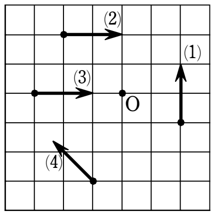
高１物理化学総合S　剛体•運動量•円運動•単振動•万有引力の練習問題

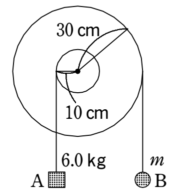
1 力のモーメント

右図の各力の点 O のまわりの力のモーメントを求めよ。ただし，力の大きさは 5.0 N，縦横の 1 目盛りは 0.10 m，反時計回りを正とする。



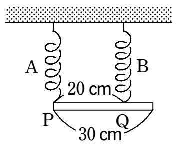
2 剛体のつりあい

共通の軸をもち，半径が 10 cm と 30 cm の 2 つの円板を固定した装置がある。軸を水平に支え，図のように 2 つのおもりを下げたとき，円板はどちらにも回転しなかった。おもり B の質量 m〔kg〕を求めよ。



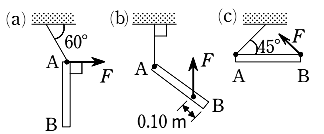
3 棒のつりあい

自然の長さの等しい 2 つのばね A，B を天井からつるし，他端に長さ 30 cm，重さ 16 N の一様な棒を図のように点 P，Q でつるしたら，ばねはともに 10 cm 伸びて，棒は水平につりあった。ばね A，B のばね定数 k_A，k_B は何 N/m か。



4 棒のつりあい

長さ 0.60 m，重さ 60 N の一様な棒 AB を，A 端につけた糸でつるし，力 F を加えて図(a)〜(c) のように支えた ((a)　力 F は水平　(b)　力 F は鉛直上向き　(c)　棒 AB は水平)。それぞれの場合の糸の張力 T〔N〕と F〔N〕の大きさを求めよ。

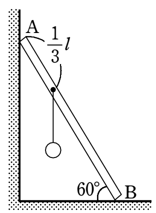


5 壁に立てかけた棒のつりあい

長さ l〔m〕の軽い棒 AB を，水平であらい床と鉛直でなめらかな壁の間に，水平から 60° の角度をなすように立てかける。棒の A 端から $\frac{1}{3}l$ 離れた点に重さ W〔N〕のおもりをつるしたところ，棒は静止した。

(1)　棒にはたらく鉛直方向および水平方向の力のつりあいの式と，点 B のまわりの力のモーメントのつりあいの式を立てよ。棒が壁から受ける垂直抗力の大きさを N_A〔N〕，床から受ける垂直抗力の大きさを N_B〔N〕，摩擦力の大きさを F〔N〕とする。

(2)　N_A，N_B，F をそれぞれ求めよ。

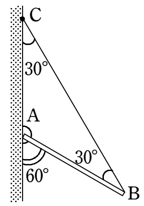


6 棒のつりあい

長さ l，重さ W の一様な棒 AB があり，A 端はちょうつがいで壁につけられ，他端 B は，A の真上の壁上の点 C に結ばれた糸により，図に示す状態で支えられている。ただし，棒は壁に垂直な鉛直面内にある。

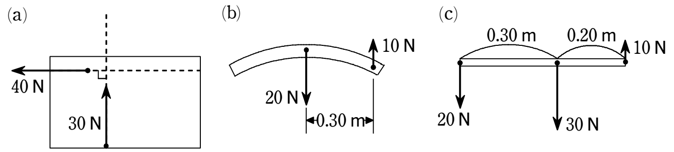
(1)　糸の張力の大きさ T を求めよ。

(2)　棒の A 端がちょうつがいから受けている抗力 $\vec{R}$ の水平成分，鉛直成分をそれぞれ R_x，R_y とする。R_x，R_y の大きさと向きをそれぞれ求めよ。



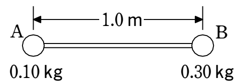
7 剛体にはたらく力の合力

次の各図で示された力の合力 $\vec{F}$〔N〕を図示し，その大きさ F〔N〕を求めよ。



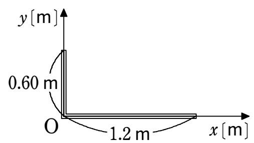
8 重心

図のように長さ 1.0 m の軽い剛体棒の両端に質量 0.10 kg の球 A と 0.30 kg の球 B をつけたとき，この 2 つの球全体の重心は球 A から何 m 離れた点か。



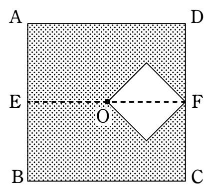
9 重心

長さ 1.8 m の一様な針金を，図のように一端から 0.60 m の所で直角に曲げ，L 字形にする。このときの針金の重心の位置の座標 (x_G，y_G) を求めよ。



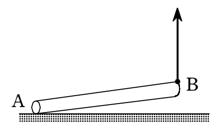
10 重心

図のように，1 辺 0.84 m の正方形 ABCD の一様な板から，OF＝0.42 m が対角線となる正方形を切り抜いた。点 E，F はそれぞれ辺 AB，CD の中点である。この板の重心 G の位置を求めよ。



11 重心

太さが一様でない，長さ 2.0 m の棒 AB がある。A 端を地面につけたまま，B 端に鉛直上向きの力を加えて少し持ち上げるには 15 N の力が必要であり，逆に，B 端を地面につけたまま A 端を同様に持ち上げるには 10 N の力が必要であった。棒の重さ W〔N〕と，A から重心までの距離 x〔m〕を求めよ。

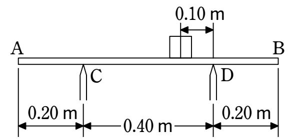


12 板にのせたおもりのつりあい

図のように，重さ 12 N の一様な板が支柱 C，D によって水平に支えられ，その上に重さ 24 N のおもりが置かれている。

(1)　板が受けているすべての力を図示せよ。また，板が支柱 C，D から受ける力はそれぞれ何 N か。

(2)　おもりを右へ移動させるとき，どこまで行くと板がひっくり返るか。



ヒント　(2)　支柱 C から受ける力が 0 になると，板はひっくり返る。

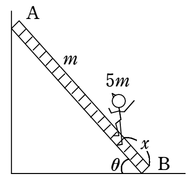
13 人が登るはしごのつりあい

質量 m，長さ l のはしご AB を鉛直でなめらかな壁面とあらい水平な床の間に水平から θ の角度でたてかける。このはしごを質量 $5m$ の人が登っていく。

$\tan\theta=\frac{4}{3}$，床とはしごの間の静止摩擦係数を0.5，重力加速度の大きさを g とする。

(1)　人が B 端から距離 x だけ登ったとき，B 端が受ける摩擦力 F の大きさを求めよ。

(2)　人がどこまで登るとはしごはすべりだすか。



ヒント　B のまわりの力のモーメントを考える。最大摩擦力になるとすべりだす。

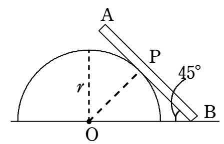
14 半球面に立てかけた棒のつりあい

あらい水平面上に半径 r のなめらかな半球面が固定されている。この半球面に長さ $L(>r)$，質量 m の一様な棒 AB を立てかけ，棒と水平面が 45° の角度をなすように静止させた。棒と水平面の間の静止摩擦係数を μ，重力加速度の大きさを g とする。

