1

解答　(1)　0.88 J/(g･K)　　(2)　9.3×10^2 J

指針　(1)「金属球が失った熱量＝熱量計と水が得た熱量」より求める。

(2)　逃げた熱量は「$Q=C\Delta T$」より求める。熱容量は「金属球＋熱量計＋水」の全体を合計して用いる。

解説　(1)　金属の比熱を c〔J/(g･K)〕とすると，熱量の保存「失った熱量＝得た熱量」より

$$60\times c\times(73.0-23.0)=(40+200\times4.2)\times(23.0-20.0)$$

よって　$c=\dfrac{880\times3.0}{60\times50.0}=\mathbf{0.88\ J/(g\cdot K)}$

(2)　金属球，熱量計，水をあわせた熱容量を C〔J/K〕とすると

$$C=60\times0.88+40+200\times4.2=932.8$$

「$Q=C\Delta T$」より

$$Q=932.8\times(23.0-22.0)\fallingdotseq\mathbf{9.3\times10^2\ J}$$

2

解答　(1)　氷：2.1 J/(g･K)，水：4.2 J/(g･K)，水蒸気：2.1 J/(g･K)　　(2)　3.4×10^2 J/g

(3)　2.3×10^3 J/g

指針　物質の状態が変わらないときは，与えた熱量は全て物質の温度上昇に使われるので，「$Q=mc\Delta T$」が成りたつ。一方，物質の状態が変化するときは，与えた熱量は状態の変化に使われる。

解説　(1)「$Q=mc\Delta T$」を用いて考える。また，$Q=420\times$加熱時間 である。

氷：20 秒間で温度が $0-(-40)=40$ K 上昇したので

$$c=\frac{Q}{m\Delta T}=\frac{420\times20}{100\times40}=\mathbf{2.1\ J/(g\cdot K)}$$

水：(200－100) 秒間で温度が $100-0=100$ K 上昇したので

$$c=\frac{Q}{m\Delta T}=\frac{420\times(200-100)}{100\times100}=\mathbf{4.2\ J/(g\cdot K)}$$

水蒸気：(760－740) 秒間で温度が $140-100=40$ K 上昇したので

$$c=\frac{Q}{m\Delta T}=\frac{420\times(760-740)}{100\times40}=\mathbf{2.1\ J/(g\cdot K)}$$

(2)　(100－20) 秒間で 0 ℃の氷 100 g が同じ温度の水になったので

$$q_1=\frac{420\times(100-20)}{100}=336=3.36\times10^2\fallingdotseq\mathbf{3.4\times10^2\ J/g}$$

(3)　(740－200) 秒間で 100 ℃の水 100 g が同じ温度の水蒸気になったので

$$q_2=\frac{420\times(740-200)}{100}=2268=2.268\times10^3\fallingdotseq\mathbf{2.3\times10^3\ J/g}$$

3

解答　(1)　2.1 J/(g･K)　　(2)　63 g

指針　「－10 ℃の氷を 0 ℃の水にするのに必要な熱量」は，「－10 ℃の氷を 0 ℃の氷にする熱量」＋「0 ℃の氷を 0 ℃の水に状態変化させる熱量」　となる。この問題では水熱量計の熱容量は無視できるので，水熱量計自身への熱の出入りは考えなくてよい。

解説　(1)　－10 ℃，42 g の氷を 0 ℃の氷にするために必要な熱量は，「$Q=mc\Delta T$」より $42\times c\times\{0-(-10)\}$ J

0℃の氷をすべて 0 ℃の水にするのに必要な熱量は　$42\times(3.3\times10^2)$ J

この合計が，54 ℃の湯が失った熱量に等しい。したがって

$$42\times c\times10+42\times(3.3\times10^2)=65\times4.2\times(54-0)$$

これを解いて

$$c=\frac{65\times4.2\times54-42\times(3.3\times10^2)}{42\times10}=\mathbf{2.1\ J/(g\cdot K)}$$

(2)　(1) と同様に考えて

$$m\times2.1^{[1]\leftarrow}\times\{0-(-20)\}+m\times(3.3\times10^2)=93\times4.2\times(60-0)$$

これを解いて

$$m=\frac{93\times4.2\times60}{2.1\times20+(3.3\times10^2)}=\mathbf{63\ g}$$

←[1]　(1) の結果を用いた。

4

解答　1.2×10^{-5} /K

指針　熱膨張の式「$l=l_0(1+\alpha t)$」を用いる。長さの単位をそろえて考える必要がある点に注意 (解説では単位を m にそろえた)。

解説　0 ℃，t〔℃〕のときのレールの長さをそれぞれ l_0，l〔m〕とすると

$$l=l_0(1+\alpha t)$$

が成りたつ。ここで，レールの伸びを $\Delta l=l-l_0$ とすると

$$\Delta l=l_0(1+\alpha t)-l_0=l_0\alpha t$$

よって

$$\alpha=\frac{\Delta l}{l_0t}=\frac{1.2\times10^{-2\ [1]\leftarrow}}{20\times50}=\mathbf{1.2\times10^{-5}\ /K}$$

←[1]　単位を m にそろえて代入。

1.2 cm＝1.2×10^{-2} m

5

解答　Q：1.25×10^4 J，ΔT：250 K

指針　壁に撃ちこまれる直前の弾丸の運動エネルギーが，すべて発生した熱量になる。なお，「重力の影響は無視してよい」とあるので，弾丸の重力による位置エネルギーは考慮しなくてよい。

解説　壁に撃ちこまれる直前の弾丸の運動エネルギーは，「$K=\dfrac{1}{2}mv^2$」より

$$K=\frac{1}{2}\times0.100^{[1]\leftarrow}\times500^2=12500=1.25\times10^4\ \mathrm{J}$$

これがすべて熱量 Q になったので

$$Q=K=\mathbf{1.25\times10^4\ J}$$

また，「$Q=mc\Delta T$」より

$$\Delta T=\frac{Q}{mc}=\frac{1.25\times10^4}{100^{[1]\leftarrow}\times0.500}=\mathbf{250\ K}$$

←[1]　質量の単位に注意。「$K=\dfrac{1}{2}mv^2$」では単位 kg で，「$Q=mc\Delta T$」では単位 g で用いる。

6

解答　(1)　4.9×10^2 J　　(2)　3.9×10^2 J

(3)　床との衝突の際に起こる，鉛粒の変形，分裂や床の温度上昇などに使われた。

指針　1 回の落下で，鉛入り袋に対して重力は mgh〔J〕の仕事をする (重力による位置エネルギーに相当)。この仕事の一部が，鉛粒の温度上昇として使われる。

解説　(1)　1 回の落下で重力がする仕事は，鉛入り袋がもつ重力による位置エネルギー (床を基準水平面とする) に等しく[1]←

$$1.0^{[2]\leftarrow}\times9.8\times1.0\ \mathrm{J}$$

よって　$W=(1.0\times9.8\times1.0)\times50=\mathbf{4.9\times10^2\ J}$

(2)「$Q=mc\Delta T$」より

$$Q=(1.0\times10^3)^{[2]\leftarrow}\times0.13\times(3.0-0)=\mathbf{3.9\times10^2\ J}$$

(3)　**床との衝突の際に起こる，鉛粒の変形，分裂や床の温度上昇などに使われた。**

←[1]　重力による位置エネルギーは，物体が基準水平面まで落下する間に重力が物体にした仕事に等しい。

←[2]　質量の単位に注意。

(1) では単位 kg で，(2) では単位 g で用いる。

7

解答　(1)　気体がした仕事：0 J　　内部エネルギー：Q〔J〕増加した

(2)　$Q-W$〔J〕　(3)　Q〔J〕　(4)　減少する

指針　熱力学第一法則「$\Delta U=Q+W_{\text{された}}$」または「$\Delta U=Q-W_{\text{した}}$」を用いる。定積変化では $W_{\text{した}}=0$，等温変化では $\Delta U=0$，断熱変化では $Q=0$ である。

解説　(1)　定積変化では，体積が一定なので，気体がした仕事 $W_{\text{した}}$ は **0 J**

熱力学第一法則「$\Delta U=Q-W_{\text{した}}$」より，$\Delta U=Q$ となる。Q〔J〕の熱量を与えたので，内部エネルギーの増加量 $\Delta U=Q$〔J〕。したがって，**Q〔J〕増加した**[1]←。

(2)　熱力学第一法則「$\Delta U=Q-W_{\text{した}}$」より，内部エネルギーの増加量 ΔU は，

$\Delta U=\mathbf{Q-W}$〔J〕[2]←

(3)　気体の内部エネルギーが変化しなかった ($\Delta U=0$) ので，熱力学第一法則「$\Delta U=Q-W_{\text{した}}$」より　$W_{\text{した}}=\mathbf{Q}$〔J〕[3]←

(4)　断熱変化では $Q=0$ なので，熱力学第一法則「$\Delta U=Q-W_{\text{した}}$」より

$$\Delta U=-W$$

気体がした仕事 $W>0$ なので，内部エネルギーは**減少する**[4]←

←[1]　定積変化では，与えた熱がすべて内部エネルギーの増加分になる。

←[2]　定圧変化では，与えた熱が，内部エネルギーの増加と仕事になる。

←[3]　等温変化では与えた熱がすべて仕事になる。

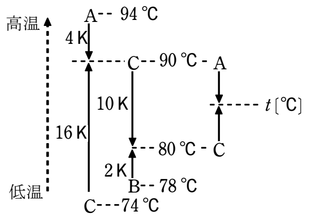
←[4]　断熱変化では，外にした仕事の分，内部エネルギーが減少する。

8

解答　(1)　88 ℃　　(2)　84 ℃

指針　熱量の保存，および熱容量の式「$Q=C\Delta T$」を用いると，A，B，C の熱容量の関係が求められる。これにより，それぞれの温度がどのように変化していくかがわかる。(2) では，A，B，C すべての温度が同じになると考えればよい。

解説　(1)　問題文を整理すると図のようになる。A，B，C の熱容量をそれぞれ，C_A，C_B，C_C とする。



初めの A と C の接触について，

「A が失う熱量＝C が得る熱量」　より

$$C_A\times4=C_C\times16$$

よって　$C_A=4C_C$

次の B と C の接触について，

「C が失う熱量＝B が得る熱量」　より

$C_C\times10=C_B\times2$　よって　$C_B=5C_C$

BとCが接触する前のCの温度は，問題文より　$80+10=90$ ℃

したがって，２回目のAとCの接触前のAの温度も 90 ℃である。

２回目のAとCの接触について

「Aが失う熱量＝Cが得る熱量」 より　$C_A(90-t)=C_C(t-80)$

$C_A=4C_C$ を代入して　$4C_C(90-t)=C_C(t-80)$　　$t=$ **88 ℃**

(2)　接触をくり返して最終的にA，B，Cの３者が熱平衡に達するまで熱のやりとりが行われる。したがって，Cの温度が一定の値になるときとはA，B，Cがすべて同じ温度になるときなので，BとCの接触後からの熱のやりとりを考えると[1]←

「Aが失う熱量＝BとCが得る熱量」 より

$C_A(90-t_f)=C_B(t_f-80)+C_C(t_f-80)$

$4C_C(90-t_f)=5C_C(t_f-80)+C_C(t_f-80)$

よって　$t_f=$ **84 ℃**

←[1]　はじめのA，B，Cの温度で考えたとき，AとCの接触後（A，Cは 90℃，Bは 78℃）で考えたとき，２回目のAとCの接触後（A，Cは 88℃，Bは 80℃）で考えたとき，いずれも答えは 84℃となる。

9

解答　(1)　$m-\dfrac{3mct_1}{q}$〔g〕　(2)　$\dfrac{q}{3c}$〔℃〕　(3)　$\dfrac{3ct_3-q}{3(c+c_0)}$〔℃〕　(4)　$\dfrac{2q-c_0t'}{6c}$〔℃〕

指針　いずれも，「金属球が失った熱量＝氷や水が得た熱量」を用いる。ただし，実験３以外は実験前後で水の温度に変化がないため，右辺は「氷が得た熱量」のみ考えればよい。

