gh}}$

(2) 鉛直方向には小球は自由落下運動をするので，小球が水平方向に飛び出してから床に達するまでの時間 t は，自由落下の式「$y=\frac{1}{2}gt^2$」より

$H=\frac{1}{2}gt^2$　　よって　$t=\sqrt{\frac{2H}{g}}$

水平方向には等速直線運動をするので「$x=vt$」より

$l=v_0t=\sqrt{2gh}\times\sqrt{\frac{2H}{g}}=\boldsymbol{2\sqrt{hH}}$

(3) 小球ははじめの状態から床に達するまで力学的エネルギーが保存されているので，床を基準水平面として

$0+mg(h+H)=\frac{1}{2}mv^2+0$　　よって　$v=\boldsymbol{\sqrt{2g(h+H)}}$ [1]←

←[1] 別解 床に達したときの速度を水平成分 v_x と鉛直成分 v_y から求める。

$v_x=v_0=\sqrt{2gh}$

$v_y=gt=g\times\sqrt{\frac{2H}{g}}=\sqrt{2gH}$

よって v は三平方の定理より

$v=\sqrt{v_x{}^2+v_y{}^2}=\sqrt{2gh+2gH}=\boldsymbol{\sqrt{2g(h+H)}}$

43 保存力以外の力の仕事

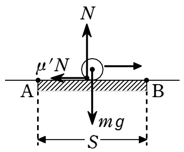
解答 (1) $l\sqrt{\frac{k}{m}}$　(2) $\frac{kl^2}{2mg}-\mu'S$　(3) $\sqrt{l^2-\frac{4\mu'mgS}{k}}$

指針 あらい面を通過するたび，物体は動摩擦力によって負の仕事をされ力学的エネルギーは減少していく。あらい面以外の部分では力学的エネルギーは保存される。

解説 (1) 点 A に達するまで，物体は保存力以外の力から仕事をされないので，力学的エネルギー保存則より

$0+\frac{1}{2}kl^2=\frac{1}{2}mv_A{}^2+0$　　よって　$v_A=\boldsymbol{l\sqrt{\frac{k}{m}}}$

⑵　垂直抗力の大きさを N とすると，AB 間で物体にはたらく力は図のようになる。鉛直方向の力のつりあいより　$N=mg$　であるから，物体にはたらく動摩擦力の大きさは



$\mu' N=\mu' mg$

動摩擦力は物体の運動の向きと逆向きにはたらくので，AB 間で動摩擦力がした仕事 W は負となり

$W=-\mu' mgS$

はじめの状態から点 C で速さが 0 になるまでの力学的エネルギーの変化は，動摩擦力がした仕事 W に等しいので

$$mgh-\frac{1}{2}kl^2=-\mu' mgS$$ [1]←

$$mgh=\frac{1}{2}kl^2-\mu' mgS \quad \cdots\cdots ①$$

よって　$h=\boldsymbol{\dfrac{kl^2}{2mg}-\mu' S}$

⑶　物体は再び AB 間で，動摩擦力により負の仕事 (W) をされる。力学的エネルギーの変化は動摩擦力がした仕事に等しいので

$$\frac{1}{2}kx^2-mgh=-\mu' mgS$$

① 式を代入して　$\dfrac{1}{2}kx^2-\left(\dfrac{1}{2}kl^2-\mu' mgS\right)=-\mu' mgS$

$$\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}kl^2-2\mu' mgS \qquad x^2=l^2-\frac{4\mu' mgS}{k}$$