(1)　棒が半球面から受ける抗力 R の大きさを求めよ。

(2)　棒が水平面から受ける垂直抗力 N の大きさを求めよ。

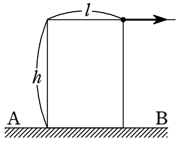
(3)　棒の長さ L がある値 L_0 より大きいと，棒はすべり始める。L_0 を求めよ。



ヒント　棒が半球面から受ける力は，棒に対して垂直である。

15 転倒せずにすべる箱

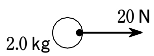
質量 m で縦，横の長さが h，l の直方体の一様な箱をあらい床の上に置く。水平な床 AB 上で箱の上端に糸をつけて水平に引いたら，箱は横転することなく，床上をすべり始めた。このようになるための床と箱の間の静止摩擦係数 μ の条件を求めよ。



ヒント　転倒する直前には床と箱の接点は１点で，このときの摩擦力の大きさが最大摩擦力より大きければ，転倒する前に箱はすべりだす。

16 運動量と力積

はじめ静止していた質量 2.0 kg の物体に，大きさ 20 N の一定の力を 10 秒間はたらかせた。



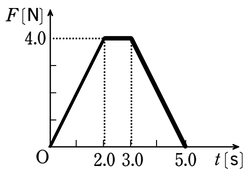
(1)　物体に与えた力積の大きさ I は何 N･s か。

(2)　物体の運動量の増加は何 kg･m/s か。

(3)　物体の速さ v' は何 m/s になったか。

17 運動量と力積

質量 3.0 kg の物体が x 軸上を正の向きに 5.0 m/s の速さで進んできて，原点を通過した瞬間から，時間の経過とともに右図のように変化する力が x 軸の正の向きに加わった。



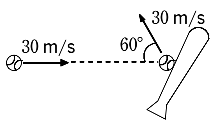
(1)　0〜5.0 秒の間に物体が力から受けた力積の大きさ I は何 N･s か。

(2)　0〜5.0 秒の間に物体が受けた平均の力 $\overline{F}$ は何 N か。

(3)　$t=5.0$ s のときの物体の速度 v' は何 m/sか。

18 運動量と力積

ピッチャーが投げた質量 0.15 kg のボールをバッターがセンター方向(正面)へ打ちかえした。このとき，30 m/s の速さで水平に飛んできたボールを仰角 60° の方向に 30 m/s の速さで打ちかえしたものとする。

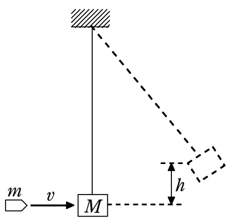


(1)　バットがボールに加えた力積 I の大きさはいくらか。

(2)　ボールとバットの接触時間が 1.0×10^{-2} 秒であったとすると，ボールが受けた平均の力 $\overline{F}$ の大きさは何 N か。

19 運動量の保存（合体）

天井に糸の一端を固定し，他端に質量 M の木片をつるす。水平方向から質量 m の弾丸が速さ v で木片の中心に命中し，弾丸は木片の中に止まり，両者一体となって運動を始めた。重力加速度の大きさを g とする。

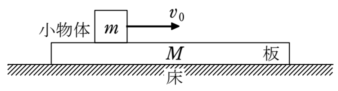


(1)　一体となった直後の速さ V を求めよ。

(2)　木片はどれだけの高さまで上がるか。最下点からの高さ h を求めよ。

20 動く板の上での物体の運動

右の図のように，質量 m の小物体が質量 M の大きな板の上にのっている。小物体と板との間の動摩擦係数を μ とし，板と床との間の摩擦を無視する。



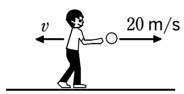
時刻 $t=0$ において，小物体に右向きの初速度 v_0 を与えると，板も同時に動き始めた。右向きを正の向きとし，重力加速度の大きさを g とする。

(1)　小物体が板に対して静止したときの板の速さ V を求めよ。

(2)　小物体に初速度を与えてから，小物体が板に対して静止するまでの時間 t を求めよ。

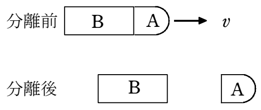
21 運動量の保存（分裂）

なめらかな水平面上に静止している質量 60 kg の人が，質量 3.0 kg の物体を水平方向に速度 20 m/s で投げた。このとき，人が物体と反対向きに動く速さ v〔m/s〕を求めよ。



22 運動量の保存と相対速度

質量 m〔kg〕の頭部 A と質量 M〔kg〕の尾部 B からなるロケットが速度 v〔m/s〕で進んでいるとき，尾部 B を頭部 A に対する相対的な速さ u〔m/s〕で一瞬のうちに分離した。

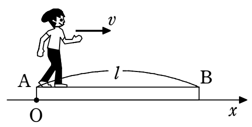


(1)　分離後の頭部 A の速度を v_A〔m/s〕，尾部 B の速度を v_B〔m/s〕として，v_A，v_B，u の関係を示せ。

(2)　頭部 A の速度 v_A〔m/s〕を求めよ。

23 重心の運動

なめらかで水平な床上に質量 m で長さが l の一様な板 AB が置かれている。この板上の A 端に乗って静止していた質量 $2m$ の人が B 端へと床に対して一定の速度 v で歩く。図のように床面に x 軸をとり，静止していた板の A 端を原点とする。



(1)　人が板上を歩いているとき，床に対する板の速度 V を求めよ。

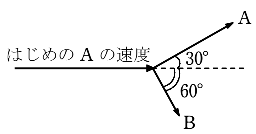
(2)　人が A 端にいるとき，人と板とからなる物体系の重心の位置 x_G を求めよ。

(3)　人が B 端に着いたときの人の位置を x_1，板の A 端の位置を x_2 とする。このとき人と板とからなる物体系の重心の位置 x_G' を x_1 と x_2 を用いて表せ。

(4)　x_1，x_2 をそれぞれ l を用いて表せ。

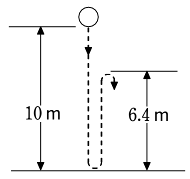
24 平面上の運動量の保存

なめらかな水平面上で，小球 A が速度 v で，静止している質量も大きさも等しい小球 B と衝突し，A は衝突前の運動方向から左 30° の方向へ，B は衝突前の A の運動方向から右 60° の方向へ進んだ。衝突後の A，B の速さ v_A，v_B を求めよ。



25 床との衝突

高さ 10 m の所からボールを静かにはなして床に落としたら衝突してはね上がり，6.4 m (最高点) の高さに達した。重力加速度の大きさを 9.8 m/s² とする。



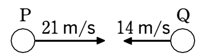
(1)　反発係数 e を求めよ。

(2)　手をはなしてから床ではねかえり，6.4 m の最高点に達するまでの時間 T〔s〕を求めよ。

(3)　２回目に床に衝突する直前の速さと衝突直後の速さをそれぞれ求めよ。

26 反発係数（２物体の衝突）

一直線上を右向きに速さ 21 m/s で進む質点 P (質量 4.0 kg) と，同一直線上を左向きに速さ 14 m/s で進む質点 Q が衝突し，質点 P は速さ 3.0 m/s で左向きに，質点 Q は速さ 2.0 m/s で右向きに運動した。

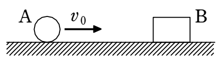


(1)　質点 Q の質量 m〔kg〕を求めよ。

(2)　質点 P と Q との間の反発係数 e の値はいくらか。

27 衝突後にはねかえる条件

なめらかな水平面上で静止している質量 M の物体 B に，質量 m の小球 A を速さ v_0 で衝突させる。小球 A と物体 B との間の反発係数を e とする。

