1 等速直線運動

解答　(1)　25 m/s　(2)　4.5×10^3 m

指針　1 km/h とは，1 h (1 時間) の間に 1 km の距離を進む速さのこと。この単位を m/s に置きかえるには，等速直線運動の式「$x=vt$」を，距離の単位 m，時間の単位 s で計算すればよい。

解説　(1)　1 km＝1000 m，1 h＝60 分＝60×60 s なので，「$x=vt$」より

$$v\ (=90\ \text{km/h})=\frac{x}{t}=\frac{90\times1000\ \text{m}}{60\times60\ \text{s}}=\mathbf{25\ m/s}$$

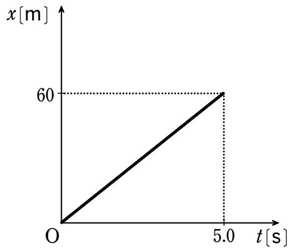
(2)　3.0 分＝3.0×60 s であるから[1]←

$$x=vt=25\times(3.0\times60)=4500=4.5\times1000=\mathbf{4.5\times10^3\ m}$$

←[1]　物理公式では 1 つの式の中に出てくる単位をそろえること。v が m/s の単位なので，t は h や分 でなく s にする。

2 等速直線運動のグラフ

解答　(1)　右図　(2)　$x=12t$



指針　x-t 図では，グラフの傾きの大きさが速さを表す。

解説　(1)　自動車の速さは 12 m/s[1]←。したがって，x-t 図は，原点を通り，傾きが 12 の直線となる[2]←。図 a

(2)　「$x=vt$」より　$\boldsymbol{x=12t}$

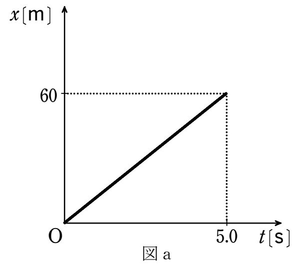


図 a

←[1]　v-t 図から自動車の速さを読みとる。

←[2]　時刻 0 秒における自動車の位置を原点とし，自動車の進む向きに座標 (x 軸) の正の向きをとる。この問題では，x-t 図は原点を通る傾き (＝速さ) をもった直線のグラフとなる。

3 等速直線運動のグラフ

解答　(1)　3.0 m/s　(2)　30 m　(3)　34 m

指針　$v=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ であることから，x-t 図の傾きは速度の値と一致する。

x-t 図が直線であれば傾きはどこでも一定なので，この運動は等速直線運動である。(3) では，$t=0$ s のとき物体は原点ではなく，$x=4$ m の位置にいることに注意。

解説　(1)　$t=0$ s から $t=4.0$ s の間の 4.0 秒間に $x=16-4=12$ m 移動したので，x-t 図の傾きの大きさ，すなわち速さ v は

$$v=\frac{x}{t}=\frac{12}{4.0}=\mathbf{3.0\ m/s}$$

(2)　「$x=vt$」より　$s=vt=3.0\times10=\mathbf{30\ m}$

(3)　$t=0$ s のとき $x=4$ m で，そこから $s=30$ m 進んだから

$$x=4+30=\mathbf{34\ m}$$

4 平均の速さ

解答　4.8 m/s

指針　平均の速さ $\overline{v}$ は，$\overline{v}=\dfrac{移動距離}{経過時間}$ で求められる。往復の道のりをあわせて考えると，移動距離は 2×300 m，経過時間は
(往路にかかった時間)＋(復路にかかった時間) となる。

解説　往路，復路にかかった時間をそれぞれ t_1，t_2〔s〕とすると，「$x=vt$」より

$$t_1=\frac{300}{6.0}=50\ \text{s},\qquad t_2=\frac{300}{4.0}=75\ \text{s}$$

往復で進んだ距離は 2×300 m＝600 m であるから

$$\overline{v}=\frac{600}{50+75}=\mathbf{4.8\ m/s}\text{[1]←}$$

←[1]　注　$\dfrac{6.0+4.0}{2}=5.0$ m/s とはならない。

5 平均の速さと瞬間の速さ

解答　(1)　$\overline{v_{AB}}$：1.0 m/s，$\overline{v_{BC}}$：3.0 m/s　(2)　v_B：2.0 m/s，v_C：4.0 m/s

指針　時刻 t_1～t_2 (位置 x_1～x_2) の平均の速さは $\overline{v}=\dfrac{移動距離}{経過時間}=\dfrac{x_2-x_1}{t_2-t_1}$ で，この値は x-t 図上の 2 点間を結ぶ線分の傾きの大きさに等しい。ここで t_2 を限りなく t_1 に近づけたときの値 v を，時刻 t_1 における瞬間の速さといい，x-t 図の時刻 t_1 における接線の傾きの大きさと一致する。本問ではグラフの右方ほど傾きが大きいので，時間の経過とともに速さがしだいに増し，加速していることを表す。

解説　(1)　「$\overline{v}=\dfrac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$」より　$\overline{v_{AB}}=\dfrac{2.0-0}{2.0-0}=\mathbf{1.0\ m/s}$

$$\overline{v_{BC}}=\frac{8.0-2.0}{4.0-2.0}=\frac{6.0}{2.0}=\mathbf{3.0\ m/s}$$

(2)　瞬間の速さは x-t 図の各時刻における傾きの大きさで求められる。

$$v_B=\frac{6.0-0}{4.0-1.0}\text{[1]←}=\frac{6.0}{3.0}=\mathbf{2.0\ m/s}$$

$$v_C=\frac{8.0-0}{4.0-2.0}\text{[2]←}=\frac{8.0}{2.0}=\mathbf{4.0\ m/s}$$

←[1]　問題の図より，B での接線は (1.0，0)，(4.0，6.0) を通る。

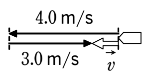
←[2]　問題の図より，C での接線は (2.0，0)，(4.0，8.0) を通る。