解説　(1)　金属球が失った熱量は，0℃で $(m-x)$〔g〕の氷を融解するために用いられる。

すなわち　$3mc(t_1-0)=(m-x)q$[1]←

よって　$x=\boldsymbol{m-\dfrac{3mct_1}{q}}$〔g〕

(2)　(1)において，$(m-x)$〔g〕を m〔g〕に置きかえて考えればよい[2]←。

すなわち　$3mc(t_2-0)=mq$

よって　$t_2=\boldsymbol{\dfrac{q}{3c}}$〔℃〕

(3)　0℃の氷 m〔g〕をすべて 0℃の水にするのに必要な熱量は　mq

氷がとけた後は，全体が 0℃，$3m$〔g〕の水になるので，これを t_3'〔℃〕まで上げるのに必要な熱量は　$3mc_0(t_3'-0)$

この合計が，金属球が失った熱量に等しい。すなわち

$3mc(t_3-t_3')=mq+3mc_0(t_3'-0)$

よって　$t_3'=\boldsymbol{\dfrac{3ct_3-q}{3(c+c_0)}}$〔℃〕

(4)　t'〔℃〕の氷を 0℃の水にするのに必要な熱量は　$m\times\dfrac{1}{2}c_0\times(0-t')$

0℃の氷をすべて 0℃の水にするのに必要な熱量は　mq

この合計が，金属球が失った熱量に等しい。すなわち

$3mc(t_a-0)=-\dfrac{1}{2}mc_0t'+mq$

よって　$t_a=\boldsymbol{\dfrac{2q-c_0t'}{6c}}$〔℃〕

←[1]　氷を融解するための熱量＝質量×融解熱

←[2]　(1)で，$x=0$ としてもよい。

10

解答　2.0×10^{-2} m^3

指針　圧力が一定なので，シャルルの法則「$\dfrac{V}{T}=$一定」を用いる。T は絶対温度（温度K）であることに注意。

解説　シャルルの法則「$\dfrac{V}{T}=$一定」より　$\dfrac{3.0\times10^{-2}}{273+27}=\dfrac{V}{273+(-73)}$[1]←

よって　$V=\dfrac{(3.0\times10^{-2})\times200}{300}=$ **2.0×10^{-2} m^3**

←[1]　温度は絶対温度にして代入する。

27℃＝(273＋27)K

−73℃＝{273＋(−73)}K

11

解答　(1)　質量と圧力　　(2)　528 cm^3

指針　フラスコ内の空気の圧力が一定であることを確認し，シャルルの法則「$\dfrac{V}{T}=$一定」を用いる。

解説　(1)　フラスコ内の空気は水銀滴で封じられているので出入りができない。よって**質量**は一定。

また，水銀滴にはたらく力は常につりあっているから，フラスコ内の空気の**圧力**は常に外気圧と等しく一定。

(2)　フラスコ内の空気の圧力は一定なので，シャルルの法則「$\dfrac{V}{T}=$一定」より

$\dfrac{500}{273+15}=\dfrac{V}{273+31}$[1]←[2]←

よって　$V=\dfrac{500\times304}{288}=527.7\cdots\fallingdotseq$ **528 cm^3**

←[1]　温度は絶対温度にして代入する。

15℃＝(273＋15)K

31℃＝(273＋31)K

←[2]　体積の単位は，左辺と右辺で同じであれば何でもよい。ここでは，単位 cm^3 のまま用いた。

12

解答　7.2×10^{-2} m^3

指針　ボイル・シャルルの法則「$\dfrac{pV}{T}=$一定」を用いる。

解説　ボイル・シャルルの法則「$\dfrac{pV}{T}=$一定」より

$\dfrac{(2.0\times10^5)\times(3.0\times10^{-2})}{273+27}=\dfrac{(1.0\times10^5)\times V}{273+87}$[1]←

よって　$V=\dfrac{(2.0\times10^5)\times(3.0\times10^{-2})\times360}{300\times(1.0\times10^5)}=$ **7.2×10^{-2} m^3**

←[1]　温度は絶対温度にして代入する。

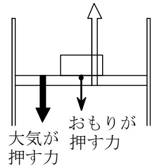
27℃＝(273＋27)K

87℃＝(273＋87)K

13

解答　16 cm

指針　ピストンにはたらく力は，おもりが上から押す力，大気が上から押す力，容器内の気体が上へ押す力の３力である。ピストンの断面積に気をつけて圧力を求め，ボイル・シャルルの法則を利用して解く。



解説　気体の圧力を p〔Pa〕とすると，ピストンにはたらく力のつりあいは，「$p=\dfrac{F}{S}$」を用いて

$p\times(1.4\times10^{-3})-(1.0\times10^5)\times(1.4\times10^{-3})-10\times9.8=0$

よって　$p=(1.0\times10^5)+\dfrac{10\times9.8}{1.4\times10^{-3}}=1.7\times10^5$ Pa

ボイル・シャルルの法則　「$\dfrac{pV}{T}=$一定」より

$\dfrac{(1.0\times10^5)\times\{(1.4\times10^{-3})\times(24\times10^{-2})\}}{300}=\dfrac{(1.7\times10^5)\times\{(1.4\times10^{-3})\times(h\times10^{-2})\}}{340}$[1]←

よって　$h=$ **16 cm**

←[1]　高さの単位を cm から m に換算する。

24 cm＝24×10^{-2} m

h〔cm〕＝$h\times10^{-2}$〔m〕

14

解答　17 %

指針　前後の状態それぞれについて理想気体の状態方程式「$pV=nRT$」を立てる。物質量 n〔mol〕が空気の量を表すので，これが前後で何％減ったかを考えるとよい。

解説　温める前と後の内部の空気の物質量をそれぞれ n，n'〔mol〕，大気圧を p〔Pa〕，気体定数を R〔J/(mol･K)〕として，前後について理想気体の状態方程式を立てると

前：$pV=nR\times(273+27)$[1]←　　後：$pV=n'R\times(273+87)$[1]←

よって　$\dfrac{n'}{n}=\dfrac{300}{360}=\dfrac{5}{6}$

したがって，逃げた空気 $(n-n')$ の，n に対する割合は

$\dfrac{n-n'}{n}\times100=\left(1-\dfrac{n'}{n}\right)\times100=\left(1-\dfrac{5}{6}\right)\times100\fallingdotseq$ **17 %**

←[1]　温度は絶対温度にして代入する。

27℃＝(273＋27)K

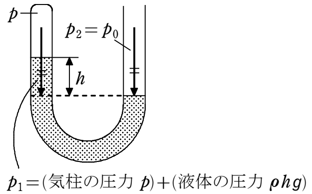
87℃＝(273＋87)K

15

解答　(1)　$p_0-\rho hg$〔Pa〕　(2)　$\dfrac{p_0-\rho hg}{p_0}l$〔m〕

指針　液体内の同一水平面では，どの点でも圧力は等しいので，右の液面に加わる圧力（大気圧）＝左の同じ高さに加わる圧力　となる。液体（密度 ρ）の深さ h の点での，液体による圧力は ρhg である。(2)では，温度一定なのでボイルの法則「$pV=$一定」で考える。

解説　(1)　右側の液面と同じ高さの水平面内の圧力に着目すると



左側の管内の圧力 $p_1=$(気柱の圧力 p)
　　　　　　　　　　$+$(液体の圧力 ρhg)

右側の管内の圧力　$p_2=$大気圧 p_0

$p_1=p_2$ より　$p+\rho hg=p_0$

ゆえに　$\boldsymbol{p=p_0-\rho hg}$〔Pa〕

(2)　左右の液面が同じ高さなので，気柱の圧力 p' は右側の液面に加わる大気圧 p_0 と等しい。　$p'=p_0$　……①

気柱の温度は一定なので，気柱の断面積を S とすると，ボイルの法則「$pV=$一定」より　$p'l'S=plS$　……②

①，② 式と (1) の結果より　$l'=\dfrac{p}{p'}l=\boldsymbol{\dfrac{p_0-\rho hg}{p_0}l}$〔m〕

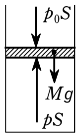
16

解答　(1)　$p_0+\dfrac{Mg}{S}$　(2)　$\dfrac{p_0S+Mg}{p_0S}H$　(3)　$\dfrac{H+h}{H}T_0$

(4)　$\dfrac{p_0S+(M+m)g}{p_0S+Mg}T_0$

指針　問題の図１でピストンにはたらく力は，ピストンの重力と，大気圧による力が下向きに，中に封入された気体の圧力による力が上向きにはたらき，これらがつりあってピストンは静止している。一方，図２では大気圧による力が左へ，内圧による力が右へはたらき，これらがつりあっている。各変化ごとに，気体は密封されて物質量が一定なので，ボイル・シャルルの法則「$\dfrac{pV}{T}=$一定」が成りたつ。

解説　(1)　ピストンには重力 Mg，大気圧が押す力 p_0S，シリンダー内の気体の圧力 (内圧) が押す力 pS の３力がはたらき，これらがつりあうので，つりあいの式は



$p=\dfrac{F}{S}$ より
力 $F=pS$

$pS-p_0S-Mg=0$

$pS=p_0S+Mg$

よって　$\boldsymbol{p=p_0+\dfrac{Mg}{S}}$

(2)　シリンダーを横に倒すとピストンの重力が中の気体に加わらないので，内圧は大気圧 p_0 と等しくなる。気体の量は変わらないので，ボイル・シャルルの法則

「$\dfrac{pV}{T}=$一定」[1]← より，図１と図２を比べて

$\dfrac{p\times SH}{T_0}=\dfrac{p_0\times Sl}{T_0}$　　よって　$l=\dfrac{pS}{p_0S}H=\boldsymbol{\dfrac{p_0S+Mg}{p_0S}H}$

(3)　加熱すると気体は膨張するが気体の上にあるピストンの重さや大気圧が変わらないので，中の気体の圧力 p も一定である。ボイル・シャルルの法則

「$\dfrac{pV}{T}=$一定」[2]← より　$\dfrac{p\times SH}{T_0}=\dfrac{p\times S(H+h)}{T}$　　$\boldsymbol{T=\dfrac{H+h}{H}T_0}$

(4)　(1) と同様にピストンのつりあいを考えると，このときの圧力 p' は

$p'S-p_0S-(M+m)g=0$　　$p'S=p_0S+(M+m)g$

ボイル・シャルルの法則より　$\dfrac{p\times S(H+h)}{T}=\dfrac{p'\times SH}{T'}$[3]←

$T'=\dfrac{p'SH}{pS(H+h)}T=\dfrac{\{p_0S+(M+m)g\}H}{(p_0S+Mg)(H+h)}\cdot\dfrac{H+h}{H}T_0$

$=\boldsymbol{\dfrac{p_0S+(M+m)g}{p_0S+Mg}T_0}$

←[1]　温度が一定なのでボイルの法則「$pV=$一定」と同じことになる。

←[2]　圧力が一定なのでシャルルの法則「$\dfrac{V}{T}=$一定」と同じことになる。

←[3]　別解　はじめから物質量が変わらないので，最初の状態 (図１) と比べてもよい。

$\dfrac{p\times SH}{T_0}=\dfrac{p'\times SH}{T'}$

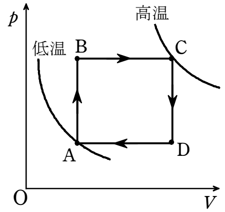
17

解答　(1)　状態 C，$\dfrac{p_2V_2}{p_1V_1}T_1$〔K〕　(2)　過程 A → B，C → D　(3)　Q〔J〕

(4)　T_1〔K〕　(5)　１サイクルで気体が外部にする仕事

指針　密閉された容器内の一定量の気体の状態変化ではボイル・シャルルの法則「$\dfrac{pV}{T}=$一定」が成立する。グラフより圧力・体積を読み取って適宜代入する。

解説　(1)　p-V 図に等温曲線を重ねてかくと最も高温となる曲線は状態 C を通過する。



よって，**状態 C**

また，そのときの温度はボイル・シャルルの法則

「$\dfrac{pV}{T}=$一定」より　$\dfrac{p_1V_1}{T_1}=\dfrac{p_2V_2}{T}$

よって　$\boldsymbol{T=\dfrac{p_2V_2}{p_1V_1}T_1}$〔K〕

(2)　定積変化のとき，気体は外部に仕事をせず，また，されることもない[1]←。

よって　**過程 A → B，C → D**

(3)　(2) より過程 A → B では $W_{\text{した}}=0$　熱力学第一法則「$\Delta U=Q-W_{\text{した}}$」より

$\boldsymbol{\Delta U=Q}$〔J〕

(4)　ボイル・シャルルの法則 より　$\dfrac{p_1V_1}{T_1}=\dfrac{p_1V_1}{T'}$

よって　$\boldsymbol{T'=T_1}$〔K〕

(5)　図 a の斜線で示した面積は過程 B → C で気体が外部にした仕事を表す。一方，図 b の斜線で示した面積は過程 D → A で気体が外部からされた仕事を表す。よって，その差し引きにより，ABCD で囲まれる面積はこの**１サイクルで気体が外部にする仕事**を表す。