よって　$x=\boldsymbol{\sqrt{l^2-\dfrac{4\mu' mgS}{k}}}$ [2]←

←[1]　$\dfrac{1}{2}kl^2+(-\mu' mgS)=mgh$

（はじめ＋仕事＝終わり）としてもよい。

←[2]　別解　ばねを解放した瞬間と，ばねを押し縮めて最大の縮みとなった瞬間の間で，力学的エネルギーの変化を考えると

$$\frac{1}{2}kx^2-\frac{1}{2}kl^2=2\times(-\mu' mgS)$$

$$x=\boldsymbol{\sqrt{l^2-\frac{4\mu' mgS}{k}}}$$

44 力学的エネルギーの保存

解答　⑴　$mg-kx$〔N〕　⑵　$\dfrac{mg}{k}$〔m〕　⑶　$\dfrac{2mg}{k}$〔m〕

⑷　台をゆっくりおろしていく場合は，おもりを支える力によって負の仕事をされ力学的エネルギーが減少するが，台を急に取り去った場合は力学的エネルギーが保存されるため。

指針　軽いつる巻きばねなのでばね自身の重さは無視できる。これはばねを縦につるしても，おもりを取りつけなければばねは伸びないということである。

⑴　おもりを支えながら台をおろしていく場合，おもりは台が上向きに支える力によって仕事をされ，力学的エネルギーは保存されない。

⑶　台を急に取り去った場合，おもりには保存力である重力とばねの弾性力のみがはたらくので，力学的エネルギーは保存される。

解説　⑴　台をゆっくりおろしているので，おもりは等速運動をしている。よって，おもりにはたらく力はつりあっている（おもりにはたらく力の合力は 0 である）[1]←から，上向きを正として，図 a より力のつりあいの式は

$kx+F-mg=0$

ゆえに　$F=\boldsymbol{mg-kx}$〔N〕

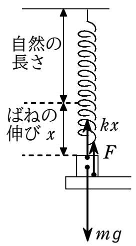


図 a

⑵　台がおもりを支える力が 0 になるとおもりは台から離れる。

⑴ の結果において，$x=x_1$ のとき $F=0$ となるから

$0=mg-kx_1$

よって　$x_1=\boldsymbol{\dfrac{mg}{k}}$〔m〕

⑶　自然の長さの位置を基準水平面とする（図 b）。はじめの位置と最下点での力学的エネルギー保存則より

$$0+0+0=0-mgx_2+\frac{1}{2}kx_2{}^2$$

$$0=\frac{1}{2}kx_2\left(x_2-\frac{2mg}{k}\right)$$

$x_2>0$　より　$x_2=\boldsymbol{\dfrac{2mg}{k}}$〔m〕[2]←

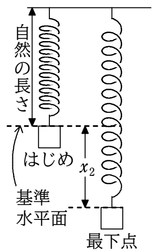


図 b

⑷　**台をゆっくりおろしていく場合は，おもりを支える力によって負の仕事をされ力学的エネルギーが減少するが，台を急に取り去った場合は力学的エネルギーが保存されるため。**

←[1]　「ゆっくり」とは「力のつりあいを保ちながら」ということである。

←[2]　⑵ の結果と比べると 2 倍伸びていることがわかる。

したがって，おもりはつりあいの位置を中心に，ばじめの位置を最上点，ばねの伸び x_2 の位置を最下点として振動する。

45 力学的エネルギーの保存

解答　⑴　$(M-m)gh$　⑵　$\sqrt{\dfrac{2(M-m)gh}{M+m}}$　⑶　$\dfrac{2M}{M+m}h$

指針　A，B には，重力（保存力）のほかに糸の張力（保存力以外の力）もはたらくが，張力が A，B にする仕事は，正，負で相殺するので，力学的エネルギーは保存される。