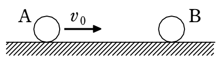


(1)　図の右向きを正の向きとして，衝突後の小球 A の速度 v と物体 B の速度 V を求めよ。

(2)　衝突後，小球 A がはねかえる (速度の向きが変わる) ための，e の条件を求めよ。

28 弾性衝突と完全非弾性衝突

なめらかな水平面上で静止している質量 m の小球 B に，質量 m の小球 A を速さ v_0 で衝突させる。図の右向きを正の向きとする。

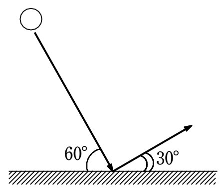


(1)　衝突が弾性衝突の場合について，衝突後の小球 A の速度 v_A と小球 B の速度 v_B を求めよ。また，衝突前後での力学的エネルギーの変化量を求めよ。

(2)　衝突が完全非弾性衝突の場合について，衝突後の小球 A の速度 v_A と小球 B の速度 v_B を求めよ。また，衝突前後での力学的エネルギーの変化量を求めよ。

29 壁との斜めの衝突

なめらかな水平面上を速さ v_0 で進んできた質量 m の小球が，なめらかな壁と 60° の角度で衝突し，壁と 30° の角度の方向にはねかえって進んだ。



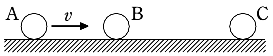
(1)　衝突後の小球の速さ v を求めよ。

(2)　小球と壁との間の反発係数 e を求めよ。

(3)　小球が壁から受けた力積の大きさを求めよ。

30 ３球の逐次衝突

なめらかな水平面上に，質量がそれぞれ m，$2m$，$3m$ の小球 A，B，C が一直線上に並んでいる。A を B のほうへ速度 v で走らせると，B ははねとばされて C と衝突する。A と B，B と C の間の反発係数はいずれも e であるとする。



(1)　A と B の衝突直後の A，B の速度 v_A，u を e と v で表せ。

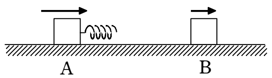
(2)　B と C の衝突直後の B，C の速度 v_B，v_C を e と v で表せ。

(3)　A と B が２度目の衝突をしないためには，e がどんな値でなければならないか。

ヒント　(3)　v_A と v_B の大小関係を考える。

31 ばねをつけた物体の衝突

ばねのついた質量 m の物体 A と質量 $3m$ の物体 B が，なめらかで水平な床の上の一直線上をそれぞれ右方に速度 $2v$，v で等速度運動をしていた。その後，ばねが物体 B に接触し，ばねは縮み始め，ばねがある長さに縮んだとき２つの物体の相対速度は０となった。ばね定数を k とし，直線上右方を正の向きとする。



(1)　２つの物体の相対速度が０となったときの物体 A の速度 V を求めよ。

(2)　このとき，２つの物体の運動エネルギーの和の衝突前からの減少 $\varDelta K$ を求めよ。

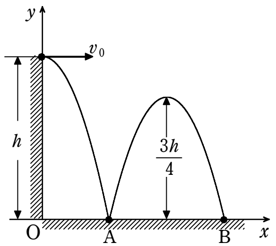
(3)　このときのばねの縮み x を求めよ。

(4)　このときの物体 A の加速度 a を求めよ。

ヒント　運動量，力学的エネルギーが保存される運動である。

32 なめらかな床との斜衝突

高さ h の台上から速さ v_0 で水平に投げ出された質量 m の小球が，水平でなめらかな床の面上の点 A で衝突して高さ $\frac{3h}{4}$ まではね上がり，点 B で再び床に衝突した。反発係数を e，重力加速度の大きさを g とする。



(1)　小球が台を離れてから点 A に至るまでの時間 t を求めよ。

(2)　点 A における衝突直前の小球の速度の y 方向成分の大きさを求めよ。

(3)　反発係数 e の値を求めよ。

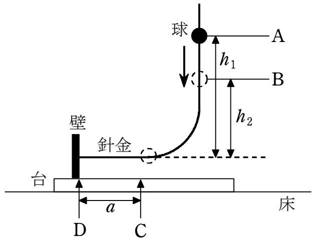
(4)　点 A における衝突で小球が床から受ける力積 I を求めよ。

(5)　別の小球を台上から速さ v_0 で水平に投げ出したところ，こんどは OA＝AB となった。このときの反発係数 e' の値を求めよ。

ヒント　水平方向には等速度運動をする。鉛直方向には，自由落下と鉛直投げ上げ運動をする。

33 小球と動く台との運動

水平でなめらかな床の上に，図のような壁に針金が固定された台が静止している。針金と壁を含んだ台の質量を M とする。針金は床に水平な部分と垂直な部分とからなり，その間をなめらかな曲線で接続されていて，その形状は固定されている。孔(あな)の開いた質量 m の球を針金に通して，針金の水平部分からの高さ h_1 の点 A から静かに落下させる。落下した球はこの曲線の部分を通過して水平方向左向きに運動し，同時に台は右向きに運動を始めた。その後，球は台の左端の壁に衝突してはねかえり，針金を通ってある高さまで上昇した。台の底面は十分大きいので球の運動によって台や針金が倒れることはないとする。重力加速度の大きさを g，壁の反発係数を e とする。球の大きさ，球と針金の間および台と床の間の摩擦は無視できるとする。



(1)　球が針金の水平部分から高さ h_2 の点 B を通過するときの球の速さ (v_B) を求めよ。

(2)　球が左向きに水平運動をしているときの球の速さ (v) と台の速さ (V) をそれぞれ求めよ。

(3)　壁 D から距離 a の点を C とする。球が CD 間を左向きに通過するのにかかる時間 (t) を求めよ。

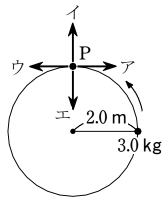
(4)　台に固定された壁に衝突した直後の球の速さ (v') と台の速さ (V') をそれぞれ求めよ。

(5)　球が壁に衝突したあとに針金を通って上に向かって運動した。球が到達する最高点の，針金の水平部分からの高さ (h_3) を求めよ。

ヒント　球と台は，それら以外から水平方向の外力を受けないため，水平方向の運動量は運動の全過程を通じて保存される。速さと速度の区別をしっかりとする。

34 等速円運動

質量 3.0 kg の物体が，右図のような半径 2.0 m の円周上を一定の速さで運動し，4.0 秒間に１回転していた。



(1)　回転の角速度 ω〔rad/s〕を求めよ。

(2)　円周上を動く速さ v〔m/s〕を求めよ。

(3)　加速度の大きさ a〔m/s²〕を求めよ。また，図の点 P で，その向きはどちら向きか。記号で答えよ。

(4)　この円運動に必要な力の大きさ F〔N〕を求めよ。

35 向心力

次の各場合について，等速円運動に必要な向心力はどのような力か答えよ。

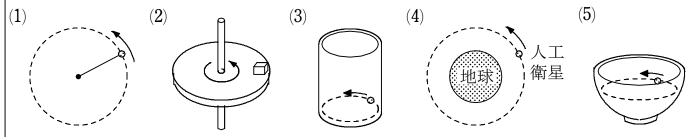
(1)　なめらかな水平面上で，糸に取りつけた小球の等速円運動

(2)　回転するあらい水平な台の上に置かれた消しゴムの等速円運動

(3)　水平に置いたコップの底で，なめらかな側面にそって回る小球の等速円運動

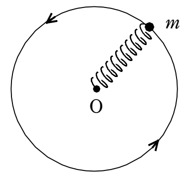
(4)　地球のまわりを回る人工衛星の等速円運動

(5)　水平に置いた碗(わん)のなめらかな内面にそって，一定の高さで回る小球の等速円運動



36 等速円運動

なめらかな水平面上の点 O に，自然の長さが l_0〔m〕の軽いつるまきばねの一端をつけ，他端に質量 m〔kg〕の小球をつけて，角速度 ω〔rad/s〕で等速円運動をさせると，ばねの長さは l〔m〕になった。