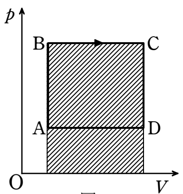


図 a

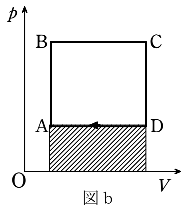


図 b

←[1]　気体が仕事をする (される) のは，体積変化をともなう場合のみ。

18

解答　(1)　$\dfrac{n_1l_2}{n_2l_1}T$〔K〕　(2)　$\dfrac{l_2(l_1+l)}{l_1(l_2-l)}T$〔K〕

指針　なめらかに動くピストンがつりあっているとき，A の内圧と B の内圧は等しくなっている。理想気体では，状態方程式「$pV=nRT$」が成りたつ。

解説　(1)　A の内圧と B の内圧は等しいので，これを p〔Pa〕とする。ピストンの断面積を S〔m²〕，気体定数を R〔J/(mol･K)〕とすると，理想気体の状態方程式「$pV=nRT$」より

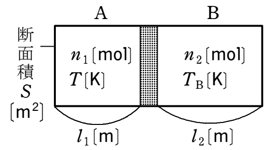


図 a

A：$p\cdot Sl_1=n_1RT$　……①

B：$p\cdot Sl_2=n_2RT_{\rm B}$　……②

② 式÷① 式 より　$\dfrac{l_2}{l_1}=\dfrac{n_2T_{\rm B}}{n_1T}$

よって　$T_{\rm B}=\boldsymbol{\dfrac{n_1l_2}{n_2l_1}T}$〔K〕　……③

(2)　変化後も，ピストンがつりあったときには A の内圧と B の内圧は等しくなるので，これを p'〔Pa〕とすると

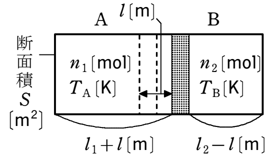


図 b

A：$p'\cdot S(l_1+l)=n_1RT_{\rm A}$　……④

B：$p'\cdot S(l_2-l)=n_2RT_{\rm B}$　……⑤

④ 式÷⑤ 式 より

$\dfrac{l_1+l}{l_2-l}=\dfrac{n_1T_{\rm A}}{n_2T_{\rm B}}$

よって　$T_{\rm A}=\dfrac{n_2(l_1+l)}{n_1(l_2-l)}T_{\rm B}$

これに ③ 式を代入すると

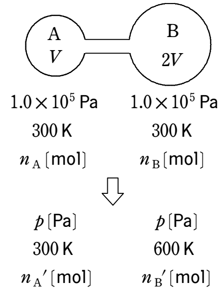
$T_{\rm A}=\dfrac{n_2(l_1+l)}{n_1(l_2-l)}\cdot\dfrac{n_1l_2}{n_2l_1}T=\boldsymbol{\dfrac{l_2(l_1+l)}{l_1(l_2-l)}T}$〔K〕

19

解答　1.5×10^5 Pa，　$\dfrac{1}{6}$

指針　理想気体の状態方程式「$pV=nRT$」によって，A，B それぞれにある空気の物質量を求める。AB 間で気体が移動しても，全体の物質量の合計は不変である。

解説　変化前の A，B にある空気の物質量をそれぞれ $n_{\rm A}$，$n_{\rm B}$〔mol〕，変化後の物質量をそれぞれ $n_{\rm A}'$，$n_{\rm B}'$〔mol〕とする。



気体定数を R〔J/(mol･K)〕として，変化前後の A，B について状態方程式を立てると

変化前

A：$(1.0\times10^5)\times V=n_{\rm A}R\times300$

よって　$n_{\rm A}=(1.0\times10^5)\times\dfrac{V}{300R}$　……①

B：$(1.0\times10^5)\times2V=n_{\rm B}R\times300$

よって　$n_{\rm B}=(2.0\times10^5)\times\dfrac{V}{300R}$　……②

変化後

A：$p\times V=n_{\rm A}'R\times300$　　よって　$n_{\rm A}'=p\times\dfrac{V}{300R}$　……③

B：$p\times2V=n_{\rm B}'R\times600$[1]←　　よって　$n_{\rm B}'=p\times\dfrac{V}{300R}$　……④

変化前後で物質量の総和は変わらないので　$n_{\rm A}+n_{\rm B}=n_{\rm A}'+n_{\rm B}'$[2]←

これに ①〜④ 式を代入して

$\{(1.0\times10^5)+(2.0\times10^5)\}\times\dfrac{V}{300R}=(p+p)\times\dfrac{V}{300R}$

これを解いて　$\boldsymbol{p=1.5\times10^5}$ **Pa**

また，①，②式より　$\dfrac{n_A}{n_A+n_B}=\dfrac{1}{3}$　　$n_A=\dfrac{1}{3}n_全$（$n_全$：全体の物質量）

③，④式より　$\dfrac{n_A'}{n_A'+n_B'}=\dfrac{1}{2}$　　$n_A'=\dfrac{1}{2}n_全$

よって，BからAへ移動した空気の物質量 Δn は

$$\Delta n=n_A'-n_A=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)n_全=\frac{1}{6}n_全\qquad よって\quad \mathbf{\frac{1}{6}}$$

←[1]　AとBは細い管でつながれているので，圧力は等しい。

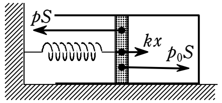
←[2]　「$pV=nRT$」より，物質量 n は $\dfrac{pV}{T}$ に比例する。したがって　$\dfrac{pV}{T}$ の和＝一定を用いてもよい。

20

解答　(1)　1.3×10^5 Pa　　(2)　2.3×10^2 J

指針　ばね付きピストンで封じた気体では，容器内の気体がピストンに及ぼす力，大気がピストンに及ぼす力，ばねの弾性力の3力がつりあっている。気体がする仕事は，大気圧に対してする仕事とばねに対してする仕事の和で考える。

解説　(1)　ばね（ばね定数 k[N/m]）の縮みが x[m] のときの，ばねの弾性力の大きさは kx[N]。大気圧を p_0[Pa] とすると，ピストン（断面積 S[m²]）にはたらく力のつりあいより



$pS-p_0S-kx=0$

ゆえに　$p=p_0+\dfrac{kx}{S}$

$$=(1.0\times10^5)+\frac{(1.5\times10^3)\times0.20}{1.0\times10^{-2}}=\mathbf{1.3\times10^5\ Pa}$$

(2)　気体がした仕事 W は，大気圧に対してした仕事 W_1 とばねに対してした仕事 W_2 の和である。

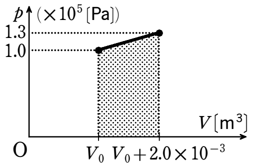
大気圧に対してした仕事 W_1 は「$W_{した}=p\Delta V$」より $W_1=p_0x\cdot S$ で求められる。

$W_1=p_0Sx=(1.0\times10^5)\times(1.0\times10^{-2})\times0.20=2.0\times10^2$ J

$W_2=\dfrac{1}{2}kx^2=\dfrac{1}{2}\times(1.5\times10^3)\times0.20^2=30$ J

ゆえに　$W=W_1+W_2=(2.0\times10^2)+30=\mathbf{2.3\times10^2\ J}$[1]←

←[1]　別解　容器内の気体がピストンに及ぼす圧力は図のようになる。ただし，最初の気体の体積を V_0[m³] としてある。体積の増加量は $(1.0\times10^{-2})\times0.20=2.0\times10^{-3}$ m³



p-V 図によって囲まれた面積が気体がピストンに対してした仕事になる。
よって，台形の面積を求めて

$$\frac{1}{2}\times(1.0+1.3)\times10^5\times2.0\times10^{-3}=\mathbf{2.3\times10^2\ J}$$

21

解答　(1)　$\dfrac{p'T}{pT'}\rho$　　(2)　87 ℃

指針　気体の質量 m，体積 V，密度 ρ とすると，$\dfrac{m}{V}=\rho$ である。この式と，ボイル・シャルルの法則「$\dfrac{pV}{T}$＝一定」より，圧力 p，絶対温度 T，密度 ρ の関係式を導き出す。

　気球が浮揚するのは，気球本体の重さ＋内部の空気の重さ＝浮力 のときである。

解説　(1)　圧力 p，絶対温度 T，密度 ρ のとき，質量 m の気体の体積を V とし，圧力 p'，絶対温度 T'，密度 ρ' のときに体積が V' になったとすると 密度＝$\dfrac{質量}{体積}$ より，

$$\rho=\frac{m}{V},\ \rho'=\frac{m}{V'}\ \longrightarrow\ V=\frac{m}{\rho},\ V'=\frac{m}{\rho'}$$

ボイル・シャルルの法則「$\dfrac{pV}{T}$＝一定」より　$\dfrac{pV}{T}=\dfrac{p'V'}{T'}$

これに上式の V，V' を代入すると　$\dfrac{pm}{\rho T}=\dfrac{p'm}{\rho'T'}$　　よって　$\boldsymbol{\rho'=\dfrac{p'T}{pT'}\rho}$

(2)　気球本体の質量を M，気球内部の空気の密度を ρ'，気球内部の体積を V，外部の空気の密度を ρ，重力加速度の大きさを g とすると，気球が浮揚するときは，気球本体の重さ＋内部の空気の重さ＝浮力（同体積の外部の空気の重さ）のときなので，$Mg+\rho'Vg=\rho Vg$ が成りたつ。

気球内部の空気の温度を T'，外部の空気の温度を T，気球の内部と外部の圧力を p とすると，(1)の結果より　$\rho'=\dfrac{pT}{pT'}\rho=\dfrac{T}{T'}\rho$

したがって　$Mg+\dfrac{T}{T'}\rho Vg=\rho Vg$

$$\frac{T\rho V}{T'}=\rho V-M\qquad T'=\frac{T\rho V}{\rho V-M}=\frac{(273+21)\times1.20\times500}{1.20\times500-110}=360\ \mathrm{K}$$

よって　$360-273=\mathbf{87\ ℃}$

22

解答　(1)　0.40 m　　(2)　1.0 m/s　　(3)　y 軸の正の向きに 0.10 m 動く

指針　問題の図（y-x 図）から波の要素（振幅 A，波長 λ）を読み取る。わずかに時間が経過したときの波形から，媒質の動く向きを調べる。

解説　(1)　図aのように，波長は
$\boldsymbol{\lambda=0.40\ m}$

(2)　図aより，$t=0$ s のとき
$x=0.20$ m の位置にある山は，
$t=0.10$ s では $x=0.30$ m の位置に達する。
したがって

$$v=\frac{0.30-0.20}{0.10-0}=\frac{0.10}{0.10}=\mathbf{1.0\ m/s}$$

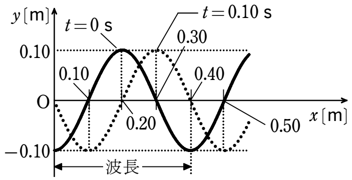
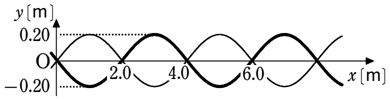


図 a

(3)　$t=0.10$ s のときに初めて図aの破線の波形になったので，原点の媒質は図aの矢印（↑）のように動く。
したがって，**y 軸の正の向きに 0.10 m 動く。**

23

解答　(1)　5.0 m/s
(2)　−0.20 m
(3)　右図の太い線
(4)　0.20 m



指針　正弦波は1周期ごとに同じ波形をくり返す。波形をかくには，経過時間が周期の何倍に当たるかを考えればよい。

解説　(1)　問題の図より，波長 λ[m] は　$\lambda=4.0$ m
1周期 $T=0.80$ s の間に1波長分進むので

$$v=\frac{\lambda}{T}=\frac{4.0}{0.80}=\mathbf{5.0\ m/s}$$

(2)　位置 $x=31$ m が波長 4.0 m の何倍であるかを考えると[1]←

$$\frac{x}{\lambda}=\frac{31}{4.0}=7.75=7+\frac{3}{4}$$

となる。$x=31$ m での媒質の変位は，$x=\dfrac{3}{4}\lambda$（＝3.0 m）での媒質の変位に等しいので，これを問題の図から読み取ると，**−0.20 m** となる。