解説　⑴　A の位置エネルギーは mgh 増加，B は Mgh 減少するから，全体での位置エネルギーの減少量は

$Mgh-mgh=\boldsymbol{(M-m)gh}$

⑵　力学的エネルギー保存則より，（A と B の運動エネルギーの増加量の和）=（A と B の位置エネルギーの減少量の和）であるから

$$\frac{1}{2}Mv^2+\frac{1}{2}mv^2=(M-m)gh$$

よって　$v=\boldsymbol{\sqrt{\dfrac{2(M-m)gh}{M+m}}}$

⑶　A について力学的エネルギー保存則[1]←より

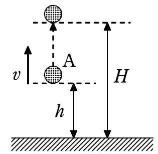
$$\frac{1}{2}mv^2+mgh=0+mgH$$

v の値を代入して

$$\frac{1}{2}m\times\frac{2(M-m)gh}{M+m}+mgh=mgH$$

よって　$H=h+\dfrac{M-m}{M+m}h=\boldsymbol{\dfrac{2M}{M+m}h}$

←[1]



最高点での A の速さは 0 であるから，床を位置エネルギーの基準水平面として，力学的エネルギー保存則は図より

$$\frac{1}{2}mv^2+mgh=0+mgH$$

となる。

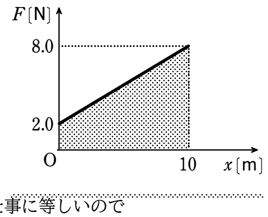
46 仕事と運動エネルギー

解答　⑴　40 J　⑵　7.0 m/s

指針　力の大きさが変化するので「$W=Fx\cos\theta$」の式に F の値を代入することはできない。力 F の分力 $F\cos\theta$ のみが仕事をするので，(F - x 図の面積)$\times\cos\theta$ が，F のした仕事となる。

また，物体の運動エネルギーの変化＝物体にされた仕事　の関係が成りたつ。

解説　⑴　力 F が物体にした仕事を W〔J〕とすると，F - x 図の面積より



$$W=\frac{(2.0+8.0)\times 10}{2}\times\cos\theta$$

$\cos\theta=0.80$ であるから

$W=\boldsymbol{40\ \mathrm{J}}$

⑵　$x=10$ m での物体の速さを v〔m/s〕とすると，物体の運動エネルギーの変化は，物体にされた仕事に等しいので

「$\dfrac{1}{2}mv^2-\dfrac{1}{2}mv_0{}^2=W$」[1]←　より　$\dfrac{1}{2}\times 2.0\times v^2-\dfrac{1}{2}\times 2.0\times 3.0^2=40$

よって　$v=\boldsymbol{7.0\ \mathrm{m/s}}$

←[1]　「$\dfrac{1}{2}mv_0{}^2+W=\dfrac{1}{2}mv^2$」（はじめ＋仕事＝終わり）　を用いてもよい。

47 保存力以外の力の仕事

解答　⑴　$\sqrt{2gR}$　⑵　$\dfrac{R}{\sin\theta+\mu'\cos\theta}$　⑶　$\dfrac{\sin\theta-\mu'\cos\theta}{\sin\theta+\mu'\cos\theta}R$

指針　なめらかな曲面上の運動では，小物体の力学的エネルギーは保存される。あらい斜面上の運動では，重力（保存力）のほか動摩擦力（保存力以外の力）がはたらき，動摩擦力は小物体に負の仕事をするので，その仕事の分だけ力学的エネルギーは変化する。