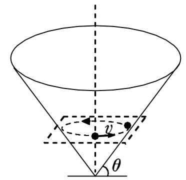
(1)　小球の加速度の向きと大きさ a〔m/s²〕を求めよ。

(2)　この円運動に必要な向心力の大きさ F〔N〕を求めよ。

(3)　このばねのばね定数 k〔N/m〕を求めよ。

37 円錐容器の内側での等速円運動

内面がなめらかですりばち形をした器の中で，質量 m の小さい物体がすべりながら，水平面内の等速円運動をしている。円錐の母線が水平面となす角を θ，重力加速度の大きさを g とする。



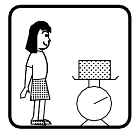
(1)　円運動の速さ v と軌道の半径 r の関係を求めよ。

(2)　この円運動の周期 T を g，r，θ を用いて表せ。

(3)　円運動の速さを２倍にしたとき，円運動の周期は何倍になるか。

38 慣性力

エレベーターの床に台はかりを置いておもりをのせる。エレベーターが静止しているとき，目盛りは 49 N を示した。重力加速度の大きさを 9.8 m/s² とする。

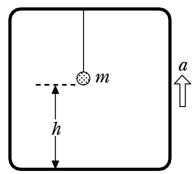


(1)　エレベーターが上向きに 1.2 m/s² の加速度で動いているとき，はかりの針は何 N を示すか。

(2)　はかりの針が 40 N を示しているとき，エレベーターはどんな運動をしているか。

39 慣性力

リフトの中に質量 m の小球が，天井から軽い糸でつるされている。このリフトを上向きの加速度 a で上昇させた。リフトの床から小球までの高さを h，重力加速度の大きさを g とする。

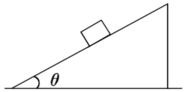


(1)　糸が小球を引く力の大きさ S を，m，g，a を用いて表せ。

(2)　糸が突然切れたとする。糸が切れてから，小球がリフトの床に当たるまでの時間 t を，g，a，h を用いて表せ。

40 慣性力

水平な面上に置かれた，傾斜 θ のなめらかな斜面上に小物体をのせ，斜面を一定の加速度で水平に運動させたところ，小物体は斜面に対して静止していた。重力加速度の大きさを g とする。



(1)　斜面の加速度の大きさ a と向きを求めよ。

(2)　斜面の加速度の大きさを (1) の 2 倍の $2a$ としたところ，小物体は斜面にそって上昇した。斜面から見た，小物体の加速度の大きさ α を求めよ。

41 ターンテーブル上の物体

半径 r のターンテーブルの端に，質量 m の物体を置く。物体とターンテーブルとの間の静止摩擦係数を μ，重力加速度の大きさを g とする。ターンテーブルを角速度 ω で回転させたところ，物体はすべらずターンテーブルとともに回転した。

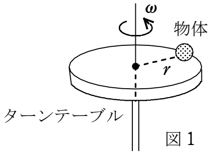


図 1

(1)　このときの物体の速さ v を求めよ。

(2)　物体にはたらく力をすべてあげ，その大きさも求めよ。

(3)　次に，角速度を徐々に増していったところ，角速度が ω_0 をこえた瞬間に，物体はターンテーブルを飛び出した。ω_0 を求めよ。

(4)　物体が飛び出した向きを図 2 に矢印で示せ。

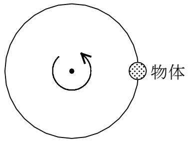
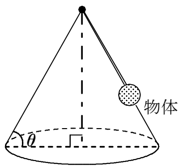


図 2

42 円錐容器の側面での等速円運動

図のように，底面と側面とのなす角度が θ の円錐を水平面に置き，円錐の頂点に長さ l の糸の一端を結び，糸のもう一端に質量 m の小さな物体を固定する。側面と物体の間にはたらく摩擦力はないものとし，重力加速度の大きさを g とする。



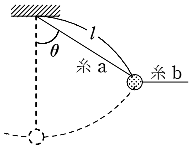
(1)　はじめ物体は静止していた。このとき，糸が物体を引く力の大きさ S と，側面が物体に及ぼす垂直抗力の大きさ N を求めよ。

(2)　次に，物体に速度を与えたところ，物体は側面上をすべりながら角速度 ω で等速円運動を始めた。このとき，糸が物体を引く力の大きさ S' と，側面が物体に及ぼす垂直抗力の大きさ N' を求めよ。

(3)　角速度を徐々に大きくしていったところ，物体は側面上をすべることなく，等速円運動を始めた。このときの円運動の周期 T を求めよ。

43 振り子の糸の張力

長さ l の軽い糸 a の一端に質量 m のおもりをつけ，これを天井からつり下げた。別の糸 b をおもりにつけて水平方向に引くと，糸 a と鉛直方向のなす角が θ のところでおもりは静止した。重力加速度の大きさを g とする。



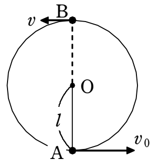
(1)　このとき，糸 a の張力の大きさ S_1 を求めよ。

(2)　次に，糸 b を静かに切る。糸 b を切った直後の，糸 a の張力の大きさ S_2 を求めよ。

(3)　おもりが最下点を通過する瞬間の，糸 a の張力の大きさ S_3 を求めよ。

44 鉛直面内の円運動

長さ l の軽い糸の一端に質量 m の小球をつけ，他端を点 O に固定する。小球が最下点 A にあるとき，小球に水平方向の初速度を与えたら，小球は鉛直面内で運動し，最高点 B を糸がたるむことなく通過した。重力加速度の大きさを g とする。



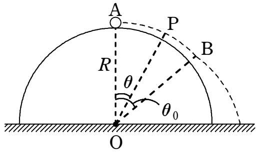
(1)　最高点 B を通過する速さの最小値 v を求めよ。

(2)　小球に与える速さの最小値 v_0 を求めよ。

(3)　この糸のかわりに同じ長さの軽く硬い棒とした場合，最高点 B を通過するには，小球に与える速さはいくらより大きくすればよいか。

45 球面上をすべり落ちる運動

図のように，水平な床に固定された半径 R のなめらかな半球の頂点 A から，質量 m の小球が初速度 0 ですべり始め，ある点 B で球面を離れて床に落ちた。A，B 間の任意の点を P，$\angle AOP=\theta$ (O は球の中心)，重力加速度の大きさを g とする。



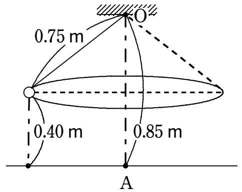
(1)　点 P における小球の速さ v を求めよ。

(2)　点 P で面が小球に及ぼす力の大きさ N を求めよ。

(3)　$\angle AOB=\theta_0$ として，$\cos\theta_0$ の値を求めよ。

46 円錐振り子と水平投射

長さ 0.75 m の軽くて伸びない糸の一端を床からの高さ 0.85 m の点 O につけ，他端に小球をつるして，床からの高さ 0.40 m の水平面内で等速円運動をさせる。重力加速度の大きさを $9.8\ \mathrm{m/s^2}$ とする。