6 速度の合成

解答　(1)　1.0 m/s　(2)　5.0 m/s　(3)　2.6 m/s

指針　岸に対する船の速度 $\vec{v}$ は，船の静水上の速度 $\vec{v_1}$ (水が流れていないときに船が自力で進む速度) と川が流れる速度 $\vec{v_2}$ を合成したものになる。速度の合成は，向きを考えに入れて速度の和をとるもので，矢印 (ベクトル) を用いて平行四辺形の法則に従って合成する。一直線上の合成では ± の符号をつけた数値の和となる。

解説　川岸の人から見たときのボートの速度を $\vec{v}$ (大きさ v〔m/s〕) として，それぞれ速度ベクトルの図をかいて考える。

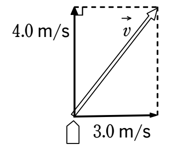
(1)


(1)　流れの速さ (3.0 m/s) に逆らって進むので，4.0－3.0＝**1.0 m/s** の速さで，上流に向かって進む。

(2)　三平方の定理より

$$v^2=4.0^2+3.0^2\text{[1]←}$$

よって　$v=\mathbf{5.0\ m/s}$

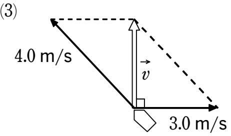
(2)


(3)　ボートが川の流れに対して直角に進むので，図のように，$\vec{v}$ が川の流れと直角になるような速度ベクトルの関係となる。
三平方の定理より[2]←

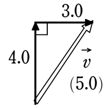
$$4.0^2=v^2+3.0^2$$

よって

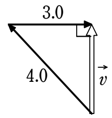
$$v=\sqrt{4.0^2-3.0^2}=\sqrt{7.0}$$
$$=\mathbf{2.6\ m/s}$$

(3)


←[1]　図のように 3：4：5 の直角三角形になっている。



←[2]　図の直角三角形で考える。



7 速度の分解

解答　(1)　4.0 m/s　(2)　2.0 m/s　(3)　3.5 m/s

指針　船の静水上での速度 $\vec{v_1}$ と川の流れの速度 $\vec{v_2}$ を平行四辺形の法則を用いて合成した速度が岸に対する船の速度 $\vec{v}$ (A→B の向き) である。船首の向き ($\vec{v_1}$ の向き) が川岸に直角であるから，$\vec{v_1}$ と $\vec{v_2}$ のなす角は直角になる。したがって，まず $\vec{v}$ を求め，これを川に直交する成分 v_1 と川に平行な成分 v_2 とに分解すれば，v_1，v_2 が求められる。

解説　(1)　図 a の直角三角形を考えると，

BC(川幅)：AB＝1：2 なので

$AB＝2BC＝60\ \mathrm{m}$

岸に対する速さ v[1]← は，「$x＝vt$」を用いて

$$v=\frac{x}{t}=\frac{AB}{t}=\frac{60}{15}=\mathbf{4.0\ m/s}$$

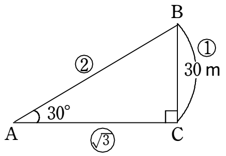


図 a

(2)　岸に対する速度 $\vec{v}$ は，川と直交する成分 v_1(静水上での船の速さ) と平行な成分 v_2(川の流れの速さ) を図 b のように合成したものなので[2]←

$v_1=4.0\sin 30°$

$=4.0\times\frac{1}{2}=\mathbf{2.0\ m/s}$

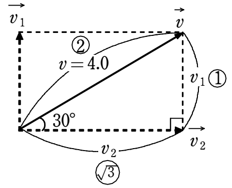


図 b

別解　1：2：$\sqrt{3}$ の直角三角形の辺の長さの比より

$v_1：v＝1：2$

$v_1\times 2=v\times 1$　　よって　$v_1=\frac{1}{2}v=\mathbf{2.0\ m/s}$

(3)　図 b より

$v_2=4.0\cos 30°$

$=4.0\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2.0\times 1.73=3.46\fallingdotseq\mathbf{3.5\ m/s}$

別解　(2) の別解と同様に考えて

$v_2：v＝\sqrt{3}：2$

$v_2\times 2=v\times\sqrt{3}$　　よって　$v_2=\frac{\sqrt{3}}{2}v\fallingdotseq\mathbf{3.5\ m/s}$

←[1]　問題文の「岸に対する速さ」とは，岸にいる人が見る船の速度 $\vec{v}$ の大きさのことである。

←[2]　図より，「川を横切る」という行為については川の流速は無関係であり，$\vec{v_1}$ だけが「横切る」ことに関係する。

8 相対速度

解答　(1)　東向きに 45 m/s

(2)　西向きに 45 m/s

(3)　西向きに 20 m/s

指針　まず，正の向きを定め，それぞれの速度を正･負の符号をつけて表す。これらを，相対速度の式「$v_{AB}=v_B-v_A$」[1]← に代入する。東向きを正に定めた場合，得られた速度が正のときは東向き，負のときは西向きが速度の向きとなる。

解説　(1)　東向きを正とすると，列車 A，自動車 B の速度はそれぞれ $v_A=-30\ \mathrm{m/s}$，$v_B=15\ \mathrm{m/s}$ となる。「$v_{AB}=v_B-v_A$」より，求める速度 v_{AB}[m/s] は

$v_{AB}=15-(-30)$

$=45\ \mathrm{m/s}$

よって　**東向きに 45 m/s**

(2)　(1) で，A と B を入れかえて考える。求める速度 v_{BA}[m/s] は

$v_{BA}=(-30)-15$

$=-45\ \mathrm{m/s}$

よって　**西向きに 45 m/s**

(3)　自動車 C の速度を v_C[m/s] とする。C から見た A の速度 $v_{CA}=-10\ \mathrm{m/s}$ であるから

$v_{CA}=v_A-v_C$　　より　$-10=(-30)-v_C$

よって　$v_C=(-30)-(-10)$

$=-20\ \mathrm{m/s}$

ゆえに　**西向きに 20 m/s**

←[1]　直線上で運動するときの相対速度は，相手の速度 (正･負の符号をつけて表す) から，基準とする物体の速度を引いた値。「A から見た B の速度」は，B (相手) の速度から A (基準) の速度を引いて得られる。