(3)　正弦波は1周期ごとに同じ波形をくり返す。時間 $t=2.0$ s が周期 0.80 s の何倍であるかを考えると

$$\frac{t}{T}=\frac{2.0}{0.80}=2.5=2+\frac{1}{2}$$

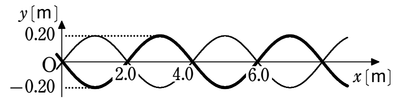


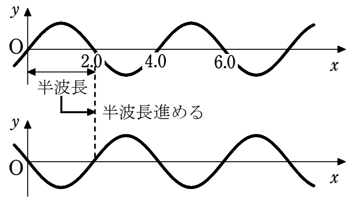
図 a

となる。2.0秒後の波形は，問題の図の瞬間から $\dfrac{1}{2}$ 周期後の波形（半波長進めた波形）と同じになり，**図aの太い実線**のようになる[2]←。

(4)　(2)より，$x=31$ m での媒質の変位は，$x=3.0$ m での媒質の変位に等しい。2.0秒後の波形（図aの太い実線）から，$x=3.0$ m での媒質の変位を読み取ると，**0.20 m** となる。

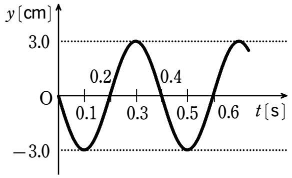
←[1]　正弦波は1波長進むごとに同じ波形をくり返す。

←[2]　以下の図のように考える。

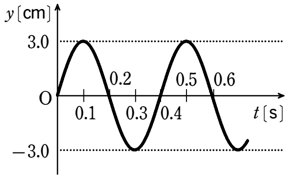


24

解答　(1)



(2)



指針　y-x 図から y-t 図をかくには，y-x 図上にわずかに時間が経過したときの波形をかいて，注目している点の媒質が初めにどの向きに動くのかを調べる。振幅や周期を求めて正弦曲線をかけば y-t 図が得られる。

解説　(1)　問題の y-x 図より波長は $\lambda=2.0$ cm である[1]←。波の速さは $v=5.0$ cm/s であるから，周期は $T=\dfrac{\lambda^{[2]\leftarrow}}{v}=\dfrac{2.0}{5.0}=0.40$ s

原点 O での媒質がどのように時間変化するかを調べる。$t=0$ s からわずかに時間が経過したときの波形を問題の図に重ねると，図 a のようになる。$t=0$ s での変位は y-x 図より $y=0$ cm であり，その次の瞬間には下向きに動く (負の向きに変位する)。以上より，原点 O での媒質の変位の時間変化のグラフ (y-t 図)[3]← は**図 b** のようになる。

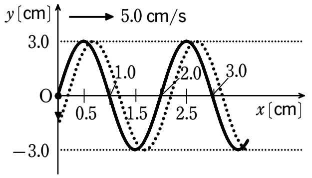


図 a

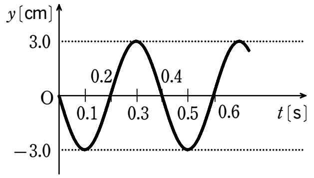


図 b

(2)　(1) と同様に，$t=0$ s からわずかに時間が経過したときの波形を問題の図に重ねると，図 c のようになる。$t=0$ s での変位は $y=0$ cm であり，その次の瞬間には上向きに動く (正の向きに変位する)。以上より，原点 O での媒質の変位の時間変化は**図 d** のようになる。

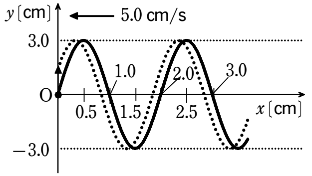


図 c

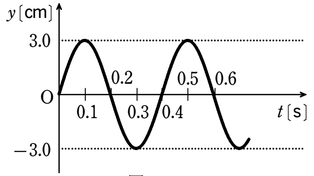


図 d

←[1]　波長は波１つ分の長さである。

←[2]　「$v=\dfrac{\lambda}{T}$」より　$T=\dfrac{\lambda}{v}$

←[3]　y-t 図はある位置の媒質の変位の時間変化を表す (横軸が時間 t)。

25

解答　(1)　a，e　(2)　c，g　(3)　b，d，f　(4)　a，e

(問)　(1)　a，e　(2)　c，g　(3)　b，d，f　(4)　c，g

指針　(1)，(2)　横波表示の変位を時計回りに 90° 回転させ，縦波の変位にもどして調べる。

(3)，(4)　縦波でも，媒質の速さは横波表示の山・谷の点で 0 となり，変位 y が 0 の点で最大となる。速度の向きを知るには少し後の横波表示の波形をかく。この間の媒質の動きの向きが y 軸の正の向きならば，振動の速度は x 軸の正の向き (右向き) である。

解説　y 軸方向に表された変位を x 軸方向にかき直すと図 a のようになる[1]←。

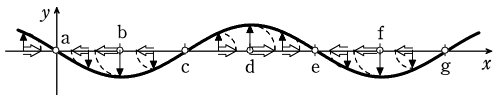


図 a

(1)　最も密な点は媒質が周囲から集まる点である。よって　**a，e**

(2)　最も疎な点は媒質が周囲へ遠ざかる点である。よって　**c，g**

(3)　媒質の速度が 0 の点は媒質の変位の大きさが最大の点である。よって　**b，d，f**

(4)　媒質の速さが最大となるのは，振動の中心を通過するときである。すなわち，変位が 0 の a，c，e，g である。この 4 点のうち右向きに動いている点は，少し後の波形をかいて調べる (図 b)。

媒質の速度が右向きのとき，これを横波表示にすると y 軸の正の向きとなる。

媒質の速度が最大となる a，c，e，g のうち，波形をわずかに進めたとき，媒質が y 軸の正の向きに動いているのは **a，e**

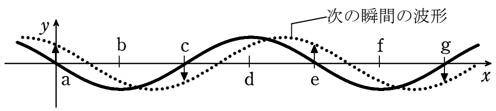


図 b

問　縦波が負の向きに進む場合であっても，注目する時刻の波形が同じであれば，媒質の変位のようすは図 a と同じになる。よって，(1)〜(3) は，正の向きに進む場合と変わらない。

(1)　最も密な点 … **a，e**　(2)　最も疎な点 … **c，g**

(3)　媒質の速度が 0 の点 … **b，d，f**

次に，媒質の速度については，少し後の波形をかいて調べる (図 c)。

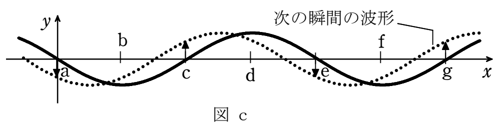
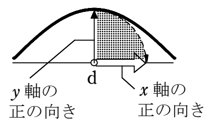


図 c

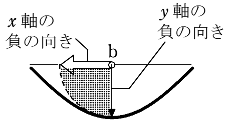
媒質の速度が最大となる a，c，e，g のうち，媒質が y 軸の正の向きに動いているのは c，g

(4)　媒質の速度が右向きに最大の点 … **c，g**

←[1]　点 d のように y 軸の正の向きに表された変位は，x 軸の正の向きにかき直す。



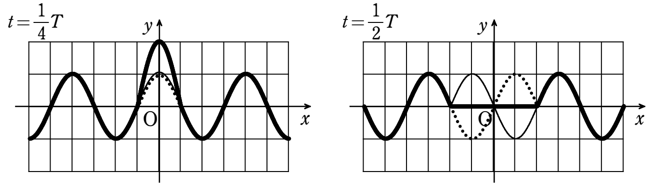
点 b のように y 軸の負の向きに表された変位は，x 軸の負の向きにかき直す。

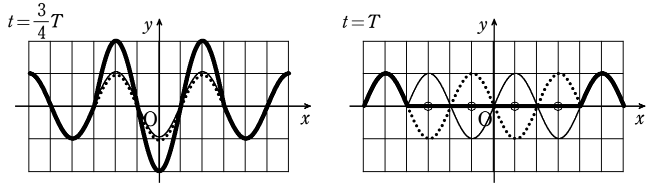


すなわち，図 a からもわかるように，x 軸の正の向きに波形の山から谷に向かう斜面が密部，谷から山に向かう斜面が疎部になる。

26

解答





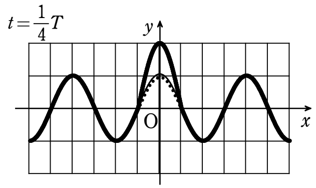
指針　波は 1 周期の間に 1 波長進むので，$\dfrac{1}{4}$ 周期では $\dfrac{1}{4}$ 波長進む。各時刻について 2 つの正弦波の波形をかき，重ねあわせの原理で合成する。どの時刻でも変位が 0 の点が合成波の節である。

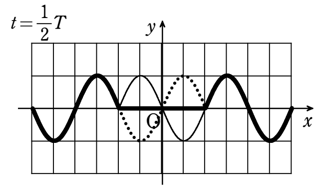
解説　2 つの正弦波の波長はともに，問題の図における横軸の目盛りの 4 目盛り分である。したがって，各波は $\dfrac{1}{4}$ 周期ごとに横軸 1 目盛りだけ右または左に進む。

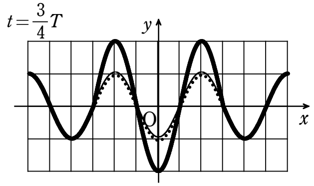
合成波は 2 つの波を重ねあわせたもので，定常波になる。

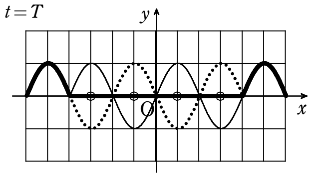
定常波の節は変位が 0 のまま振動しない点のことで，等間隔に並ぶ。

以上より，**図**のようになる[1]←。









←[1]　注　$t=T$ の図では，原点 O などを節と間違いやすいので注意すること (細破線と細実線は合成前の進行波であり，合成波ではない)。

27

解答　(1)　250 Hz，0.040 m　　(2)　0.060 m

指針　反対の向きに同じ速さで進む，波長 λ と振幅 A の等しい波が重なると，定常波ができる。定常波の基本事項をおさえておく。

定常波の振動数 (周期)＝進行波の振動数 (周期)，腹の位置での振幅＝$2A$

腹と腹 (節と節) の間隔＝$\frac{1}{2}\lambda$，隣りあう腹と節の間隔＝$\frac{1}{4}\lambda$

解説　(1)　定常波の振動数は，もとの 2 つの波 (進行波) の振動数と同じであるから

$f=$ **250 Hz**

腹の位置では，もとの 2 つの波が強めあって振幅が 2 倍になるから

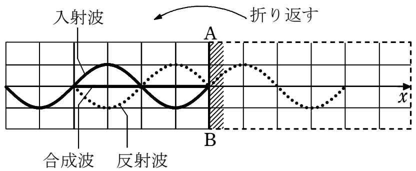
$A=2\times0.020=$ **0.040 m**

(2)　節と節の間隔は，もとの進行波の波長の半分に等しいから

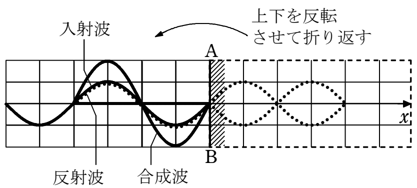
$d=\frac{1}{2}\lambda=\frac{1}{2}\times0.12=$ **0.060 m**

28

解答　(1)

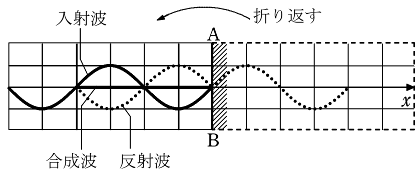


(2)



指針　自由端では波の山がそのまま山として反射される。固定端では波の山が反転して谷となって反射される。反射波の作図方法は，自由端の場合には，入射波を延長し，自由端を軸に折り返す。固定端の場合には，入射波を延長し，上下反転させたのち，固定端を軸に折り返す。

解説　波の速さは 1.0 cm/s であるから，$t=4.0$ s のとき，端 AB をこえてそのまま進んだとした入射波の先端は，端 AB より 4.0 cm (1 波長分) 右に達している。



(1)　**図 a**　自由端では，入射波の延長を，端 AB を軸にそのまま折り返したものが反射波となる。合成波の波形は入射波と反射波を重ねあわせの原理を用いて合成したものである[1]←。

(2)　**図 b**　固定端では，入射波の延長を上下反転させて，端 AB を軸に折り返したものが反射波となる。合成波は入射波と反射波を重ねあわせたものである[2]←。