(1)　小球の円運動の周期 T は何秒か。

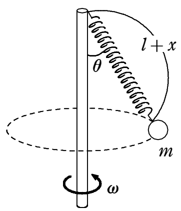
(2)　小球の速さ v は何 m/s か。

(3)　小球の回転中に突然糸が切れ，小球は床の点 C に落ちた。O の真下の床の点 A から C までの距離は何 m か。

ヒント　(3)　小球は円の接線方向，すなわち水平方向に飛び出す。

47 ばねによる円錐振り子

図のように，地面に垂直に立てられた柱の先端に，質量 m の小球のついた自然の長さ l，ばね定数 k のばねが取りつけられている。柱を回転させ，角速度が ω のとき，ばねは長さ x だけ伸び，柱とばねのなす角は θ になった。小球とともに運動する系から見ると，小球にはたらく力のつりあいの式は次のようになる。



水平方向：$\boxed{\ ①\ }$　　鉛直方向：$\boxed{\ ②\ }$

(1)　重力加速度の大きさを g とし，空所を適切な式で示せ。

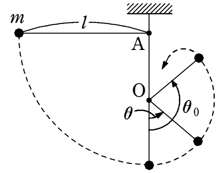
(2)　① 式から x を m，l，k および ω を用いて表せ。

(3)　柱の角速度がある値に近づいたところで，ばねの伸びが急に増大する。この角速度はいくらか。また，このとき，柱とばねのなす角度はどのようになるか。

ヒント　(3)　ばねの伸びが急に増大するとき，$x\to\infty$ と考えればよい。

48 糸の長さが変わる振り子

長さ l の糸の端に質量 m の小物体をつけ，他端を点 A に固定する。点 A の真下 $\dfrac{l}{2}$ の点 O に釘を打ちつけておき，糸が水平になる位置から物体を静かにはなした。重力加速度の大きさを g とする。



(1)　物体が最下点を通過する直前の，糸が物体を引く力の大きさ T_1 を求めよ。

(2)　物体が最下点を通過した直後の，糸が物体を引く力の大きさ T_2 を求めよ。

(3)　物体が図の角 θ の位置に達したときの，糸が物体を引く力の大きさ T を求めよ。

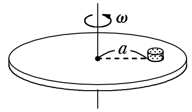
(4)　$\theta=90^\circ$ のとき，釘が糸から受ける力の大きさ F を求めよ。

(5)　$\theta=\theta_0$ のとき，物体が円軌道から放物線軌道に移る。$\cos\theta_0$ の値を求めよ。

ヒント　釘に触れる前後で，円運動の半径が変わることに注意する。

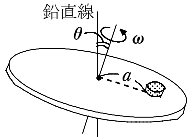
49 回転する円板上の物体

中心を通る鉛直な軸のまわりに回転している円板上，回転軸から距離 a の点に小物体がのっている。円板の回転の角速度を ω とし，小物体を円板との間の静止摩擦係数を μ，重力加速度の大きさを g とする。



(1)　物体が円板上に静止しているためには，角速度 ω と a，μ，g の間に $\omega\leqq\boxed{}$ の関係がなければならない。

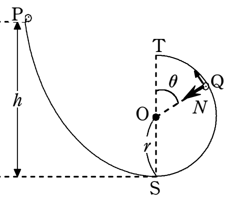
(2)　この円板の回転軸を鉛直線に対して θ だけ傾けて回転させたとき，物体が円板上に静止しているためには，角速度 ω と a，μ，g，θ の間に $\omega\leqq\boxed{}$ の関係がなければならない。



ヒント　回転する円板上に固定された座標系での力のつりあいを考える。

50 円筒の内面をすべり上がる運動

半径 r の内面のなめらかな半円筒が，縦断面 ST を鉛直にして固定され，下端 S になめらかな斜面が続いている。斜面上，S からの高さ h の点 P から，質量 m の小球を初速度 0 ですべらせる。重力加速度の大きさを g とする。



(1)　小球が $\angle TOQ=\theta$ の点 Q を通る瞬間に面から受ける抗力 N の大きさを求めよ (O は中心である)。

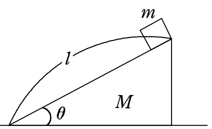
(2)　小球が円筒の頂点 T を通るためには，h はいくら以上でなければならないか。

(3)　$h=2r$ のとき，小球は T の手前の点 E で面から離れ，放物運動に移る。放物運動の最高点 H の，E からの高さ H を求めよ。

ヒント　(2)　点 T で垂直抗力を受けていれば ($N\geqq 0$)，点 T を通過できる。

51 慣性力

図のように，なめらかな水平面上に，傾角 θ の斜面をもつ台（質量 M）がある。斜面はなめらかであるとし，重力加速度の大きさを g とする。台の上端に質量 m の小物体を静かにのせたところ，台は回転せずに水平方向にすべりだした。このときの台の加速度の大きさを A として，次の問いに答えよ。



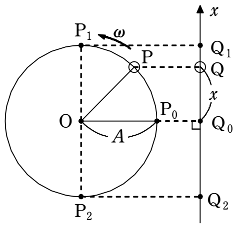
(1)　小物体が斜面から受ける垂直抗力の大きさ N を m，g，θ，A で表せ。
(2)　台に固定された座標系から観測した小物体の加速度の大きさ a を g，θ，A で表せ。
(3)　台についての水平方向の運動方程式を用いて，A を θ，M，N で表せ。
(4)　(1)，(3) の結果を用いて，A を m，g，θ，M で表せ。
(5)　小物体がこの斜面を距離 l だけすべり下りる間に，台が移動した距離 L を，M，m，g，l，θ の中から必要な文字を用いて表せ。

ヒント　(2)　台に固定された座標系での運動方程式を考える。

52 等速円運動と単振動

次の $\boxed{}$ に適当な式または語句を入れよ。

O を中心とする半径 A の円周上を等速円運動している物体 P が x 軸上に投影された運動を $\boxed{\text{ア}}$ という。時刻 $t=0$ のとき，P が図の P_0 から角速度 ω で等速円運動を始めるとき，時間 t の回転角 $\angle POP_0$ は $\boxed{\text{イ}}$ であり，P の速度は円の接線方向で大きさは $\boxed{\text{ウ}}$，加速度は円の中心向きに大きさ $\boxed{\text{エ}}$ である。



Q の運動は P の運動を x 軸上に投影したものであるから，Q の時刻 t における変位 x，速度 v，加速度 a は次のように表すことができる。$x=\boxed{\text{オ}}$，$v=\boxed{\text{カ}}$，$a=\boxed{\text{キ}}=\boxed{\text{ク}}x$

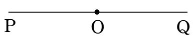
したがって，Q の速さが最大なのは図の点 $\boxed{\text{ケ}}$ であり（最大値は $\boxed{\text{コ}}$），加速度の大きさが最大なのは図の点 $\boxed{\text{サ}}$ である（最大値は $\boxed{\text{シ}}$）。また，Q の振幅は $\boxed{\text{ス}}$，周期は $\boxed{\text{セ}}$ と表される。

53 単振動の周期

ある物体が単振動をしている。単振動の中心から 0.20 m 離れた点の加速度の絶対値が $0.80\ \mathrm{m/s^2}$ であった。この単振動の角振動数 ω〔rad/s〕と周期 T〔s〕を求めよ。