9 相対速度

解答　(1)　$v_{雨}$：6.9 m/s，$v_{A雨}$：8.0 m/s

(2)　12 m/s

指針　地上から見た雨の速度 $\vec{v_{雨}}$，電車 A の速度 $\vec{v_A}$，A から見た雨の速度 $\vec{v_{A雨}}$ の関係を，ベクトルで図示して考える。$\vec{v_{A雨}}$ は，$\vec{v_A}$ と $\vec{v_{雨}}$ の始点をそろえたとき，$\vec{v_A}$ の終点から $\vec{v_{雨}}$ の終点に引いたベクトルで表される。

解説　(1)　$\vec{v_{雨}}$，$\vec{v_A}$，$\vec{v_{A雨}}$ の関係は図 a のようになるので

$v_{雨}=\frac{v_A}{\tan 30°}$ [1]←

$=4.0\times\sqrt{3}=4.0\times 1.73=6.92$

$\fallingdotseq\mathbf{6.9\ m/s}$

$v_{A雨}=\frac{v_A}{\sin 30°}$ [2]←

$=4.0\times 2$

$=\mathbf{8.0\ m/s}$

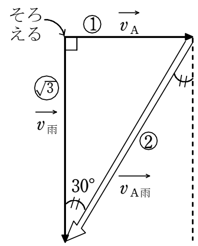


図 a

別解　v_A，$v_{雨}$，$v_{A雨}$ からなる 1：2：$\sqrt{3}$ の直角三角形を考えると (図 a)

$v_A：v_{雨}=1：\sqrt{3}$

$v_A\times\sqrt{3}=v_{雨}\times 1$　　よって　$v_{雨}=\sqrt{3}\,v_A\fallingdotseq\mathbf{6.9\ m/s}$

$v_A：v_{A雨}=1：2$

$v_A\times 2=v_{A雨}\times 1$　　よって　$v_{A雨}=2v_A=\mathbf{8.0\ m/s}$

(2)　電車 B の速度を $\vec{v_B}$，電車 B から見た雨の速度を $\vec{v_{B雨}}$ とすると，これらと $\vec{v_{雨}}$ の関係は図 b のようになるので

$v_B=v_{雨}\tan 60°$

$=(4.0\times\sqrt{3})\times\sqrt{3}$ [3]←

$=4.0\times 3$

$=\mathbf{12\ m/s}$

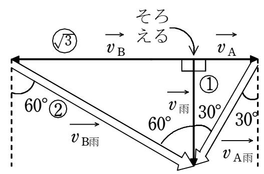


図 b

別解　v_B，$v_{雨}$，$v_{B雨}$ からなる直角三角形 (図 b の左) を考えると

$v_B：v_{雨}=\sqrt{3}：1$

$v_B\times 1=v_{雨}\times\sqrt{3}$　　よって　$v_B=\sqrt{3}\,v_{雨}=\sqrt{3}\times 4.0\times\sqrt{3}=\mathbf{12\ m/s}$

←[1]　$\tan 30°=\frac{v_A}{v_{雨}}$

←[2]　$\sin 30°=\frac{v_A}{v_{A雨}}$

←[3]　$v_{雨}$ には 6.9 m/s ではなく，もとの値の $4.0\times\sqrt{3}$ m/s を代入する。

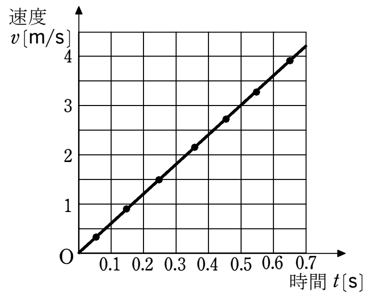
10 加速度

解答　(1)　変位 (左から順に)：0.03，0.09，0.15，0.21，0.27，0.33，0.39

平均の速度 (左から順に)：0.3，0.9，1.5，2.1，2.7，3.3，3.9

(2)　右図　　(3)　6.0 m/s²

(4)　3.0 m/s



指針　区間ごとの平均の速度は，変位を経過時間 (0.10 s) でわれば求められる。v-t 図は，平均の速度を，それぞれの区間の中央の時刻における瞬間の速度とみなしてかく。加速度は v-t 図の傾きで得られる。

解説　(1)

時刻 t[s]	0	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70
位置 x[m]	0	0.03	0.12	0.27	0.48	0.75	1.08	1.47
変位 (m)	**0.03**	**0.09**	**0.15**	**0.21**	**0.27**	**0.33**	**0.39**	
平均の速度 (m/s)	**0.3**	**0.9**	**1.5**	**2.1**	**2.7**	**3.3**	**3.9**	

(2)　各区間の平均の速度を，区間の中央の時刻に点で記し，v-t 図をかく。**図 a**[1]←

(3)　v-t 図の傾きが加速度 a となる。

$a=\frac{3.9-0.3}{0.65-0.05}$ [2]←

$=\mathbf{6.0\ m/s^2}$

(4)　v-t 図より　$v=\mathbf{3.0\ m/s}$

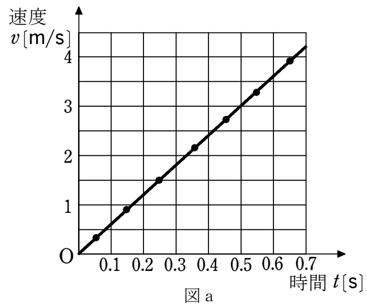


図 a

←[1]　注　階段状のグラフにはしないこと。

←[2]　データの点のうち，座標 (0.05，0.3)，(0.65，3.9) を用いた。

11 等加速度直線運動

解答　(1)　正の向きに 4.0 m/s²

(2)　負の向きに 1.0 m/s²

(3)　正の向きに 2.0 m/s²

(4)　負の向きに 2.0 m/s²

(5)　正の向きに 0.75 m/s²

指針　①　$v=v_0+at$，②　$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$，③　$v^2-v_0{}^2=2ax$ のいずれかを用いる。