図 a

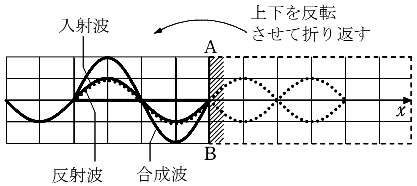


図 b

←[1]　参考　定常波ができるとき，自由端は腹となる。

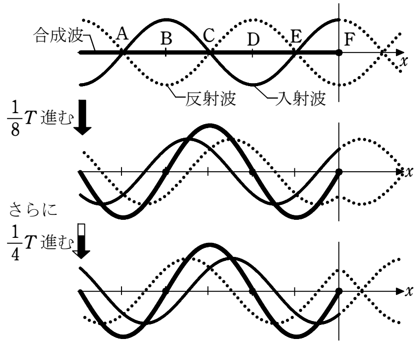
←[2]　参考　定常波ができるとき，固定端は節となる。

29

解答　B，D，F

指針　固定端は節となる。定常波の節は半波長ごとに現れる。

解説　固定端 F は常に変位が 0 の節である。また，定常波の節は半波長ごとに現れるので，節は D，B の位置である。以上より節の位置は **B，D，F**



30

解答　t_0，t_8

指針　横軸が x のグラフは波形を表し，横軸が t のグラフは媒質の変位の時間変化を表す。この問題では，図 1 がどの時刻での波形を表しているのか，そして図 2 がどの位置での媒質の変位の時間変化を表しているのかが特定できない。そこで，図 1 において媒質の密度が最大になっている位置に注目し，その位置での振動状態に対応する時刻を図 2 からさがせばよい。

解説　問題の図 1 に示された y 軸方向の変位を x 軸方向にかき直すと，図 a のようになる[1]←。

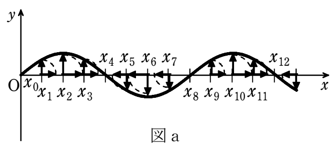


図 a

したがって，この瞬間において媒質の密度が最大になる位置は x_4，x_{12} である。このとき，位置 x_4，x_{12} での媒質の変位は 0 であり，図 1 の波形をわずかに進めると，次の瞬間に変位は正の値になる。図 2 より，変位が 0 から正の値に変化する時刻は $\boldsymbol{t_0}$，$\boldsymbol{t_8}$ である。

←[1]　y 軸の正の向きに表された変位は，x 軸の正の向きに，y 軸の負の向きに表された変位は，x 軸の負の向きにかき直す。x 軸の正の向きに波形の山から谷に向かう斜面が密部，谷から山に向かう斜面が疎部になる。

31

解答　(1)　入射波：0.20 m，反射波：0.20 m，合成波：0.40 m　　(2)　3 個

(3)　腹：0.40 m，節と腹の中点：0.28 m

指針　(1)　1.0 秒後の入射波の波形をかき，これをもとに反射波の波形をかいて，合成波を作図する。

(2)　固定端 P は節で，これより左へ半波長ごとに節がある (節と節の間隔は半波長)[1]←。

解説　(1)　1.0 秒後に，入射波 y_1 は $vt=2.0\times1.0=2.0$ m だけ x 軸の正の向きに進む。入射波 y_1 の延長をかき，これを点 P で左へ折り返し，反射波 y_2 の波形をかく。y_1 と y_2 を合成して，合成波 $y=y_1+y_2$ の波形をかく (図 a)。

点 P における変位は

入射波：0.20 m，　反射波：0.20 m，　合成波：0.40 m

(2)　固定端 P は動かないから節である。問題の図より，半波長は 4.0 m であるから，$x=8.0$ m，4.0 m，0 m が節となる。よって，節の個数は **3 個**。

別解　問題の図の時刻について[2]←，(1) と同様の作図を行うと図 b のようになり，OP 間の節の個数が 3 個であることがわかる。

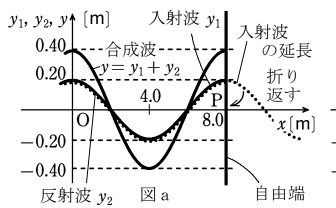


図 a

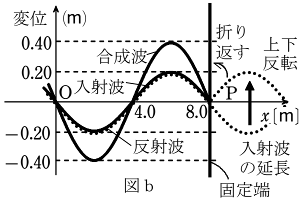


図 b

(3)　OP 間にできる定常波の腹の振幅は，入射波の振幅 0.20 m の 2 倍である。よって

$2\times0.20=$ **0.40 m**

図 b の合成波の変位の大きさが，各位置での振幅に対応している。図 b の合成波を表す式は

$y=-0.40\sin\theta$　(θ は位相を表す)

となる。ここで，節と腹の中点の位相は $\theta=\frac{\pi}{4}$ であるから

$y=-0.40\times\sin\frac{\pi}{4}=-0.40\times\frac{1}{\sqrt{2}}$

$=-0.20\sqrt{2}=-0.20\times1.4=-0.28$ m

となり，この変位の絶対値が，節と腹の中点における振動の振幅となる。

よって　**0.28 m**

←[1]　入射波と反射波が重なって定常波ができるとき，自由端は腹，固定端は節になる。

←[2]　定常波を作図する場合，時刻を適切に選ばないと，合成波が直線になって，どこが腹･節なのかわからないことがある。例えば，(2) の場合，1.0 秒後で作図すると，合成波は直線になってしまう。

32

解答　(1)　振幅 0.60 cm で振動する　　(2)　振動しない

(問)　点 P：振動しない，点 Q：振幅 0.60 cm で振動する

指針　2 つの波源の振動が同位相[1]←の場合，各波源からの距離の差が，整数×波長 となる点で波は強めあい，$\left(\text{整数}+\frac{1}{2}\right)\times$波長 となる点で波は弱めあう。

2 つの波源の振動が逆位相[1]←の場合，条件式は逆になる。

解説　(1)　A，B から点 P までの距離の差は

$BP-AP=5.0-3.0=2.0$ cm

波長 $\lambda=2.0$ cm であるから　$BP-AP=1\times\lambda$

よって，2 つの波源の振動は同位相であるから，点 P で波は強めあい，振幅は 2 倍 ($2\times0.30=0.60$ cm) になる。

したがって，**振幅 0.60 cm で振動する**。

(2)　A，B から点 Q までの距離の差は

$BQ-AQ=7.0-4.0=3.0$ cm

よって　$BQ-AQ=\frac{3}{2}\lambda=\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\lambda$

したがって，点 Q で 2 つの波は弱めあうので，**振動しない**。

問　2 つの波源の振動が逆位相の場合，強めあう条件と弱めあう条件は，同位相の場合と逆になる。点 P では

$BP-AP=1\times\lambda$

となるので，2 つの波は弱めあって，**振動しない**。一方，点 Q では

$BQ-AQ=\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\lambda$

となるので，2 つの波は強めあい，振幅は 2 倍になる。よって，**振幅 0.60 cm で振動する**。

←[1]　媒質の振動状態が等しい → 同位相

媒質の振動状態が逆 → 逆位相

33

解答　(1)　強めあい大きく振動する　　(2)　弱めあい振動しない

(3)　強めあい大きく振動する　　(4)　谷，下図 a

(5)　弱めあい振動しない，下図 b

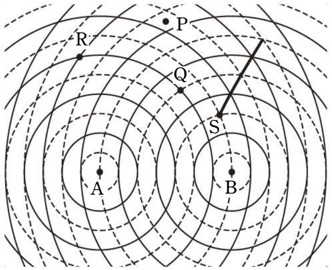


図 a

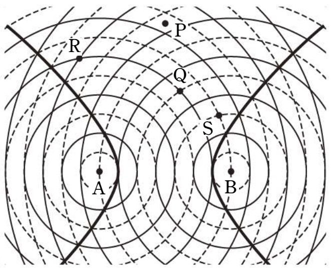


図 b

(6)　7 個，点 A からの距離：0.5 cm，1.5 cm，2.5 cm，3.5 cm，4.5 cm，5.5 cm，6.5 cm

指針　注目する点の両波源 A，B からの距離の差を求め，距離の差と波長の関係を調べる。

解説　(1)　点 P は波源 A，B から等しい距離にある。この点は，A，B から出た波が常に同じ状態で重なりあうので，波が**強めあい大きく振動する**。

(2)　図で点 Q は，山と谷がぶつかっている。この点は，波がたえず逆位相で重なりあうので，波が**弱めあい振動しない**[1]←。

(3)　図で点 R は，山と山がぶつかっている。この点は，波がたえず同位相で重なりあうので，波が**強めあい大きく振動する**[2]←。

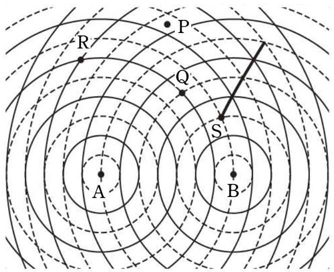


図 a

(4)　図で点 S は，谷と谷がぶつかっているので，**谷**となる。点 S は A から出た谷の波面と，B から出た谷の波面の交点である。時間が経過するにつれて，これら 2 つの波面はひろがっていくため，その交点 (谷) も移動する。0.5 周期後，1 周期後，1.5 周期後，2 周期後の波面の交点をなめらかに結ぶことにより，移動の軌跡は**図 a** のようになる[3]←。

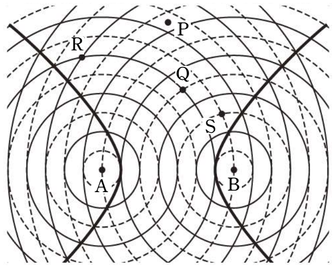


図 b

(5)　**図 b**　水面波の波長 λ[cm] は $\lambda=2.0$ cm であるから，5.0 cm の距離の差は波長 λ を用いて表すと $\frac{5}{2}\lambda=\left(2+\frac{1}{2}\right)\lambda$ となる。この点は，波がたえず逆位相で重なりあうので，波が**弱めあい振動しない**。

(6)　線分 AB 上の腹の位置を X とし，$AX=x$ とする。A，B からの距離の差は

$|AX-BX|=|x-(7.0-x)|=|2x-7.0|$

m ($m=0，1，2，\cdots$) を用いると，点 X で波が強めあう条件は

$|2x-7.0|=m\lambda$

$\lambda=2.0$ cm より　$2x-7.0=\pm m\times2.0$

よって　$x=3.5\pm m\times1.0$

$0<x<7.0$ であるから，$m=0，1，2，3$ を代入して

$x=$0.5 cm，1.5 cm，2.5 cm，3.5 cm，4.5 cm，5.5 cm，6.5 cm

したがって，腹の数は **7 個**[4]←。

←[1]　問題の図より　$AQ=3\lambda$，$BQ=\left(2+\frac{1}{2}\right)\lambda$

よって　$|AQ-BQ|=\frac{1}{2}\lambda$

であるから，点 Q は弱めあう点となる。

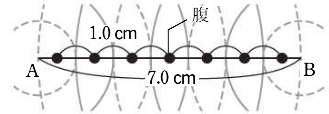
←[2]　問題の図より　$AR=3\lambda$，$BR=5\lambda$

よって　$|AR-BR|=2\lambda$

であるから，点 R は強めあう点となる。

←[3]　点 S (強めあう点) で観測された谷は，強めあう点を連ねた曲線上を移動する。

←[4]　別解　線分 AB の中点は腹になる。腹と腹の間隔が $\frac{\lambda}{2}=1.0$ cm であることから，腹の位置は下の図のようになる。よって，腹の数は **7 個**。



34

解答　(1)　70 cm/s　　(2)　1.4　　(3)　1.0 cm　　(4)　50 Hz　　(5)　0.50

指針　(1)　波長と振動数が与えられているから，「$v=f\lambda$」の式で計算できる。

(2)　入射角 i と屈折角 r を求め，屈折の法則 $\frac{\sin i}{\sin r}=n_{12}$ を用いる。

(3)　媒質 1 における波長 λ_1 は与えられているので，(2) で求めた n_{12} を用いて $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=n_{12}$ の式を利用する。

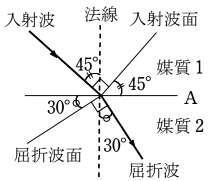
(4)　屈折の際，波の振動数は変化しない。

(5)　$\frac{\lambda_1}{\lambda_3}=n_{13}$，$\frac{\lambda_2}{\lambda_3}=n_{23}$ の式を用いる。

解説　(1)　「$v=f\lambda$」に，振動数 $f=50$ Hz，波長 $\lambda_1=1.4$ cm を代入して

$v_1=f\lambda_1=50\times1.4=$ **70 cm/s**

(2)　図のように入射角は $i=45°$，屈折角は $r=30°$ だから[1]←，屈折の法則より



$$n_{12}=\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{\sin45°}{\sin30°}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}\fallingdotseq\mathbf{1.4}$$