解説　点 B を通る水平面を重力による位置エネルギーの基準水平面にとる。

⑴　点 A と点 B において，力学的エネルギー保存則より

$0+mgR=\dfrac{1}{2}mv^2+0$　　よって　$v=\boldsymbol{\sqrt{2gR}}$

(2)　斜面 CD 上で小物体にはたらく動摩擦力の大きさを F'，垂直抗力の大きさを N とする (図 a)。

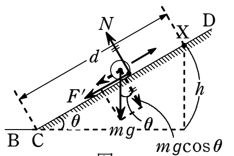


図 a

斜面に垂直な方向の力のつりあいより

$N=mg\cos\theta$

よって，動摩擦力の式「$F'=\mu'N$」より

$F'=\mu' mg\cos\theta$

C → X 間の運動で動摩擦力が小物体にした仕事 W は，「$W=Fx$」より　$W=-F'd=-\mu' mgd\cos\theta$

また，点 X の高さを h とすると，図 a より　$h=d\sin\theta$

点 A と点 X において，力学的エネルギーの変化＝動摩擦力のした仕事 より

$mgh-mgR=W$ [1]←

h，W の値を代入して　$mgd\sin\theta-mgR=-\mu' mgd\cos\theta$

よって　$d=\dfrac{\boldsymbol{R}}{\boldsymbol{\sin\theta+\mu'\cos\theta}}$

(3)　動摩擦力の大きさは，斜面を上がる場合も下りる場合も等しく，どちらも運動を妨げる向きにはたらくので (図 a，b)，X → C 間の運動で動摩擦力が小物体にした仕事は (2) と同じ W となる。

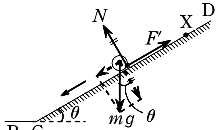


図 b

CX 間の往復で動摩擦力が小物体にした仕事は $2W$ となるので，点 A と点 Y について，力学的エネルギーの変化を考えると　$mgH-mgR=2W$

よって　$H=R+\dfrac{2W}{mg}=R+(-2\mu' d\cos\theta)$

(2) の d の値を代入して　$H=\dfrac{\boldsymbol{\sin\theta-\mu'\cos\theta}}{\boldsymbol{\sin\theta+\mu'\cos\theta}}\boldsymbol{R}$ [2]←

←[1]　別解　点 C での速さは点 B での速さと同じであるから，C → X 間での力学的エネルギーの変化を考えると　$mgh-\dfrac{1}{2}mv^2=W$

(1) より　$mgR=\dfrac{1}{2}mv^2$　　よって　$mgh-mgR=W$

←[2]　別解　斜面を逆もどりして点 C に達したときの速さを v' とする。点 X と点 C について，力学的エネルギーの変化を考えると

$\dfrac{1}{2}mv'^2-mgh=W$　……①

点 C と点 Y の間では，力学的エネルギーが保存されるので

$mgH=\dfrac{1}{2}mv'^2$　　……②

①，② 式より

$H=h+\dfrac{W}{mg}=d\sin\theta-\mu' d\cos\theta=d(\sin\theta-\mu'\cos\theta)=\dfrac{\boldsymbol{\sin\theta-\mu'\cos\theta}}{\boldsymbol{\sin\theta+\mu'\cos\theta}}\boldsymbol{R}$

48 保存力以外の力の仕事

解答　(1)　$\sqrt{\dfrac{k}{m}}\,a$　　(2)　$\sqrt{\dfrac{k}{m}a^2-2\mu' ga}$

指針　(1)　弾性力 (保存力) による運動では力学的エネルギーは保存される。

(2)　動摩擦力 (保存力以外の力) が物体に仕事をする運動では　力学的エネルギーの変化 ＝ 動摩擦力がした仕事

解説　(1)　最初に物体のもつ弾性力による位置エネルギーは　$U=\dfrac{1}{2}ka^2$

ばねから離れた後に物体のもつ運動エネルギーは　$K=\dfrac{1}{2}mv_1{}^2$

力学的エネルギー保存則より

$0+\dfrac{1}{2}ka^2=\dfrac{1}{2}mv_1{}^2+0$

ゆえに　$v_1=\sqrt{\dfrac{\boldsymbol{k}}{\boldsymbol{m}}}\,\boldsymbol{a}$

(2)　ばねから離れるまでに，動摩擦力が物体にした仕事は　$W=-\mu' mga$

物体の力学的エネルギーの変化 ＝ W　より

$\left(\dfrac{1}{2}mv_2{}^2+0\right)-\left(0+\dfrac{1}{2}ka^2\right)=-\mu' mga$

ゆえに　$v_2=\sqrt{\dfrac{\boldsymbol{k}}{\boldsymbol{m}}\boldsymbol{a^2-2\mu' ga}}$

49 力学的エネルギーの保存

解答　(1)　$l\sqrt{\dfrac{k}{M+m}}$　　(2)　$l\sqrt{\dfrac{M}{M+m}}$

指針　物体 A と B が接触している間は互いに押しあう力 (保存力以外の力) がはたらくので，物体ごとの力学的エネルギーは変化するが，A と B をあわせて 1 つの物体と考えた場合の力学的エネルギーは保存される。B が A から離れた後は，物体ごとでも力学的エネルギー保存則が成りたつ。