このとき，時間 t が与えられていなければ ③ 式を使い，t が与えられているときは，v が与えられれば ① 式，x が与えられれば ② 式を使う。x 軸の負の向きの速度や加速度は負の値となる。

$\boxed{\text{解説}}$ (1)　自動車ははじめ静止しているので $v_0=0$ である。また，$t=4.0\ \mathrm{s}$，$v=16\ \mathrm{m/s}$ が与えられたので，① 式を用いる。「$v=v_0+at$」より

$16=0+a\times4.0$　　$a=4.0$[1]←

よって，**正の向きに 4.0 m/s²**

(2)　$v_0=1.0\ \mathrm{m/s}$，$t=4.0\ \mathrm{s}$，$v=-3.0\ \mathrm{m/s}$ が与えられたので，① 式を用いる。「$v=v_0+at$」より

$-3.0=1.0+a\times4.0$　　$a=-1.0$[1]←

よって，**負の向きに 1.0 m/s²**

(3)　$v_0=-15\ \mathrm{m/s}$，$t=6.0\ \mathrm{s}$，$v=-3.0\ \mathrm{m/s}$ が与えられたので，① 式を用いる。「$v=v_0+at$」より

$-3.0=(-15)+a\times6.0$　　$a=2.0$

よって，**正の向きに 2.0 m/s²**

(4)　$v_0=14\ \mathrm{m/s}$，$t=5.0\ \mathrm{s}$，$x=45\ \mathrm{m}$ が与えられたので，② 式を用いる。「$x=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2$」より

$45=14\times5.0+\dfrac{1}{2}\times a\times5.0^2$　　$a=-2.0$

よって，**負の向きに 2.0 m/s²**

(5)　t が与えられていないので，③ 式を用いる。$v_0=10\ \mathrm{m/s}$，$v=20\ \mathrm{m/s}$，$x=200\ \mathrm{m}$ を「$v^2-v_0{}^2=2ax$」に代入して

$20^2-10^2=2\times a\times200$　　$a=0.75$

よって，**正の向きに 0.75 m/s²**

←[1]　(1) の答えは正の数なので，向きは正の向きになる。(2) の答えは負の数なので，向きは負の向きになる。

12 負の等加速度直線運動

$\boxed{\text{解答}}$ (1)　右図

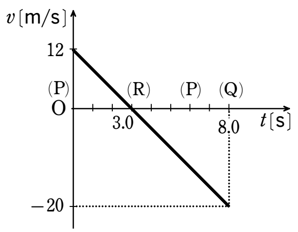
(2)　左向きに 4.0 m/s²

(3)　t_R：3.0 s　x_R：点 P の右方 18 m の点

(4)　t_P：6.0 s　v_P：12 m/s

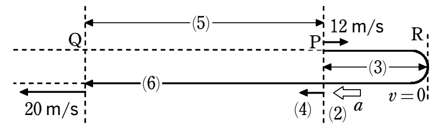
(5)　点 P の左方 32 m の点

(6)　68 m



$\boxed{\text{指針}}$ 物体は点 P を右向きに通過してから負の加速度によって減速し，点 R で一瞬止まる。しかし，さらに負の加速度で運動し続けるので，左向きに加速を始めて，再び点 P を左向きに通過し，さらに加速して点 Q に至る。例えば一定の傾きをもつ斜面上で，ボールを斜面上方にすべり上がらせてから再び下方へ落ちていく運動を想像するとわかりやすい。この間，一貫して加速度は負の一定値なので，等加速度直線運動の式は，点 R で分断することなく，P から Q まで通して立てることができる。

$\boxed{\text{解説}}$



(1)　$t=0\ \mathrm{s}$ のとき $v=12\ \mathrm{m/s}$，$t=8.0\ \mathrm{s}$ のとき $v=-20\ \mathrm{m/s}$（左向きなので負）であり，等加速度直線運動であるから v-t 図は直線となる。

図 a

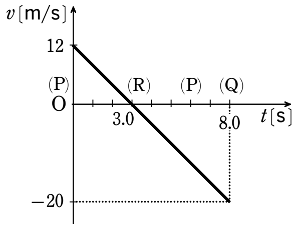


図 a

(2)　点 P における初速度 $v_0=12\ \mathrm{m/s}$，点 Q における速度 $v=-20\ \mathrm{m/s}$（左向きなので負），この間の所要時間 $t=8.0\ \mathrm{s}$ が与えられているので，等加速度直線運動の式「$v=v_0+at$」を P から Q まで通して用いると

$-20=12+a\times8.0$　　$a=-4.0$　　**左向きに 4.0 m/s²**[1]←

(3)　点 P における初速度は $v_0=12\ \mathrm{m/s}$。点 R で折り返すから，点 R における速度は $v=0\ \mathrm{m/s}$ である。P から R までの時間 t_R を求めるので，「$v=v_0+at$」の式に (2) の a を代入して

$0=12+(-4.0)\times t_R$　　$t_R=$ **3.0 s**

点 R の位置とは，出発点 P を原点とした変位（座標）のことである。

時刻 t がわかっており，x を求めるので「$x=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2$」より

$x_R=12\times3.0+\dfrac{1}{2}\times(-4.0)\times3.0^2=18$　　**点 P の右方 18 m の点**[2]←

(4)　出発点 P を原点とすると，P の座標は 0 m であるから，$x_P=0$ となる時刻 t_P を求めるので，「$x=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2$」の式を用いて

$0=12\times t_P+\dfrac{1}{2}\times(-4.0)\times t_P{}^2$　　$t_P{}^2-6.0t_P=0$　　$t_P(t_P-6.0)=0$

$t_P=0$ は点 P を右方へ通過する時刻なので不適。よって　$t_P=$ **6.0 s**[3]←

このときの速度は「$v=v_0+at$」の式より

$v=12+(-4.0)\times6.0=-12$

求めるのは速さ（絶対値）なので　$v_P=$ **12 m/s**[3]←

(5)　点 Q に達する時刻は $t=8.0\ \mathrm{s}$ で，このときの点 P からの変位（座標）x を求めるので，「$x=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2$」の式より