54 単振動の式

線分 PQ（＝0.40 m）の中点 O に置かれた小球に，時刻 0 のときに Q の向きに速度を与えると，PQ を往復する周期 2.0 秒の単振動をした。

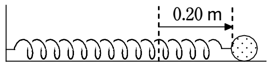


(1)　小球の O からの変位を x とするとき，x の時間変化のようすをグラフに表し，任意の時刻 t のときの x を表す式を書け。ただし，右向きを正の向きとする。
(2)　振動中心 O を右向きに通過してから $\dfrac{1}{6}$ 秒後の小球の O からの位置 x〔m〕を求めよ。
(3)　(2) のときの小球の速度 v〔m/s〕と加速度 a〔$\mathrm{m/s^2}$〕を求めよ。

(4)　加速度 a と x との間の関係式を求めよ。

55 水平ばね振り子

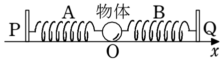
ばね定数 8.0 N/m の軽いつる巻きばねをなめらかな水平面上に置き，一端を固定し，他端に質量 0.50 kg の小球をとりつける。ばねが自然の長さから 0.20 m 伸びた状態になるまで小球を移動させてから静かにはなすと，小球は単振動をする。次の値を求めよ。



(1)　振幅 A〔m〕　(2)　周期 T〔s〕　(3)　小球の速さの最大値 v_0〔m/s〕
(4)　小球にはたらく力の大きさの最大値 F_0〔N〕

56 ２本のばねにつながれた物体の運動

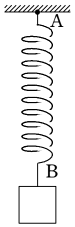
図のように，なめらかな水平面上に置かれた質量 m の物体に，ばね定数がそれぞれ k_1，k_2 の軽いばね A，B をつけ，他端をそれぞれ壁 P，Q に固定する。このときばね A，B はともに自然の長さであった。このときの物体の位置 O を原点とし，右向きを x 軸の正の向きとする。物体を正の向きに x_0 だけ移動させてから手をはなすと，物体は単振動をした。



(1)　物体が位置 x にきたとき，物体にはたらく力 F と物体の加速度 a を求めよ。
(2)　物体の加速度の大きさが最大になる位置 x を求めよ。
(3)　単振動の周期 T を求めよ。

57 鉛直ばね振り子

図のように，ばね定数 k の軽いばねの上端 A を固定し，下端 B に質量 m のおもりをつけて鉛直につるし，おもりを静止させた。重力加速度の大きさを g として次の空欄を埋めよ。

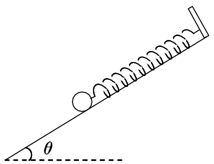


このときのばねの伸びは $\boxed{\text{ア}}$ である。この状態で，時刻 0 のときにおもりに大きさ v の鉛直下向きの速度を与えたところ，おもりは振幅が $\boxed{\text{イ}}$ で，周期が $\boxed{\text{ウ}}$ の単振動をした。

この運動で $v=\boxed{\text{エ}}$ とすると，おもりが最高点に達したときにばねはちょうど自然の長さにもどる。初めて最高点に達する時刻は $\boxed{\text{オ}}$ である。

58 斜面上のばね振り子

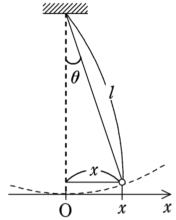
傾角 θ のなめらかな斜面上で，ばね定数 k のばねに質量 m のおもりをつけ，ばねが自然の長さとなる位置で静かにはなしたところ単振動を始めた。重力加速度の大きさを g とする。



(1)　ばねの伸びの最大値 x はいくらか。
(2)　おもりをはなしてから，ばねの伸びが初めて最大になるまでの時間 t を求めよ。

59 単振り子

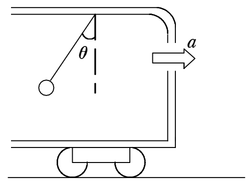
図のように，長さ l の軽い糸に，大きさの無視できる質量 m のおもりをつけて振動させる。おもりの最下点を原点 O とし，水平方向右向きに x 軸をとり，重力加速度の大きさを g とする。



(1)　糸が鉛直線を角 θ をなすとき，おもりにはたらく力の，円の接線方向の成分 F を m，g，θ を用いて表せ（F，θ はともに反時計回りを正とする）。
(2)　力 F を m，l，g，x を用いて表せ。
(3)　振れが小さい場合，力 F は水平方向にはたらくとみなせる。このとき，F が復元力となり，おもりは単振動をする。振動の周期 T を求めよ。
(4)　この実験を上向きの加速度 α で上昇するエレベーターの中で行うと，周期 T' はいくらになるか。

60 加速中の列車内の単振り子

水平でまっすぐなレール上を，一定の加速度 a で進む列車がある。列車の天井から，質量 m の小物体を長さ l の軽い糸でつるしたところ，鉛直方向から θ 傾いて静止した。重力加速度の大きさを g とする。

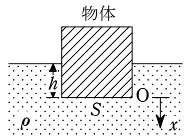


(1)　$\tan\theta$ の値を求めよ。
(2)　この物体を少し後方に引いてはなすと単振動をした。その周期 T を求めよ。

ヒント　重力と慣性力（大きさ ma）の合力の方向に振り子は傾く。

61 液体中の物体の単振動

図のように，断面積 S の円柱状の物体を密度 ρ の液体に入れたところ，物体は液体中に h だけ沈んで静止した。さらに物体を距離 d だけ沈めてからはなしたところ，上下に振動を始めた。ただし，振動中，物体の上面は常に液面から出ているものとし，物体が液体から受ける力は浮力のみと考え，重力加速度の大きさを g とする。



(1)　物体の質量 m を求めよ。
(2)　静止状態の物体の底の位置 O を $x=0$ とし，鉛直下向きに x 軸をとるものとして，振動中の物体（位置 x）にはたらく力の合力 F を ρ，S，g，x で表せ。
(3)　この振動の周期 T を求めよ。
(4)　物体の速さの最大値 v_0 を求めよ。

ヒント　密度 ρ の液体中の物体の体積を V とすると，浮力の大きさは $\rho V g$ で表される。

62 糸でつながれた２物体の単振動

質量 m および $2m$ の２つのおもりが図１のように糸でつながれ，ばね定数 k のばねにつるされて，つりあいの位置で静止している。図２のように２つのおもりを鉛直下向きに d だけ引き下げたあと，時刻 $t=0$ で静かにはなし，糸がたるまないように鉛直方向に単振動させた。重力加速度の大きさを g とし，おもりは鉛直方向にのみ運動する。ばねと糸の質量，糸の伸び，空気抵抗は無視してよい。

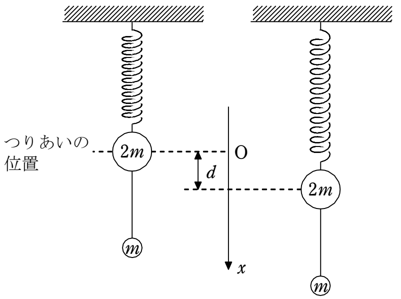


図１　　図２

(1)　単振動の周期 T とおもりの速さの最大値 v_0 を求めよ。

(2)　変位 x をつりあいの位置から図のようにはかるものとする。x の時間変化のようすをグラフに示し，時刻 t での x を式で表せ。

(3)　変位が x のときの糸の張力の大きさ S を求めよ。

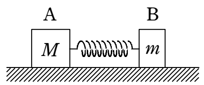
(4)　d を大きくしすぎると糸がたるむようになる。糸がたるむことなく２つのおもりが単振動できる d の最大値を求めよ。