解説　(1)　B が A から離れる瞬間では A と B の速さは等しいので，A と B を一体とした力学的エネルギー保存則より

$0+\dfrac{1}{2}kl^2=\dfrac{1}{2}(M+m)v^2+0$　　よって　$v=\boldsymbol{l}\sqrt{\dfrac{\boldsymbol{k}}{\boldsymbol{M+m}}}$

(2)　B が離れた後の，A のみについての力学的エネルギー保存則より

$\dfrac{1}{2}Mv^2+0=0+\dfrac{1}{2}kx^2$

よって　$x=v\sqrt{\dfrac{M}{k}}=l\sqrt{\dfrac{k}{M+m}}\cdot\sqrt{\dfrac{M}{k}}=\boldsymbol{l}\sqrt{\dfrac{\boldsymbol{M}}{\boldsymbol{M+m}}}$

50 斜面上のばね振り子の運動

解答　[A]　(1)　$\dfrac{mg}{k}\sin\theta$　　(2)　$\sqrt{\dfrac{m}{k}}\,g\sin\theta$　　(3)　$\dfrac{2mg}{k}\sin\theta$

[B]　(4)　x_3：$\dfrac{mg}{k}(\sin\theta-\mu\cos\theta)$，$x_4$：$\dfrac{mg}{k}(\sin\theta+\mu\cos\theta)$

(5)　$\dfrac{2mg}{k}(\sin\theta-\mu'\cos\theta)$　　(6)　$\tan\theta>\mu+2\mu'$

指針　ばねにつり下げられて振動する物体は，運動エネルギー，重力による位置エネルギー，弾性力による位置エネルギーの 3 つのエネルギーをもつ。[A] のなめらかな斜面の場合は，力学的エネルギーが保存され，[B] のあらい斜面の場合は，力学的エネルギーの変化＝動摩擦力がした仕事　の関係が成りたつ。

解説　[A]　(1)　物体にはたらく力は図 a のようになる。斜面に平行な方向の力のつりあいより

$kx_1-mg\sin\theta=0$

よって　$x_1=\dfrac{\boldsymbol{mg}}{\boldsymbol{k}}\boldsymbol{\sin\theta}$

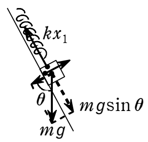


図 a

(2)　ばねが自然の長さの状態での物体の高さを重力による位置エネルギーの基準水平面とする。

ばねの伸びが x_1 のとき，物体の高さは $x_1\sin\theta$ 減少しているので (図 b)，力学的エネルギー保存則より

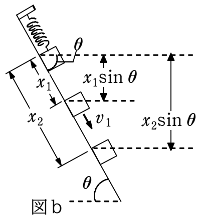


図 b

$0+0+0$

$=\dfrac{1}{2}mv_1{}^2+mg(-x_1\sin\theta)+\dfrac{1}{2}kx_2{}^2$ [1]←

x_1 の値を代入して

$\dfrac{1}{2}mv_1{}^2=mg\sin\theta\dfrac{mg\sin\theta}{k}-\dfrac{1}{2}k\left(\dfrac{mg\sin\theta}{k}\right)^2=\dfrac{(mg\sin\theta)^2}{2k}$

よって　$v_1=\sqrt{\dfrac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{k}}}\,\boldsymbol{g\sin\theta}$