$x_Q=12\times8.0+\dfrac{1}{2}\times(-4.0)\times8.0^2=-32$

負符号は原点 P の左方を表す。よって，**点 P の左方 32 m の点**[4]←

(6)　(3) より PR 間で 18 m を往復し，(5) より PQ 間で 32 m 移動するので

$l=18+18+32=$ **68 m**[5]←

←[1]　$\boxed{\text{別解}}$　v-t 図の傾きが加速度を表すので

$a=\dfrac{-20-12}{8.0}=-4.0$

←[2]　$\boxed{\text{別解 1}}$　「$v^2-v_0{}^2=2ax$」より

$0^2-12^2=2\times(-4.0)x_R$　　ゆえに　$x_R=18\ \mathrm{m}$

$\boxed{\text{別解 2}}$　v-t 図において，t 軸より上の面積が x_R を表す。

$x_R=\dfrac{1}{2}\times3.0\times12=18\ \mathrm{m}$

←[3]　$\boxed{\text{別解}}$

P → R と R → P の運動は R を境にして完全に対称なので

$t_P=2t_R=2\times3.0=6.0\ \mathrm{s}$

$v=-v_0=-12\ \mathrm{m/s}$

←[4]　$\boxed{\text{別解 1}}$

「$v^2-v_0{}^2=2ax$」より

$(-20)^2-12^2=2\times(-4.0)x_Q$　　$x_Q=-32\ \mathrm{m}$

$\boxed{\text{別解 2}}$　RQ 間の変位 $x_{RQ}=-$（v-t 図の t 軸より下の面積）より

$x_{RQ}=-\dfrac{1}{2}\times(8.0-3.0)\times20=-50\ \mathrm{m}$

$x_Q=x_R+x_{RQ}=18+(-50)=-32\ \mathrm{m}$

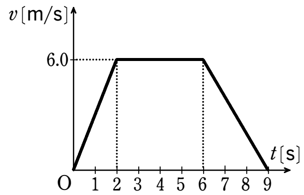
←[5]　$\boxed{\text{別解}}$　v-t 図の面積より　$x_R=18\ \mathrm{m}$，$x_{RQ}=-50\ \mathrm{m}$

移動距離を求めるので

$l=|x_R|+|x_{RQ}|=18+50=$ **68 m**

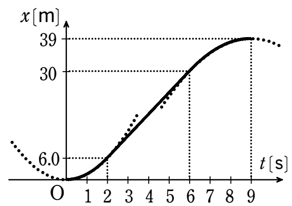
13 等加速度直線運動のグラフ

$\boxed{\text{解答}}$ (1)　右図



(2)　39 m

(3)　右図



$\boxed{\text{指針}}$ v-t 図は，x-t 図の傾き＝速度 v を用いてつくる。等加速度直線運動での v-t 図は，$a>0$ なら右あがり，$a<0$ なら右さがりの直線になる。また，$a=0$（この場合は等速直線運動）なら t 軸に平行な直線になる。x-t 図は，（移動距離 x）＝（v-t 図の面積）を用いてつくる。$a>0$ なら下に凸，$a<0$ なら上に凸の放物線，$a=0$ なら傾き v の直線になる。

解説　(1)　v-t 図 (**図 a**)

$0 \sim 2.0$ s 間：初速度 0 m/s，傾き (加速度) 3.0 m/s^2 の直線

$2.0 \sim 6.0$ s 間：$t=2.0$ s での速度

$v=at=3.0\times2.0=6.0$ m/s

より，$v=6.0$ m/s，傾き 0 m/s^2 の直線

$6.0 \sim 9.0$ s 間：$t=6.0$ s での速度 6.0 m/s，傾き -2.0 m/s^2 の直線

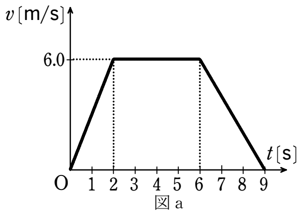


図 a

(2)　v-t 図 (図 a) の台形の面積がエレベーターの上昇した高さ h を表す。

$h=\frac{1}{2}\times(4.0+9.0)\times6.0=$ **39 m**[1]←

(3)　x-t 図 (**図 b**)

(移動距離 x)=(v-t 図の面積)　を用いて x を求める。

$t=2.0$ s：$x=\frac{1}{2}\times2.0\times6.0=6.0$ m

$t=6.0$ s：$x=\frac{1}{2}\times(4.0+6.0)\times6.0=30$ m

$t=9.0$ s：$x=39$ m

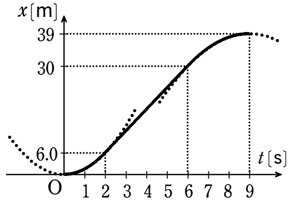


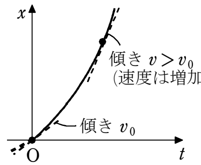
図 b

図 b の x-t 図において，$0 \sim 2.0$ s 間は下に凸の放物線，$2.0 \sim 6.0$ s 間は，傾き (速度 v) 6.0 m/s の直線，$6.0 \sim 9.0$ s 間は上に凸の放物線になっており，$t=2.0$ s，6.0 s でなめらかに接続している[2]←。

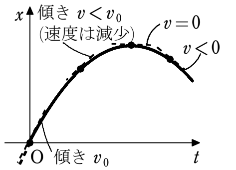
←[1]　台形の面積$=\frac{(上底\ +下底)\times 高さ}{2}$

←[2]　等加速度直線運動での x-t 図は次のようになる。　　$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$

(i)　$a>0$ の場合



(ii)　$a<0$ の場合



14 等加速度直線運動の式

解答　(1)　v_0：5.0 m/s，a：6.0 m/s^2　(2)　$v=5.0+6.0t$　(3)　68 m　(4)　3.0 s　(5)　23 m/s

指針　(1) は，等加速度直線運動の式「$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$」と与えられた式を見比べるとよい。この式や (2) で与えられる式に値を代入すると，各状態におけるいろいろな物理量を求めることができる。