ヒント　(4)　糸がたるむ。→ $S=0$ となる。

63 ばねでつながれた２物体の単振動

次の文中の［　　］を正しく埋めよ。

図のように，自然の長さが l，ばね定数が k の軽いばねの両端に，質量 M の物体Aと質量 m の物体Bをつける。AとBを近づけてばねを縮め，なめらかで水平な床の上で静かにはなすと，AとBは単振動を始めた。

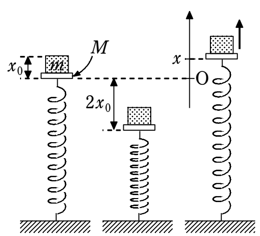


ある時刻でのばねの長さを x とすると，床に対するAの加速度は［ア］，Bの加速度は［イ］と表せる。ただし，右向きの符号を＋とする。したがって，Aから見たBの加速度は［ウ］であり，このことから，単振動の周期は［エ］であることがわかる。

ヒント　Aから見てBは単振動する。ばねの長さ x は，Aから見たBの位置に相当する。

64 ばね付きの板にのせた物体の運動

軽いつる巻きばねの一端を地面につけ，他端に質量 M の板をつけて，その上に質量 m のおもりをのせたら，ばねが x_0 だけ縮んだ位置O（板の下面）でつりあった。この位置からさらに $2x_0$ だけ押し縮めてはなすと，ばねが伸び，ある位置でおもりは板から離れた。Oを原点，鉛直上向きに x 軸をとる。重力加速度の大きさを g とする。



(1)　板が座標 x の点を通る瞬間の加速度 a，および，板とおもりが及ぼしあう力の大きさ N を求めよ。

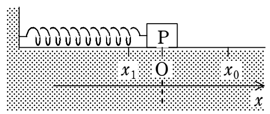
(2)　おもりが板から離れるときの位置 x_1 と，おもりの速さ v_1 を求めよ。

(3)　運動を始めてから，おもりが板から離れるまでの時間 t_1 を求めよ。

ヒント　(3)　単振動に対応する等速円運動を考え，t_1 が周期 T の何倍かを求める。

65 摩擦力による減衰振動

水平な床に，一端を固定したつる巻きばね（ばね定数 k）を置き，その他端に質量 m の物体Pをつける。ばねとPの運動は図の x 軸方向に限られ，ばねが自然の長さのときのPの位置Oを原点とする。Pを x_0 の位置まで引いて，時刻0で静かにはなすと動きだし，最大の速さになった後，減速して位置 x_1 で速さが0になった。それからPは逆向きに動きだし，何回か折り返して，n 回目の折り返し点 x_n で停止した。重力加速度の大きさを g とする。



(1)　Pと床との間の動摩擦係数 μ' を求めよ。

(2)　初めて速さが最大になったときの位置 x_A，この時刻 t_A，速さ v_A を求めよ。

(3)　Pが位置 x_n で止まるまでの全行程の長さ L と x_n の関係を求めよ。

(4)　$x_0=3.5d$，$x_1=-2.5d$ として，２回目の折り返し点の位置 x_2 を求めよ。

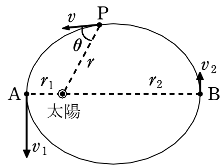
ヒント　(2)　速さが最大になるのは合力0の位置。

(3)　動摩擦力がした全仕事 $=-\mu' mgL$

(4)　右に進む運動と左に進む運動とで，振動の中心の位置が異なることに注意する。

66 ケプラーの法則

惑星の公転周期を T，軌道だ円の半長軸を a とすると，ケプラーの第三法則からすべての惑星について［ア］＝一定　の関係が成りたつ。また，図のA，B，Pでの速さと太陽の中心からの距離に関してケプラーの第二法則から　$\frac{1}{2}r_1v_1=$［イ］＝［ウ］　が成りたつ。



67 地球の質量

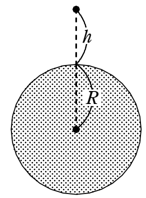
万有引力定数 $G=6.7\times10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2/kg^2}$，地球の半径 $R=6.4\times10^3\ \mathrm{km}$，地球表面での重力加速度の大きさ $g=9.8\ \mathrm{m/s^2}$ として，地球の質量 M[kg] を求めよ。地球の自転の影響は無視してよい。

68 月面での重力加速度

月の半径は地球の半径の $\frac{7}{26}$，月の質量は地球の質量の $\frac{1}{81}$ であるとする。地球の表面での重力加速度の大きさを $9.8\ \mathrm{m/s^2}$ として，月の表面における重力加速度の大きさを有効数字２桁で求めよ。

69 重力加速度

地球を半径 R の球とみなし，自転の影響を無視したときの地表における重力加速度の大きさを g とする。また，地表より鉛直方向に h の高さの点における重力加速度の大きさを g' とする。

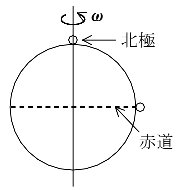


(1)　g' を g，R，h で表せ。

(2)　h と g' の関係を，h を横軸に，g' を縦軸にとってグラフに表せ。縦軸には，$h=0$，R，$2R$ における g' の値を g を単位として記せ。

70 重力の大きさ

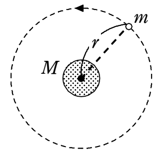
地球の質量を M，半径を R，自転の角速度を ω，万有引力定数を G として，質量 m の物体にはたらく重力を，地球の自転を考慮して求める。



(1)　北極での重力を求めよ。　　(2)　赤道での重力を求めよ。

71 ケプラーの法則と万有引力の法則

月は地球を中心とする半径 r の円軌道を描くとして，月の公転周期 T と r の関係を求めてみる。



月が円軌道を描くための向心力は，地球と月との間の万有引力である。地球と月の質量をそれぞれ M，m，月が地球を回る角速度を ω，万有引力定数を G とする。

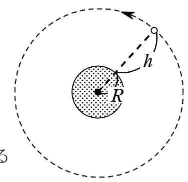
(1)　月が等速円運動するのに必要な向心力の大きさ F_1 を求めよ。

(2)　月にはたらく万有引力の大きさ F_2 を求めよ。

(3)　周期 T と半径 r との関係として，$\frac{T^2}{r^3}$ を G，M で表せ。

72 静止衛星

地表上の物体にはたらく重力は，物体と地球との間にはたらく万有引力のみによるものとし，地球の半径を R，地表における重力加速度の大きさを g とする。



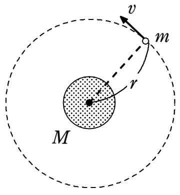
(1)　人工衛星が地表から高さ h の距離で赤道上空を円運動するとき，その周期を R，h，g を含む式で表せ。

(2)　(1) における人工衛星の周期を地球自転周期 T_0 に等しくするための，衛星の地表からの高さを T_0，R，g を含む式で表せ。

73 人工衛星の力学的エネルギー

次の文の $\boxed{}$ を埋めよ。また，問いに答えよ。

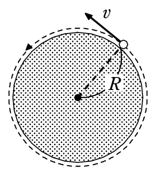
地球の質量を M，万有引力定数を G とする。いま，地球の中心から r の距離を等速円運動している質量 m の人工衛星があるとする。この人工衛星と地球の間にはたらく万有引力の大きさ F は $\boxed{ア}$ で，人工衛星の速さ v は $\boxed{イ}$ であり，その運動エネルギー K は $\boxed{ウ}$ となる。また，万有引力による位置エネルギー U は，無限遠を基準にとると $\boxed{エ}$ であるから，力学的エネルギー E は $\boxed{オ}$ となる。