(3)　最下点では物体の速さは 0 (運動エネルギーは 0) なので，力学的エネルギー保存則より

$0+0+0=0+mg(-x_2\sin\theta)+\dfrac{1}{2}kx_2{}^2$ [1]←

$\dfrac{1}{2}kx_2{}^2=mgx_2\sin\theta$

$x_2\neq 0$ より　$x_2=\dfrac{\boldsymbol{2mg}}{\boldsymbol{k}}\boldsymbol{\sin\theta}$ [2]←

[B]　(4)　斜面にそってすべり下りる直前とすべり上がる直前に物体にはたらく摩擦力は最大摩擦力 F_0 である (図 c，d)。

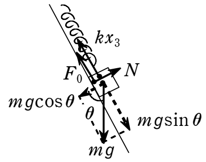


図 c

垂直抗力の大きさを N とする。斜面に垂直な方向の力のつりあいより　$N=mg\cos\theta$

となるから，最大摩擦力の式より

$F_0=\mu N=\mu mg\cos\theta$　　……①

弾性力 kx_3 が小さく，物体がすべり下りる直前では，最大摩擦力は斜面上方にはたらく (図 c)。

斜面方向の力のつりあいより

$kx_3+F_0-mg\sin\theta=0$　　……②

①，② 式より

$x_3=\dfrac{\boldsymbol{mg}}{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{\sin\theta-\mu\cos\theta})$

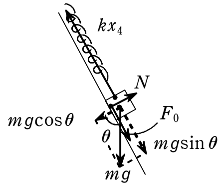


図 d

すべり上がる直前では，最大摩擦力は斜面下方にはたらく (図 d)。

$kx_4-F_0-mg\sin\theta=0$　　……③

①，③ 式より　$x_4=\dfrac{\boldsymbol{mg}}{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{\sin\theta+\mu\cos\theta})$

(5)　物体が最下点に達するまでに，動摩擦力 (大きさ $\mu' N=\mu' mg\cos\theta$) が物体にした仕事 W は　$W=-\mu' mg\cos\theta\cdot x_5$

ばねの伸びが x_5 のとき，物体の高さは $x_5\sin\theta$ 減少しているので，力学的エネルギーの変化＝動摩擦力がした仕事，および，はじめの力学的エネルギー 0 より

$mg(-x_5\sin\theta)+\dfrac{1}{2}kx_5{}^2-0=-\mu' mgx_5\cos\theta$

$x_5 \fallingdotseq 0$ より　$x_5 = \boldsymbol{\dfrac{2mg}{k}(\sin\theta - \mu'\cos\theta)}$[3]←

(6) 最下点で物体にはたらく弾性力（大きさ kx_5）が，重力の斜面方向の成分（大きさ $mg\sin\theta$）と最大摩擦力（大きさ $\mu mg\cos\theta$）の和より大きい場合に，物体は再び上昇する（図 e）。

$kx_5 > mg\sin\theta + \mu mg\cos\theta$[4]←

(5) の x_5 の値を代入して

$$2mg(\sin\theta - \mu'\cos\theta) > mg\sin\theta + \mu mg\cos\theta$$

$$\sin\theta > (\mu + 2\mu')\cos\theta$$

よって，求める条件は

$\boldsymbol{\tan\theta > \mu + 2\mu'}$[5]←

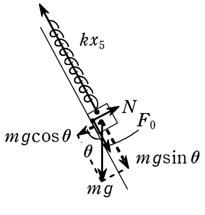


図 e

←[1]　はじめの状態での力学的エネルギーは 0 である（運動エネルギー 0，重力による位置エネルギー 0，弾性力による位置エネルギー 0）。

←[2]　$x_2 = 2x_1$ となり，つりあいの位置 x_1 が振動の中心となっている。

←[3]　x_5 の式において $\mu' = 0$ とすると $x_5 = \dfrac{2mg}{k}\sin\theta$ となり，なめらかな斜面の場合の x_2 と一致する。