解説　(1)　等加速度直線運動の変位を表す式「$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$」と $x=5.0t+3.0t^2$ を比較して，初速度 $v_0=$ **5.0 m/s**，加速度 $a=2\times3.0=$ **6.0 m/s^2**

(2)　等加速度直線運動の速度を表す式「$v=v_0+at$」より

$v=5.0+6.0t$ [m/s]

(3)　位置 x の式に $t=4.0$ s を代入して

$x=5.0\times4.0+3.0\times4.0^2=$ **68 m**

(4)　位置 x の式に $x=42$ m を代入して

$42=5.0t+3.0t^2$

より　$3.0t^2+5.0t-42=0$　　よって　$(t-3.0)(3.0t+14)=0$

$t\geqq0$ より　$t=$ **3.0 s**

(5)　(2) の式に $t=3.0$ s を代入して

$v=5.0+6.0\times3.0=$ **23 m/s**

15 速度の合成

解答　(1)　14 m/s　(2)　-0.60　(3)　$\cos\theta_2$：0，t：7.2 s

指針　(2)　静水中での船の速度と川の流れの速度の合成速度が，川の流れと垂直になればよい。

(3)　川の流れに対し垂直な方向の速さが最大になるようにすればよい。

解説　(1)　静水中の船の速度を $\vec{v_{静}}$，川の流れの速度を $\vec{v_{川}}$ とすると，船の速度 $\vec{v}$ は $\vec{v_{静}}$ と $\vec{v_{川}}$ の合成速度となり，$\vec{v}=\vec{v_{静}}+\vec{v_{川}}$ である。図 a より，v は $\vec{v_{静}}$ の大きさ $v_{静}=10$ m/s，$\vec{v_{川}}$ の大きさ $v_{川}=6.0$ m/s を用いて

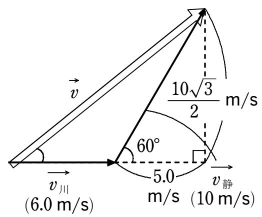


図 a

$v^2=(v_{静}\cos60°+v_{川})^2+(v_{静}\sin60°)^2$

$=\left(10\times\frac{1}{2}+6.0\right)^2+\left(10\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$=(5.0+6.0)^2+\left(\frac{10\sqrt{3}}{2}\right)^2=196$

となるから

$v=\sqrt{196}=$ **14 m/s**

(2)　船が進む向きが川の流れに垂直のとき移動距離が最短になる。そのためには，図 b のように $\vec{v}$ と $\vec{v_{川}}$ が垂直になり，$v_{静}\cos(180°-\theta_1)=v_{川}$ となればよい。

よって，$10\times(-\cos\theta_1)=6.0$[1]←

$\cos\theta_1=$ **-0.60**

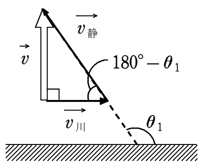


図 b

(3)　川を垂直に横切る速さ (岸に対して垂直な速さ) が最大のとき，向こう岸への到着時間が最小となる。そのためには，船のへさきを川の流れに垂直にすればよい (図 c)。よって，$\cos\theta_2=\cos90°=$ **0**　また，川を渡る時間 t[s] は，72 m の幅の川を向こう岸方向へは 10 m/s の速さで進むから

$t=\frac{72}{10}=$ **7.2 s**

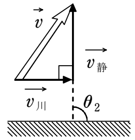


図 c

←[1]　$\cos(180°-\theta)=-\cos\theta$

16 等加速度直線運動

解答　(1)　$\frac{v-u}{a}$ [s]　(2)　$\frac{v^2-u^2}{2a}$ [m]　(3)　$\sqrt{\frac{u^2+v^2}{2}}$ [m/s]

指針　列車が A 地点にさしかかってから通過し終わるまでの運動は，初速度 u，終速度 v，移動距離 l の等加速度直線運動である。何が与えられ，何を求めるかを考慮して，利用する等加速度直線運動の式を選べばよい。列車の中央が通過するのは，移動距離が $\frac{l}{2}$ [m] のときである。

解説　(1)　速度 v が与えられ，t を求めるので，「$v=v_0+at$」の式を用いて

$v=u+at$　　$t=$ **$\frac{v-u}{a}$** [s]

(2)　初速度，終速度が与えられ，移動距離を求めるので，「$v^2-v_0{}^2=2ax$」の式を用いて

$v^2-u^2=2al$　　$l=$ **$\frac{v^2-u^2}{2a}$** [m][1]←

(3)　何秒で中点が通過するかが不明なので，「$v^2-v_0{}^2=2ax$」の式を用いる。進んだ距離が $\frac{l}{2}$ [m] であるから

$v'^2-u^2=2a\cdot\frac{l}{2}$

この式に (2) の結果 l を代入して

$v'^2-u^2=2a\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{v^2-u^2}{2a}$

$v'^2=u^2+\frac{v^2-u^2}{2}=\frac{u^2+v^2}{2}$　　よって　$v'=$ **$\sqrt{\frac{u^2+v^2}{2}}$** [m/s]

←[1]　別解1　「$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$」の式に (1) の答えを代入して

$l=u\frac{v-u}{a}+\frac{1}{2}a\left(\frac{v-u}{a}\right)^2=\frac{v^2-u^2}{2a}$ [m]

別解2　平均の速さ $\bar{v}=\frac{v+u}{2}$ で，時間 t の間進むので

$l=\bar{v}t=\frac{v+u}{2}\cdot\frac{v-u}{a}=$ **$\frac{v^2-u^2}{2a}$** [m]

17 等加速度直線運動

解答　(1)　$a_B=-3.0$ m/s^2，$a_A=2.0$ m/s^2　(2)　15 m

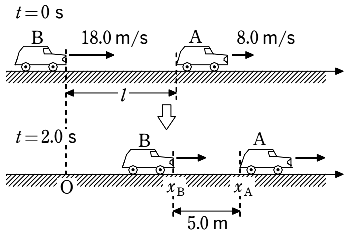
指針　$v_B>v_A$ である間は B は A に接近し，$v_B<v_A$ になると A は B から遠ざかる。$t=2.0$ s の瞬間の A，B の位置の差が 5.0 m である。