(3)　屈折の法則より

$n_{12}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ [2]←

これを変形して，$\lambda_1=1.4$ cm，$n_{12}=1.4$ を代入すると

$\lambda_2=\frac{\lambda_1}{n_{12}}=\frac{1.4}{1.4}=$ **1.0 cm**

(4)　屈折の際には振動数は変化しないから　$f_2=$ **50 Hz**

(5)　媒質 3 の中での波長を λ_3 とする。

$\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=n_{12}$，$\frac{\lambda_1}{\lambda_3}=n_{13}$，$\frac{\lambda_2}{\lambda_3}=n_{23}$ より[2]←

$$n_{23}=\frac{\lambda_2}{\lambda_3}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\cdot\frac{\lambda_1}{\lambda_3}=\frac{1}{n_{12}}\cdot n_{13}=\frac{1}{1.4}\times0.70=\mathbf{0.50}$$

←[1]　入射角，屈折角は，入射波の進行方向，屈折波の進行方向が法線となす角であることに注意。

←[2]　屈折の法則を用いるとき，分子と分母を逆にしないように注意すること。

35

解答　(1)　0.50 s　　(2)　A：強めあう，B：強めあう　　(3)　谷

(4)　S_1 から：40 cm，S_2 から：30 cm　　(5)　6 個　　(6)　2 か所

指針　(1)　振動数と波長から波の速さを求め，三平方の定理から S_1A の距離を求める。

(2)　２つの波源の振動が同位相の場合，各波源からの距離の差が，整数×波長 となる点で波は強めあい，$\left(整数+\frac{1}{2}\right)$×波長 となる点で波は弱めあう。

(3)　波源からの距離が，整数×波長 のときは山，$\left(整数+\frac{1}{2}\right)$×波長 のときは谷である。

(4)　点Cにおける S_1，S_2 からの波の半径は，それぞれ S_1C，S_2C である。0.30秒後には，この間に進んだ距離だけ大きくなった半径の円の交点に，点Cで観測された波は移動する。

解説　(1)　波の速さを v[cm/s]として，「$v=f\lambda$」に振動数 $f=5.0$ Hz，波長 $\lambda=10$ cm を代入すると　$v=5.0\times10=50$ cm/s

$\triangle S_1AM$ に三平方の定理を適用して　$S_1A=\sqrt{15^2+20^2}=25$ cm[1]←

よって　$t=\frac{S_1A}{v}=\frac{25}{50}=$ **0.50 s**

(2)　点A：$S_1A-S_2A=0\times\lambda$　　したがって，**強めあう**。

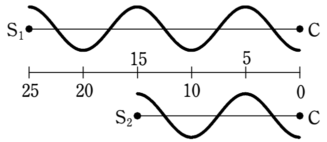
点B：$S_1B-S_2B=\sqrt{30^2+40^2}-40=50-40=10$ cm

よって　$S_1B-S_2B=1\times\lambda$　であるから，**強めあう**。

(3)　S_1 からの波：

$S_1C=25\text{ cm}=\left(2+\frac{1}{2}\right)\times\lambda$

したがって，点Cでは谷となっている(図a)。



図a

S_2 からの波：

$S_2C=15\text{ cm}=\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\lambda$

したがって，点Cでは谷となっている(図a)。

以上より，谷と谷が重なりあうので，点Cで観測される波は**谷**である。

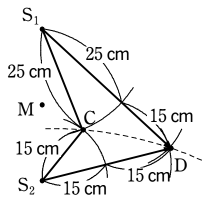
(4)　(1)で求めたように，波の速さは50 cm/sであるから，S_1，S_2 からの波は0.30秒間に

$50\times0.30=15$ cm

だけ進む。したがって，0.30秒後の点をDとすると，図bより

$S_1D=25+15=$ **40 cm**

$S_2D=15+15=$ **30 cm**[2]←



図b

(5)　線分 S_1S_2 上の節の位置を点Pとし，$S_1P=x$ とする。S_1，S_2 からの距離の差は

$$|S_1P-S_2P|=|x-(30-x)|=|2x-30|$$

m ($m=0$，1，2，…)を用いると，点Pで波が弱めあう条件は

$$|2x-30|=\left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda$$

$\lambda=10$ cmより

$$2x-30=\pm\left(m+\frac{1}{2}\right)\times10$$

よって　$x=15\pm\left(m+\frac{1}{2}\right)\times5.0$

$0<x<30$ であるから，$m=0$，1，2を代入して

$x=2.5$ cm，7.5 cm，12.5 cm，17.5 cm，22.5 cm，27.5 cm

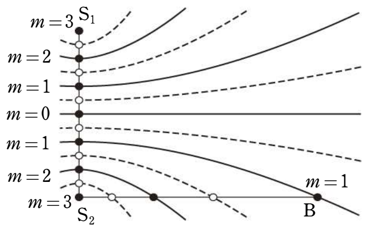
したがって，節の数は **6個**[3]←。

(6)　(5)の結果をもとに，節を連ねた線(破線)と，腹を連ねた線(実線)をかく(図c)。ここで，点Bは(2)より

$$S_1B-S_2B=1\times\lambda$$

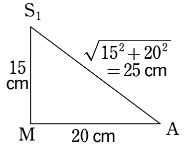
を満たすので，点Bは $m=1$ の腹の線上にあることがわかる。

よって，線分 S_2B は2本の節の線と交わる。ゆえに，線分 S_2B 上には，振動しない点は **2か所**できる。



図c

←[1]



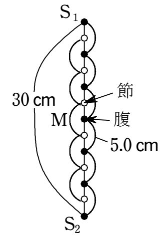
この三角形は辺の長さの比が3：4：5の直角三角形である。

←[2]　$S_1C-S_2C=1\times\lambda$，$S_1D-S_2D=1\times\lambda$　だから，点CとDでは2つの波は強めあっている。

点Cを通過した合成波は，図bに点線で示した $m=1$ の腹の線(双曲線)上を進む。

←[3]　別解　線分 S_1S_2 の中点Mは腹になる。これを基準に，腹と節の位置を求めると，右の図のようになる。

よって，節の数は **6個**。



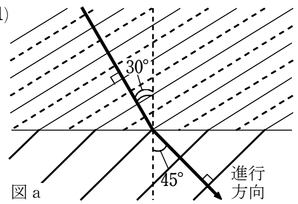
36

解答　(1)　45°，図a　　(2)　図b

(3)　図c，ABに平行に右側へ速さ $2v$[m/s]で移動する。

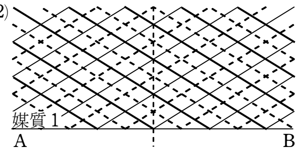
(4)　図e　$\frac{\sqrt{3}}{3}\lambda$[m]

(1)



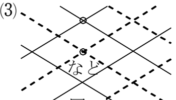
図a

(2)



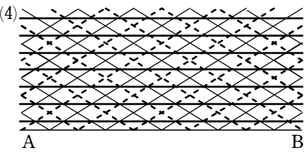
図b

(3)



図c

(4)



図e

指針　(1)　屈折の法則　$\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{v_1}{v_2}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=n_{12}$ において $v_1=v$，$v_2=\sqrt{2}\,v$

(3)　入射波面と反射波面を1秒後の位置まで動かして，強めあう点の動きを調べる。

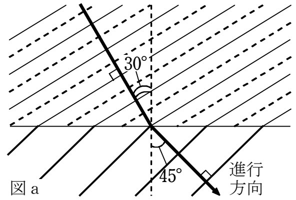
(4)　節の軌跡をつないだ線が節線となる。

解説　(1)　屈折角を r とすると

$$\frac{\sin30°}{\sin r}=\frac{v}{\sqrt{2}\,v}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

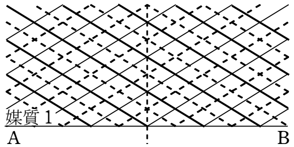
$\sin r=\sqrt{2}\sin30°=\frac{\sqrt{2}}{2}$　　よって　$r=$ **45°**

入射波と屈折波の山の線が境界面でつながることに注意して，屈折波をかくと**図a**のようになる。

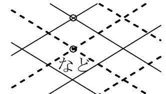


図a

(2)　反射の法則により[1]←，反射角は入射角と同じ30°になる。反射の際に位相が変わらないから，入射波の山は反射波の山につながるので，反射波の波面は**図b**のようになる。



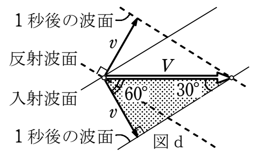
図b



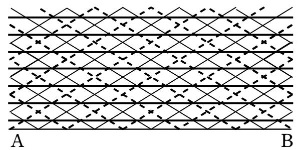
図c

(3)　図bで，山と山(実線どうし)または谷と谷(破線どうし)の交点を1つ選び，図cのように○印をつける。また，入射波面と反射波面を1秒後の位置に動かすと，図dのように波面の交点は右へ移動する[2]←。

このとき図dの三角形の辺の比から，交点(○印)が移動する速さ V[m/s]は波の速さ v[m/s]の2倍になる。したがって，**○印の位置はABに平行に右側へ速さ $2v$[m/s]で移動する。**



図d



図e

(4)　節となる点は(2)の図で山と谷の交点である。この点も(3)と同様にABに平行に右側へ移動するので，その軌跡をつないだ線が節線となる。したがって，答えは**図e**と

なる。

節線間の距離を Δx〔m〕とすれば，図 f より

$2\Delta x \cdot \cos 30° = \lambda$

よって　$\Delta x = \dfrac{\sqrt{3}}{3}\lambda$〔m〕[3]←

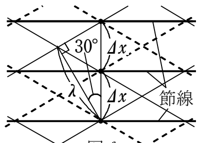
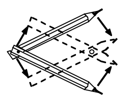


図 f

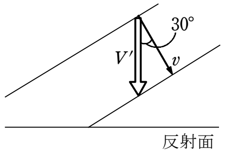
←〔1〕 反射の法則

入射角 i＝反射角 j

←〔2〕 波面や交点の動きは問題図を見ているだけではつかみにくい。鉛筆などを交差させて実際に動かしてみよ。



←〔3〕 別解　平面波が反射面に対して垂直に近づく速さ V'〔m/s〕は $V' = \dfrac{v}{\cos 30°}$ と $\dfrac{1}{\cos 30°}$ 倍になる。したがって，反射面に垂直方向の波長も $\dfrac{1}{\cos 30°}$ 倍となり，節線間の距離も $\dfrac{1}{\cos 30°}$ 倍となる。



$$\Delta x = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\lambda}{\cos 30°}\right)$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{3}\lambda\,〔\mathrm{m}〕$$

37

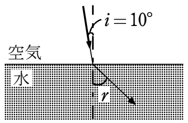
解答　(1)　屈折角のほうが大きい。　(2)　0.70

指針　音波に屈折の法則を適用して，入射角と屈折角の関係を求める。

解説　(1)　入射角を i，屈折角を r とする（$0° < i < 90°$，$0° < r < 90°$）。

屈折の法則「$\dfrac{\sin i}{\sin r} = \dfrac{v_1}{v_2}$」より

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{3.4\times10^2}{1.4\times10^3} = \frac{340}{1400} < 1$$



よって　$\sin i < \sin r$

ここで，関数 $\sin x$ は $0° < x < 90°$ の範囲で単調増加するので

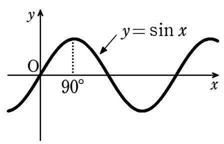
$i < r$[1]←　ゆえに，**屈折角のほうが大きい**[2]←。

(2)　入射角 $i = 10°$ のとき，屈折の法則より

$\dfrac{\sin 10°}{\sin r} = \dfrac{340}{1400}$　よって　$\dfrac{0.17}{\sin r} = \dfrac{340}{1400}$

$\sin r = \dfrac{1400\times0.17}{340} = \mathbf{0.70}$

←〔1〕 $y = \sin x$ のグラフより，x の値が大きいほど，$y = \sin x$ の値も大きいことがわかる。



←〔2〕 音波の場合には，空気中より水中のほうが速く進むので，屈折角 r は入射角 i より大きくなる（光の場合とは逆になる）。

38

解答　(1)　0.40 m，8.5×10^2 Hz　(2)　5.0×10^{-2} m

指針　２つの経路（PAQ と PBQ）の経路差が $\left(整数+\dfrac{1}{2}\right)\times$波長 のとき，音は弱めあう。

初めの状態では経路差が０であるから，初めて音が聞こえなくなるのは経路差が半波長になるときである。

解説　(1)　２つの音波が 弱めあう条件は

$|\mathrm{PAQ}-\mathrm{PBQ}| = \left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda$　$(m = 0,\ 1,\ 2\cdots\cdots)$