←[4]　別解　$x_5 > x_4$ ならば再び上昇する。$x_5 > x_4$ を変形しても同じ式が得られる。

←[5]　$\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta$

51 棒をすべるリングの運動

解答　(1)　60°　　(2)　$v\cos\theta$

(3)　$0 = \dfrac{1}{2}mv^2 + \dfrac{1}{2}\cdot 2m(v\cos\theta)^2 + mg\left(-\dfrac{a}{\tan\theta}\right) + 2mg\left(\dfrac{a}{\sin\theta} - a\right)$

(4)　$\sqrt{\dfrac{4(2-\sqrt{3})ga}{3}}$

指針　滑車にかけられた 2 物体（リングとおもり）の運動を扱った問題であるが，リングの運動が鉛直方向に限られるので，リングの速さとおもりの速さが等しくならないことに注意する。

リングとおもりをあわせて考えると，張力がする仕事は相殺し，リングにはたらく棒からの垂直抗力が仕事をしないので，力学的エネルギーが保存される。

解説　(1)　糸の張力の大きさを T，リングにはたらく棒からの垂直抗力の大きさを N とすると，おもりとリングにはたらく力は図 a のようになる。

おもりについての力のつりあいより

$T - 2mg = 0$　……①

リングについての鉛直方向の力のつりあいより

$T\cos\theta - mg = 0$　……②

① 式より　$T = 2mg$　を ② 式に代入すると

$\cos\theta = \dfrac{1}{2}$　　よって　$\boldsymbol{\theta = 60°}$

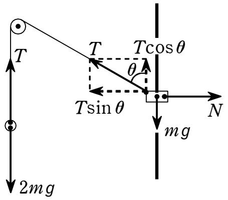


図 a

(2)　リングとおもりは糸でつながれているので，リングの糸にそった方向の速度成分の大きさ $v\cos\theta$（図 b）とおもりの速さ V は等しい。よって

$V = \boldsymbol{v\cos\theta}$

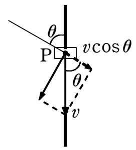


図 b

(3)　リングが O にあるときを重力による位置エネルギーの基準にとる。リングが O から P まで下降したとき，おもりが Q_0 から Q まで上昇したとする（図 c）。

滑車からリングまでの糸の長さは a から $\dfrac{a}{\sin\theta}$ になったから

$$Q_0Q = (l-a) - \left(l - \frac{a}{\sin\theta}\right) = \frac{a}{\sin\theta} - a$$

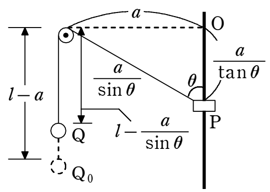


図 c

また，$\tan\theta = \dfrac{a}{\mathrm{OP}}$ より

$$\mathrm{OP} = \frac{a}{\tan\theta}$$

よって，力学的エネルギー保存則より

$$\boldsymbol{0 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\cdot 2m(v\cos\theta)^2 + mg\left(-\frac{a}{\tan\theta}\right) + 2mg\left(\frac{a}{\sin\theta} - a\right)}$$

(4)　(3) の結果より

$$\frac{1}{2}mv^2(1 + 2\cos^2\theta) = mg\left(\frac{a}{\tan\theta} - \frac{2a}{\sin\theta} + 2a\right)$$

(1) の結果より，つりあいの位置では $\theta = 60°$ であるから，$v = v_0$ として

$\dfrac{1}{2}mv_0^2\left(1 + 2\times\dfrac{1}{4}\right) = mg\left(\dfrac{a}{\sqrt{3}} - \dfrac{4a}{\sqrt{3}} + 2a\right)$[1]←

よって　$v_0 = \boldsymbol{\sqrt{\dfrac{4(2-\sqrt{3})ga}{3}}}$

←[1]　$\sin 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos 60° = \dfrac{1}{2}$

$\tan 60° = \sqrt{3}$