解説　(1)　B の速度は 2.0 秒間に 24.0 m/s から 18.0 m/s になったのであるから，「$v=v_0+at$」より

$18.0=24.0+a_B\times2.0$

よって　$a_B=$ **-3.0 m/s^2**

はじめ，$v_B>v_A$ で，B は減速し，A は加速する。車間距離が最短になるとき ($t=2.0$ s)，$v_B=v_A$ となる。ここで



$v_B=18.0+a_B\times2.0$

$v_A=8.0+a_A\times2.0$

を代入して

$18.0+a_B\times2.0=8.0+a_A\times2.0$

a_B の値を代入して計算すると　$a_A=$ **2.0 m/s^2**

(2)　$t=0$ s の瞬間の，B の先端の位置を原点 O とし，そのときの車間距離 l[m] を求

める。$t=2.0$ s のときのＡの後端，Ｂの先端の座標をそれぞれ x_A，x_B[m] とすると，「$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$」より

$$x_A=l+8.0\times2.0+\frac{1}{2}\times2.0\times2.0^2=l+20$$

$$x_B=18.0\times2.0+\frac{1}{2}\times(-3.0)\times2.0^2=30$$

$x_A-x_B=5.0$ m であるから　$(l+20)-30=5.0$

よって　$l=$**15 m**

18 自由落下

解答　(1)　4.00 s　　(2)　39.2 m/s

指針　自由落下の式「$v=gt$」,「$y=\frac{1}{2}gt^2$」から導く。

解説　(1)　「$y=\frac{1}{2}gt^2$」より　$78.4=\frac{1}{2}\times9.80\times t^2$

よって　$t=$**4.00 s**

(2)　「$v=gt$」より　$v=9.80\times4.00=$**39.2 m/s**

19 自由落下

解答　(1)　①　　(2)　③　　(3)　④　　(4)　⑤

指針　自由落下の式「$v=gt$」,「$y=\frac{1}{2}gt^2$」,「$v^2=2gy$」から，それぞれの関係を考える。

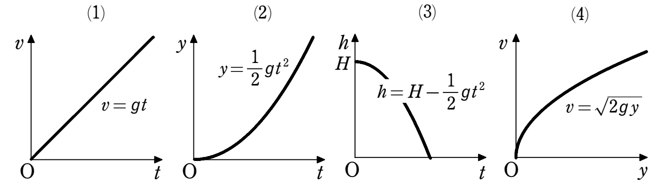
解説　(1)　速度 $v=gt$ (g は重力加速度の大きさ) なので，v は t に比例する。よって，①

(2)　落下距離 $y=\frac{1}{2}gt^2$ なので，y-t 図は下に凸の放物線となる。③

(3)　高さ $h=H-y=H-\frac{1}{2}gt^2$ より，上に凸の放物線となる。④

(4)　$v^2=2gy$　より　$v=\sqrt{2gy}$

これは，横軸を軸とする放物線を表す。⑤



20 鉛直投げ下ろし

解答　v：34 m/s　　h：59 m

指針　「降下しつつある気球から静かに落とす」ということは，気球に対する小球の相対速度が 0 の状態で運動を開始するということであり，小球の初速度は気球と同じく下向きに 5.0 m/s である。鉛直下向きに y 軸をとると，加速度は $g=+9.8$ m/s^2 である。

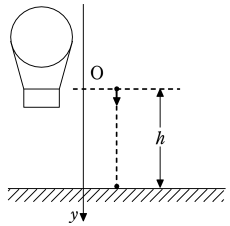
解説　地面に衝突する速度は，鉛直投げ下ろしの式「$v=v_0+gt$」より

$v=5.0+9.8\times3.0=34.4≒$**34 m/s**

小球を落とした点を原点とすると，3.0 秒後の小球の y 座標が h なので[1]←，鉛直投げ下ろしの式「$y=v_0t+\frac{1}{2}gt^2$」より

$$h=5.0\times3.0+\frac{1}{2}\times9.8\times3.0^2=15+44.1=59.1≒\mathbf{59\ m}$$

←[1]　鉛直下向きに y 軸をとる。



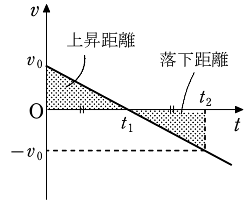
21 鉛直投げ上げ

解答　(1)　小石が最高点に達する時刻

(2)　v-t グラフの傾きの大きさ

(3)　最高点の高さ

(4)　右図



指針　鉛直投げ上げ運動は，加速度 $-g$ の等加速度直線運動と考えることができる (g は重力加速度の大きさ)。加速度が負の場合の等加速度直線運動と同じように v-t 図を読み取ればよい。

解説　(1)　速度が 0 なので**小石が最高点に達する時刻**[1]←。

(2)　速度と時間の関係式は　$v=v_0-gt$

よって，**v-t グラフの傾きの大きさ** に示されている。

(3)　速度が正である (上昇中である) 時間内の移動距離，すなわち，**最高点の高さ**を示している[2]←。

(4)　落下距離が上昇距離と等しくなればよいので

$t_2=2t_1$　　**図 a**

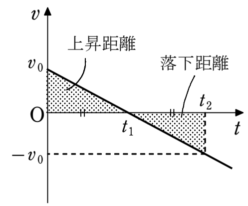


図 a

←[1]　小石の速度は，毎秒 g ずつ減少していき，静止した瞬間が最高点に達した時刻。

←[2]　v-t 図の直線グラフと時間軸の間の面積は，$v>0$ の部分は上昇距離を，$v<0$ の部分は落下距離を表す。

22 鉛直投げ上げ

解答　t_1：$\frac{v_0}{g}$　　h_1：$\frac{{v_0}^2}{2g}$　　t_2：$\frac{2v_0}{g}$　　v_2：$-v_0$