PAQ を 0.10 m 引き出したときの経路差は，往復であることに注意して

$|\mathrm{PAQ}-\mathrm{PBQ}| = 2\times0.10 = 0.20$ m

このとき，初めて弱めあうので　$m = 0$

以上より　$0.20 = \dfrac{1}{2}\lambda$　よって　$\lambda = \mathbf{0.40\ m}$

「$V = f\lambda$」より　$3.4\times10^2 = f\times0.40$　よって　$f = \mathbf{8.5\times10^2\ Hz}$

(2)　「$V = f\lambda$」より，１オクターブ高い音（振動数が２倍の音）の波長は，もとの音の波長の半分である[1]←。したがって，引き出す距離も半分となる。

よって　$\dfrac{0.10}{2} = 0.050 = \mathbf{5.0\times10^{-2}\ m}$

←〔1〕 音の速さは変わらない。

39

解答　442 Hz

指針　振動数と１秒当たりのうなりの回数の式「$f = |f_1 - f_2|$」を用いる。

解説　弦楽器の弦と標準おんさとのうなりは毎秒２回であるから[1]←

$2 = |f - 440|$

よって　$f = 442$ Hz または 438 Hz

弦楽器の弦と低周波発振器とのうなりは毎秒３回 であるから

$3 = |f - 445|$

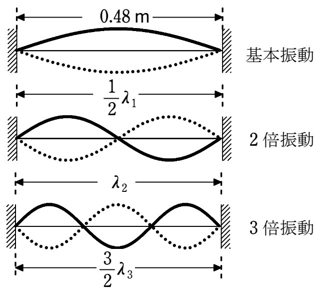
よって　$f = 448$ Hz または 442 Hz

両者の共通解が求める振動数である。よって　$f = \mathbf{442\ Hz}$

←〔1〕 参考　振動数のわかっているおんさの音と，楽器の音との間で生じたうなりを聞くことにより，楽器の調律を行うことができる。

40

解答



λ_1：0.96 m
λ_2：0.48 m
λ_3：0.32 m
f_1：1.0×10^2 Hz
f_2：2.0×10^2 Hz
f_3：3.0×10^2 Hz

指針　弦が固有振動しているとき，弦には両端が節となる定常波ができている。

固有振動の波長は，振動している弦のようすを図示すると求めやすい。

解説　基本振動，２倍振動，３倍振動では，それぞれ，腹が１つ，２つ，３つの定常波ができている。**図 a**

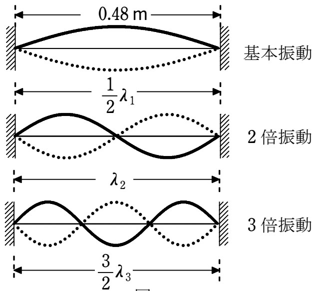


図 a

基本振動のとき

$\lambda_1 = 2\times\dfrac{0.48}{1} = \mathbf{0.96\ m}$[1]←

２倍振動のとき

$\lambda_2 = 2\times\dfrac{0.48}{2} = \mathbf{0.48\ m}$[1]←

３倍振動のとき

$\lambda_3 = 2\times\dfrac{0.48}{3} = \mathbf{0.32\ m}$[1]←

また，それぞれの場合の固有振動数 f_1，f_2，f_3〔Hz〕は，「$v = f\lambda$」より

$f_1 = \dfrac{v}{\lambda_1} = \dfrac{96}{0.96} = \mathbf{1.0\times10^2\ Hz}$[2]←

$f_2 = \dfrac{v}{\lambda_2} = \dfrac{96}{0.48} = \mathbf{2.0\times10^2\ Hz}$[2]←

$f_3 = \dfrac{v}{\lambda_3} = \dfrac{96}{0.32} = \mathbf{3.0\times10^2\ Hz}$[2]←

←〔1〕 別解　図 a より

$0.48 = \dfrac{1}{2}\lambda_1$

$0.48 = \lambda_2$

$0.48 = \dfrac{3}{2}\lambda_3$

より，λ_1，λ_2，λ_3 を求める。

←〔2〕 固有振動数の間には，次のような関係がある。

$f_2 = 2\times f_1$　…… 基本振動数の２倍

$f_3 = 3\times f_1$　…… 基本振動数の３倍

41

解答　(1)　0.80 m　(2)　2.0×10^2 m/s　(3)　2.5×10^2 Hz　(4)　$\dfrac{9}{16}$ 倍

指針　(1)　弦を伝わる波の波長は，振動のようすを図示すると求めやすい。

(2)　弦を伝わる波の速さは，「$v = \sqrt{\dfrac{S}{\rho}}$」の式を用いて求める。

(4)　おもりの質量を変えても，振動数は変化しない。

解説　(1)　弦の振動のようすは図 a のようになる。

よって　$\lambda = 2\times\dfrac{1.2}{3} = \mathbf{0.80\ m}$

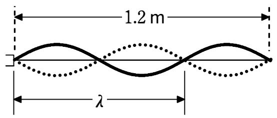


図 a

(2)　張力の大きさ S は，おもりの重さに等しい。

よって　$S = 2.0\times9.8$ N

「$v = \sqrt{\dfrac{S}{\rho}}$[1]←」より

$$v = \sqrt{\frac{2.0\times9.8}{4.9\times10^{-4}}} = \sqrt{\frac{4.0}{10^{-4}}} = \sqrt{4.0\times10^4} = \mathbf{2.0\times10^2\ m/s}$$

(3)　「$v = f\lambda$」より　$2.0\times10^2 = f\times0.80$

よって　$f = \mathbf{2.5\times10^2\ Hz}$

(4)　弦の振動のようすは図 b のようになる[2]←。よって，このときの波長を λ'[m] とすると　$\lambda'=\frac{1}{2}\times1.2=0.60$ m

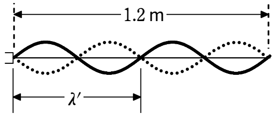


図 b

初め (腹が 3 個) と後 (腹が 4 個) の，おもりの質量をそれぞれ m，m'[kg] とし，弦の線密度を ρ[kg/m]，重力加速度の大きさを g[m/s^2] とおく。それぞれの場合の弦を伝わる波の速さ v，v'[m/s] は

$$v=\sqrt{\frac{mg}{\rho}}\quad\cdots\cdots①\qquad v'=\sqrt{\frac{m'g}{\rho}}\quad\cdots\cdots②$$

② 式÷① 式より　$\dfrac{v'}{v}=\dfrac{\sqrt{\frac{m'g}{\rho}}}{\sqrt{\frac{mg}{\rho}}}=\sqrt{\dfrac{m'}{m}}$

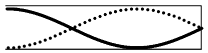
ゆえに　$\dfrac{m'}{m}=\left(\dfrac{v'}{v}\right)^2=\left(\dfrac{f\lambda'}{f\lambda}\right)^2=\left(\dfrac{f\times0.60}{f\times0.80}\right)^2=\left(\dfrac{3}{4}\right)^2=\mathbf{\dfrac{9}{16}}$ **倍**

←[1]　弦の振動では弦に定常波ができていて，腹と節の位置が固定され，波形は進まないように見える。これは，端に進む波と端から反射される波とが重なった結果できた合成波を見ているからで，それぞれ，進行する波，反射する波は常に $v=\sqrt{\dfrac{S}{\rho}}$ で表される速さ v で進んでいる。

←[2]　振動数は変わらないが，弦を伝わる波の速さが変わるので，波長が変化する。

42

解答　(1)　右図　　(2)　0.80 m　　(3)　4.3×10^2 Hz



指針　(1)　管の底以外に定常波の節が 1 か所あるのは，3 倍振動である。

解説　(1)　定常波のようすは**図 a** のようになる[1]←。

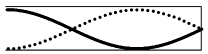


図 a

(2)　図 b より　$\lambda=4\times\dfrac{0.60}{3}=$ **0.80 m**

(3)　「$V=f\lambda$」より

$3.4\times10^2=f\times0.80$

よって　$f=4.25\times10^2$≒**4.3×10^2 Hz**

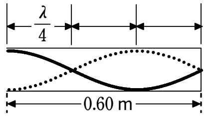
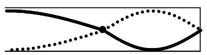


図 b

←[1]　注　閉管の中点に節があると考えてはいけない。



×

43

解答　(1)　34 cm　　(2)　1.0×10^3 Hz　　(3)　2.5×10^2 Hz

指針　「開口端補正は無視する」とあるので，両開口端の位置を腹とするような定常波が生じる。隣りあう節と節 (腹と腹) の間隔は，半波長に等しい。

解説　(1)　定常波のようすは図 a のようになる。

よって　$\lambda=2\times17=$ **34 cm**

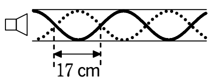


図 a

(2)　「$V=f\lambda$」より

$3.4\times10^2=f\times0.34$[1]←

よって　$f=$ **1.0×10^3 Hz**

(3)　基本振動のときの定常波のようすは図 b のようになる。このときの波長は図 a に比べ 4 倍になっている。


図 b

音の速さは変わらないので，「$V=f\lambda$」より，

f_1 は f の $\dfrac{1}{4}$ 倍になっている[2]←。

よって　$f_1=\dfrac{1}{4}\times(1.0\times10^3)=$ **2.5×10^2 Hz**

←[1]　速さの単位 m/s にあわせ，波長の単位は m にして代入する点に注意。

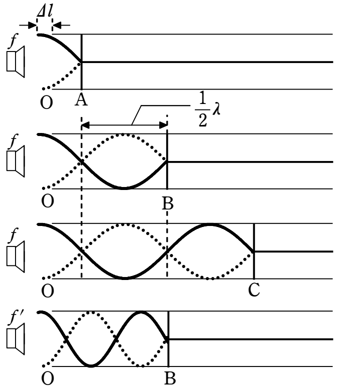
←[2]　(1)，(2) は 4 倍振動であるから，$f=4f_1$ が成りたつと考えてもよい。

44

解答　(1)　56.0 cm，1.0 cm　　(2)　336 m/s　　(3)　69.0 cm　　(4)　1.00×10^3 Hz
(5)　少し短くする

指針　気柱の定常波の波形から波長を読み取る。開口端補正があるため，開口端の位置 O が定常波の腹に一致していない点に注意。

解説　(1)　位置 A，B で共鳴するときの定常波のようすは図 a，b のようになる。



これより

$\mathrm{AB}=\dfrac{\lambda}{2}$

よって

$\lambda=2\times(41.0-13.0)$

$=$ **56.0 cm**

$(=0.560$ m$)$

また，図 a より

$\Delta l=\dfrac{1}{4}\lambda-\mathrm{OA}$

$=\dfrac{56.0}{4}-13.0$

$=$ **1.0 cm**

(2)　「$V=f\lambda$」より　$V=600\times0.560$[1]←$=$ **336 m/s**

(3)　位置 C で共鳴するときの定常波のようすは図 c のようになる。位置 C は位置 B より半波長分右にずれるので

$\mathrm{OC}=\mathrm{OB}+\dfrac{1}{2}\lambda=41.0+28.0=$ **69.0 cm**

(4)　このときの定常波のようすは図 d のようになる。波長を λ' とすると，B までの気柱の長さ (Δl を含む) は，図 b と同じであるから

$41.0+1.0=\dfrac{\lambda'}{4}\times5$　　より　$\lambda'=33.6$ cm$=0.336$ m

よって　$f'=\dfrac{V}{\lambda'}=\dfrac{336}{0.336}$[1]←$=$ **1.00×10^3 Hz**[2]←

(5)　閉管内の空気の温度が下がると，音の速さは小さくなる。「$V=f\lambda$」の式において振動数が一定であるから，音の速さが小さくなると共鳴する波長は小さくなる。したがって，再び共鳴させるためには，気柱の長さを**少し短くする**。

←[1]　速さの単位 m/s にあわせ，波長の単位は m にして代入する点に注意。

←[2]　別解　ピストンの位置が B のとき，図 b は 3 倍振動なので

$f=3f_1$ (f_1：基本振動数)