問　$K:U:E$ を簡単な整数の比で表せ。

74 人工衛星のエネルギー

質量 m の人工衛星が地表すれすれの円軌道を回っている。地球の半径を R とし，地表での重力加速度の大きさを g とする。ただし，地球の自転による影響は無視でき，位置エネルギーの基準は無限遠にとるものとする。



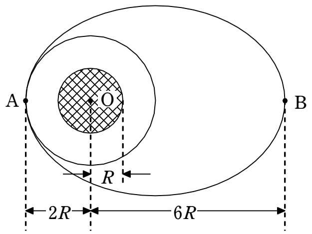
(1)　このときの人工衛星の速さ v を求めよ。

(2)　人工衛星の力学的エネルギー E を求めよ。

(3)　人工衛星が無限に遠くへ行くには，さらにどれだけのエネルギーが必要か。

75 だ円軌道上の運動

地球の半径を R，地表での重力加速度の大きさを g とする。いま，地表からの高さ R のところを円軌道を描いて回る質量 m の人工衛星があるとする。



(1)　人工衛星の速さ v_0 を求めよ。

(2)　人工衛星の周期 T_0 を求めよ。

軌道上の点 A で人工衛星を加速し，速さを v_1 にしたところ，図の点 A が近地点，点 B が遠地点となるだ円軌道に移り，$\mathrm{OB}=6R$，点 B での速さは v_2 となった。

(3)　点 A および点 B について力学的エネルギー保存則を表す式を立てよ。

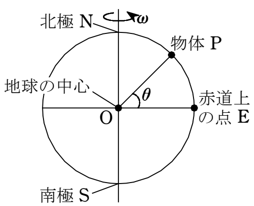
(4)　v_2 を v_1 で表せ。

(5)　v_1 および v_2 を求めよ。

(6)　このだ円軌道を回る人工衛星の周期 T を求めよ。

76 緯度と重力加速度

地上にある質量 m の物体 P にはたらく重力 W は，地球から受ける万有引力 F と地球の自転による遠心力 F' の合力で表される。地球を質量 M，半径 R の球とし，万有引力定数を G とする。図は地球の断面を示している。



(1)　物体 P は緯度 θ の地点にあるものとする。地球の自転の角速度を ω とするとき，物体 P に生じる遠心力 F' の大きさを m，R，θ，ω の中から必要なものを用いて式で表せ。

(2)　物体 P と地球との間に生じる万有引力 F の大きさを，G，M，m，R，θ，ω の中から必要なものを用いて式で表せ。

(3)　物体 P に生じる重力加速度の大きさ g を，G，M，m，R，θ，ω の中から必要なものを用いて式で表せ。

(4)　物体 P が赤道上の点 E にあるときの重力加速度の大きさを g_{E}，北極にあるときの重力加速度の大きさを g_{N} とする。両者の差 $\Delta g=g_{\mathrm{N}}-g_{\mathrm{E}}$ を R と ω を用いて式で表せ。

ヒント　地球の自転の影響を考慮する場合，重力は万有引力と遠心力の合力となる。

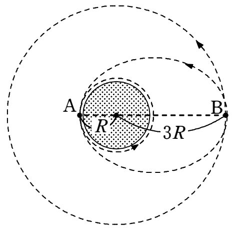
77 人工衛星の打ち上げのエネルギー

半径 r の円軌道を描いて回る人工衛星 (質量 m) を，地上から打ち上げるのに必要なエネルギー E を求めよ。ただし，地球の自転は無視し，地上での重力加速度の大きさを g，地球の半径を R とする。

ヒント　打ち上げのとき，人工衛星はすでに万有引力による位置エネルギーをもっている。

78 だ円軌道上の運動

地表上の点 A から水平方向に物体を発射する。地球の自転の影響は無視し，地球の半径を R，地表での重力加速度の大きさを g とする。



(1)　点 A から物体を速さ v_0 で発射すると，物体は地表すれすれの円運動をする。v_0 を g，R を用いて表せ。

(2)　点 A から物体を速さ v_1 で発射すると，だ円軌道を進み，地球の中心から最大 $3R$ の距離だけ離れた点 B まで達した。点 B での速さ V_1 を，v_1 を用いて表せ。さらに，v_1 を g，R を用いて表せ。

(3)　点 B で物体の運動方向を変えずに，速さを瞬間的に V_0 としたところ，物体は半径 $3R$ の円軌道を進んだ。V_0 を，v_0 を用いて表せ。

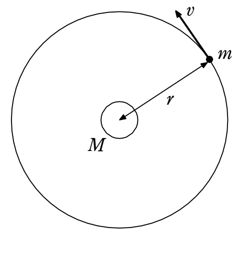
(4)　次に，点 A から物体をある速さで発射すると，物体は地球にもどらず，無限遠方へ飛び去ってしまった。そのための最小の速さ v_2 を g，R を用いて表せ。

(5)　v_0，v_1，v_2，V_0，V_1 の大小関係を示せ。

ヒント　(2)　点 A，点 B について，面積速度一定の法則と力学的エネルギー保存則を考える。

79 大気の影響による人工衛星の速度変化

地球が完全な球であると仮定すると，地球の周囲を運動する質量 m の物体が地球から受ける万有引力は $G\dfrac{Mm}{r^2}$，万有引力による位置エネルギーは $-G\dfrac{Mm}{r}$ で与えられる。ここで，G は万有引力定数，M は地球の質量，r は物体と地球の中心間の距離である。



(1)　物体が図のように，地球のまわりの半径 r の円周上を速さ v で等速円運動をしている。このとき，円運動の周期 T の 2 乗と半径 r の 3 乗の比が，万有引力定数 G と地球の質量 M を含む式で与えられることを示せ。

(2)　(1) の運動で，物体の運動エネルギーを K，万有引力による位置エネルギーを U とすると，

$2K+U=0$　…… ①　という関係が成りたつことを示せ。

(3)　万有引力以外に力がはたらいていないとき，力学的エネルギー E が保存される。物体が等速円運動をするとき，E が負であることを示せ。

(4)　地球の大気による非常に弱い摩擦力がはたらき，人工衛星の力学的エネルギー E が減少するときでも，上の ① 式は近似的に成りたつ。

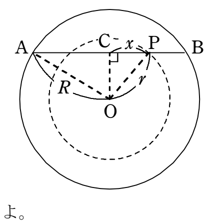
(a)　このとき，人工衛星の高度が下がることを説明せよ。

(b)　またこのとき，人工衛星の速さはどう変化するか。結果とその理由を述べよ。

ヒント　(4)　力学的エネルギーが減少するとき，運動エネルギーも減少するとは限らない。

80 万有引力による単振動

地球上の 2 点 A，B を直線で結ぶトンネルを掘り，重力の作用だけで質量 m の列車を走らせる。地球を半径 R の均質な球とし，地表面における重力加速度の大きさを g とする。地球の内部で中心 O から距離 r の点 P にある物体が地球から受ける万有引力は，地球の半径 r の部分の質量が中心 O に集中していると考えたときの引力に等しいことが数学的にわかっている。空気の抵抗や摩擦を無視する。



(1)　列車が点 P で地球から受ける万有引力の大きさ F を求めよ。

(2)　AB の中点 C を原点，CB の向きに x 軸をとる。点 P の座標を x として，点 P における列車の加速度 a を求めよ。

(3)　列車を B から初速度 0 で動かすとき，B から A までの所要時間 t を求めよ。

(4)　列車が C を通る瞬間の速さ v を求めよ。ただし，$\mathrm{AC}=l$ とする。

ヒント　(1)　地球の質量：半径 r の球面内の質量＝地球の体積：半径 r の球の体積