図 d は 5 倍振動なので

$f'=5f_1=5\times\dfrac{1}{3}f$

$=\dfrac{5}{3}\times600=$ **1.00×10^3 Hz**

45

解答　(1)　A と B　　(2)　20 cm　　(3)　20 cm　　(4)　節　　(5)　節

指針　音波は縦波 (疎密波) である。横波で表された音波を縦波にかき直すことによって，媒質の疎密，すなわち密度が小さいか大きいかを判断する。

解説　(1)　開管でも定常波ができるのは，開口端でも音波が反射されるからである。つまり，管の両端である **A と B** で反射する。

(2)　媒質の位置を縦波のように表すと図 a のようになる。これより，密度が最大の位置 (密の位置) は A から **20 cm** にあることがわかる。

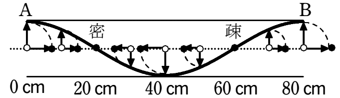


図 a

(3)　(2) と同様に図をかくと図 b のようになる。これより，密度が最小の位置 (疎の位置) は A から 20 cm にあることがわかる。

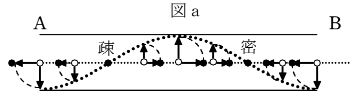


図 b

(4)　(2)，(3) より，時間によって密度が最大になったり最小になったりする所は，**節**の位置であることがわかる[1]←。

(5)　空気の密度が高いほど，空気の圧力は大きい。したがって，空気の圧力が最も大きく変化する点は，(4) と同じく**節**の位置である。

←[1]　節の位置では媒質は振動していないが，密度の変化は最大である。

46

解答　(1)　$\lambda=0.10$ m，$f=3.4\times10^3$ Hz　　(2)　4 か所　　(3)　②　　(4)　⑤

指針　点 O，Q は強めあう点，点 P は弱めあう点になっている。2 つの音源からの経路差は，点 O では 0，点 P では半波長分，点 Q では波長 1 つ分である。

解説　(1)　問題の図より，$S_1Q=1.20$ m である。S_2Q の距離は，三平方の定理を用いて (図 a)[1]←

$S_2Q=\sqrt{1.20^2+0.50^2}=\sqrt{\dfrac{12^2+5^2}{100}}$

$=1.30$ m

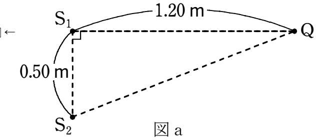


図 a

S_1Q と S_2Q の経路差が波長 1 つ分であるから

$\lambda=1.30-1.20=$ **0.10 m**

「$V=f\lambda$」より

$3.4\times10^2=f\times0.10$

よって　$f=$ **3.4×10^3 Hz**

(2)　S_1S_2 間には定常波が生じている。その節と腹の位置を求め，S_1S_2 を通る，節を連ねた線 (破線) と，腹を連ねた線 (実線) をかくと図 b のようになる[2]←。ここで，点 Q は

$S_2Q-S_1Q=1\times\lambda$

を満たすので，点 Q は $m=1$ の腹の線上にあることがわかる。よって，線分 S_1Q は 4 本の節の線と交わる。ゆえに，S_1Q 間には，音が極小となる所は **4 か所**できる。

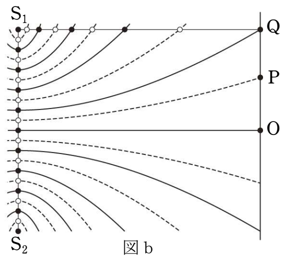


図 b

(3)　音源の位相を逆にした場合にも，音は干渉する。互いに逆位相の２つの音源から発せられた音の干渉条件は，同位相の場合と逆になる。したがって，同位相の場合に強めあっていた点O，Qは弱めあう点となり，音の大きさは極小になる。一方，同位相の場合に弱めあっていた点Pは強めあう点となり，音の大きさは極大になる。よって，② が正解となる。

(4)　前問までのように，振動数，振幅の等しい２つの音が干渉するとき，時間にかかわらず音の大きさが常に極大となる点，常に極小となる点が現れる。一方，本問のように振動数がわずかに異なる２つの音が重なりあうと，時間とともに音の大きさが変化するうなりが生じる[3]←。そのため，OQ間どこでもうなりが生じるので，⑤ が正解となる。

←[1]　辺の長さの比が５：12：13の直角三角形になっている。

←[2]　節と節(腹と腹)の間隔$=\dfrac{1}{2}\lambda=\dfrac{1}{2}\times 0.10=0.050$ m

←[3]　音源S_1，S_2からの音波の振動数をそれぞれf_1，f_2とすると，１秒当たりのうなりの回数fは

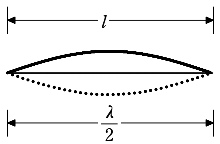
$f=|f_1-f_2|$

47

解答　(1)　208 Hz　(2)　416 m/s　(3)　1.04 m
(4)　弦から出た音の振動数が200 Hzより高い場合：1.02 m，
弦から出た音の振動数が200 Hzより低い場合：1.06 m

指針　基本振動の波長λは，弦の長さlを用いて$\lambda=2l$と表すことができる。これより，lが長くなるとλが長くなり，したがって弦から出た音の振動数fは小さくなる。うなりが生じなかったとき，弦から出た音とおんさから出た音の振動数は等しく，200 Hzである。毎秒８回のうなりが生じたとき，lは前者より短いので，振動数は大きい，すなわち$f_1>200$ Hzとなる。

解説　(1)　図より，弦の基本振動の波長は　$\lambda=2l$



よって，基本振動の振動数は，弦を伝わる波の速さをvとして

$f=\dfrac{v}{\lambda}=\dfrac{v}{2l}$　……①

と表される。弦の長さlを1.00 mから少し長くすると，① 式より振動数は小さくなる。このとき，うなりが生じなかったとすると，弦はおんさと同じく200 Hzで振動している。したがって，弦の長さが$l=1.00$ mのときには弦の振動数f_1は200 Hzよりも大きかったことがわかる。

したがって，うなりの式「$f=|f_1-f_2|$」より

$8=f_1-200$　　よって　$f_1=$**208 Hz**

(2)　「$v=f\lambda$」より　$v=f_1\lambda=208\times(2\times1.00)=$**416 m/s**

(3)　うなりが生じなかったときの振動数は　$f=200$ Hz

「$v=f\lambda$」より　$416=200\times 2l$

よって　$l=$**1.04 m**

(4)　弦からの音の振動数(f_1'とする)のほうがfより高い場合：弦の長さをl_1とすると，(2)で求めたvの値を使って

$f_1'-f=\dfrac{416}{2l_1}-200=4$　　したがって　$l_1\fallingdotseq$**1.02 m**

弦からの音の振動数(f_2'とする)のほうがfより低い場合：弦の長さをl_2とすると

$f-f_2'=200-\dfrac{416}{2l_2}=4$　　したがって　$l_2\fallingdotseq$**1.06 m**

48

解答　(1)　$6l$　(2)　$\dfrac{6l}{v}$　(3)　$\dfrac{v}{l}$　(4)　8個　(5)　$\dfrac{v}{2l}$，5個

指針　弦PQの長さをL $(=3l)$として，固有振動の波長λ_m，振動数f_mの公式を使う。

基本振動は$m=1$の場合である。$\lambda_m=\dfrac{2L}{m}$，$f_m=\dfrac{v}{\lambda_m}=\dfrac{mv}{2L}$　$(m=1,\ 2,\ 3,\cdots)$

と表される。

解説　(1)　基本振動の波長

$\lambda_1=2L=2\times3l=$**$6l$**[1]←

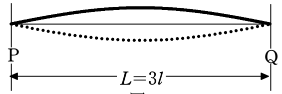


図 a

(2)　基本振動の振動数f_1は

$v=f_1\lambda_1$より　$f_1=\dfrac{v}{\lambda_1}=\dfrac{v}{6l}$

よって，周期T_1は

$T_1=\dfrac{1}{f_1}=$**$\dfrac{6l}{v}$**

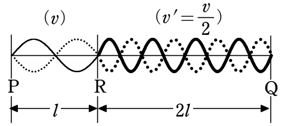


図 b

(3)　弦PR，弦RQは，電磁おんさの振動数fと同じ振動数で振動している。弦PRの定常波の波長λは　$\lambda=l$[2]←

よって　$f=\dfrac{v}{\lambda}=$**$\dfrac{v}{l}$**　……①

(4)　弦RQの定常波の波長をλ'とすると，$v'=f\lambda'$，$v'=\dfrac{v}{2}$より

$\lambda'=\dfrac{v'}{f}=\dfrac{v}{2f}$　……②

①，② 式より　$\lambda'=\dfrac{l}{2}$

腹１つ分の弦の長さは$\dfrac{\lambda'}{2}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{l}{2}=\dfrac{l}{4}$であるから，弦RQに生じる定常波の腹の数は　$2l\div\left(\dfrac{l}{4}\right)=$**8個**[2]←

(5)　弦が初めて共振したとき，弦PR，弦RQに生じている定常波の腹の数および波長を，それぞれn_1，n_2およびλ_1，λ_2とすると

$\lambda_1=2\times\dfrac{l}{n_1}$，$\lambda_2=2\times\dfrac{2l}{n_2}$，

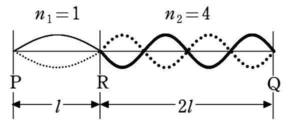


図 c

$v=f_0\lambda_1$，$\dfrac{v}{2}=f_0\lambda_2$

より　$n_2=4n_1$

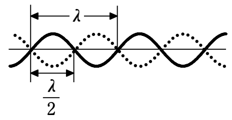
n_1，n_2は正の整数で，振動数f_0(最も小さい共振振動数)は，$n_1=1$，$n_2=4$のときであるから(図ｃ)　$\lambda_1=2\times\dfrac{l}{n_1}=2\times\dfrac{l}{1}=2l$

よって　$f_0=\dfrac{v}{\lambda_1}=$**$\dfrac{v}{2l}$**[3]←

また，PQ間の腹の数は　$n_1+n_2=1+4=$**5個**

←[1]　波長$\lambda=2\times$(節〜節)

腹の数２つ分の弦の長さに等しい。



←[2]　弦PRの振動は２倍振動，弦RQの振動は８倍振動である。

←[3]　この場合の共振振動数f_0 $\left(=\dfrac{v}{2l}\right)$は，(3)，(4)の場合の共振振動数$f$ $\left(=\dfrac{v}{l}\right)$の$\dfrac{1}{2}$倍であり，PQ間に生じる定常波の腹の数も$\dfrac{1}{2}$倍に減少している。

弦PRの振動は基本振動，弦RQの振動は４倍振動である。

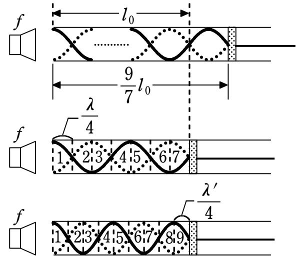
49

解答　(1)　$\dfrac{4}{7}l_0$　(2)　$\dfrac{9}{7}$倍

指針　(2)　振動数がfのとき，気柱の長さl_0が$\dfrac{1}{4}$波長の何個分かを考える。

解説　(1)　l_0と$\dfrac{9}{7}l_0$の差が節と節の間隔であり，半波長に等しい。

$\dfrac{\lambda}{2}=\dfrac{9}{7}l_0-l_0$　　よって　$\lambda=$**$\dfrac{4}{7}l_0$**



(2)　閉管が共鳴するとき，気柱の長さは$\dfrac{1}{4}$波長の奇数倍になっている。振動数がfのとき，気柱の長さl_0が$\dfrac{1}{4}$波長の何個分かを求めると

$\dfrac{l_0}{\dfrac{\lambda}{4}}=l_0\times\dfrac{4}{\lambda}=4l_0\times\dfrac{7}{4l_0}=7$

よって７個分である[1]←。振動数を大きくして，次に共鳴が起こるのは気柱の長さl_0が$\dfrac{1}{4}$波長の９個分となるときである。そのときの音波の波長をλ'とすると

$l_0=9\times\dfrac{\lambda'}{4}$　　よって　$\lambda'=\dfrac{4}{9}l_0$

音の速さをVとすると　$V=f\lambda$，$V=f'\lambda'$　　よって　$f\lambda=f'\lambda'$

$\dfrac{f'}{f}=\dfrac{\lambda}{\lambda'}=\dfrac{4}{7}l_0\times\dfrac{9}{4l_0}=\dfrac{9}{7}$　　よって　**$\dfrac{9}{7}$倍**[2]←

←[1]　このとき，７倍振動している。

←[2]　別解　振動数がfのとき，７倍振動であるから

$f=7f_1$　(f_1：基本振動数)

振動数がf'のとき，９倍振動であるから

$f'=9f_1$　　よって　$f'=\dfrac{9}{7}f$