指針　地上を原点，鉛直上向きを y 軸の正の向きとし，「$v=v_0-gt$」,「$y=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$」の式をもとに考える。最高点では速度 $v=0$，地上に落下するときは変位 $y=0$ である。

解説　最高点では速度 $v=0$ なので，「$v=v_0-gt$」より

$0=v_0-gt_1$　　$t_1=\mathbf{\frac{v_0}{g}}$ [1]←

このときの高さは「$y=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$」より

$$h_1=v_0\times\frac{v_0}{g}-\frac{1}{2}g\times\left(\frac{v_0}{g}\right)^2=\mathbf{\frac{{v_0}^2}{2g}}$$

地上に落下するとき，$y=0$ となるので，「$y=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$」より

$0=v_0t_2-\frac{1}{2}g{t_2}^2$　　$t_2\left(t_2-\frac{2v_0}{g}\right)=0$

$t_2>0$　より　$t_2=\mathbf{\frac{2v_0}{g}}$ [1]←

このときの速度は「$v=v_0-gt$」より

$v_2=v_0-g\times\frac{2v_0}{g}=\mathbf{-v_0}$ [2]←

←[1]　t_1 と t_2 の結果から，$t_2=2t_1$ となり，往復時間は上りの 2 倍，すなわち，上りと下りは時間的に，最高点を境として対称的であることがわかる。

←[2]　[1] と同様に，最高点を境に速度についても上りと下りが対称的であることがわかる。

23 鉛直投げ上げ

解答　4.00 s

指針　気球に対する相対速度が 0 の状態で小球は運動を開始する。落とした点を原点とし，初速度の向きである鉛直上向きを y 軸の正の向きとすると，初速度 $v_0=4.90$ m/s，加速度 $a=-9.80$ m/s^2 の等加速度直線運動となる。このとき地面の座標は原点より下方(負)なので $y=-58.8$ m となる。小球は一度上昇してから最高点で折り返し，地面へ落下するが，この間を通して加速度が -9.80 m/s^2 なので，運動開始から落下まで通して等加速度直線運動の式を立てる。

解説　等加速度直線運動の式「$y=v_0t+\frac{1}{2}at^2$」で，図のように上向きを正とすると，加速度 $a=-g$ $(=-9.80$ m/s$^2)$ なので

$y=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$

これに与えられた数値を代入すると

$-58.8=4.90t-\frac{1}{2}\times9.80t^2$ [1]←

両辺を 4.90 でわると　$-12=t-t^2$

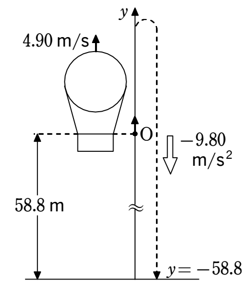
t について整理して

$t^2-t-12=0$

因数分解して

$(t-4)(t+3)=0$ [2]←

$t>0$ であるから　$t=$**4.00 s**



←[1]　地面の座標は負であり，$y=58.8$ m ではない。

←[2]　この式から $t=4$ と $t=-3$ という 2 つの解が出る。$t=-3$ の解は，もし小球が地上から (時刻 -3 秒に) 上方へ投げ上げられていれば，時刻 0 秒に高さ 58.8 m の所を上方に 4.90 m/s で運動することを意味している。

24 鉛直投げ上げ

解答　(1)　1.50 秒後　　(2)　18.4 m

指針　小球A，Bはそれぞれ鉛直投げ上げ運動をする。衝突したとき，2球の地上からの距離が等しい。

解説　(1)　地上を原点とし，鉛直上向きを y 軸の正の向きにとる。小球Bを投げてから，t[s]後に衝突したとすると，衝突時の小球A，Bの位置 y_A[m]，y_B[m]は

$y_A=v_0(t+1)-\frac{1}{2}g(t+1)^2$[1]←　（ただし，$v_0=19.6\ \mathrm{m/s}$，$g=9.80\ \mathrm{m/s^2}$）

$y_B=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$　……①

2球が衝突するとき，2球の位置は等しいから　$y_A=y_B$ より

$$v_0(t+1)-\frac{1}{2}g(t+1)^2=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$$

$$v_0t+v_0-\frac{1}{2}g(t^2+2t+1)=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$$

$$v_0-\frac{g}{2}(2t+1)=0$$

t について整理すると　$2t=\frac{2v_0}{g}-1$

ゆえに　$t=\frac{v_0}{g}-\frac{1}{2}=\frac{19.6}{9.80}-0.50=2.00-0.50=1.50$[2]←　**1.50 秒後**

(2)　①式に $t=1.50\ \mathrm{s}$ を代入して[3]←

$h=y_B=19.6\times1.50-\frac{1}{2}\times9.80\times1.50^2=18.375\fallingdotseq$**18.4 m**

←[1]　小球Aが運動している時間は $(t+1)$[s]間である。
←[2]　文字式で計算してから，最後に数値を代入すると計算が簡単になる。
←[3]　y_A の式に代入しても h は求められるので，同じ値になるか検算してもよい。

25 自由落下と鉛直投げ下ろし

解答　(1)　4.0 s　(2)　1.8×10^2 m

指針　小石Bが t[s]間に落下する距離と，小石Aが $(t+2.0)$[s]間に落下する距離が等しい。

解説　(1)　ビルの屋上を原点にとり，鉛直下向きを正とする。時間 t[s]後のA，Bの変位を y_A，y_B[m]とすると

$$y_A=\frac{1}{2}\times9.8\times(t+2.0)^2=4.9(t+2.0)^2\quad\cdots\cdots①$$

$$y_B=24.5t+\frac{1}{2}\times9.8\times t^2=24.5t+4.9t^2$$

地面に同時に落ちるので，$y_A=y_B$ となる。よって

$$4.9(t+2.0)^2=24.5t+4.9t^2$$
$$(t+2.0)^2=5.0t+t^2$$
$$t^2+4.0t+4.0=5.0t+t^2$$

よって　$t=$**4.0 s**

(2)　(1)の答えを①式に代入して

$h=y_A=4.9\times(4.0+2.0)^2=176.4\fallingdotseq180=$**$1.8\times10^2$ m**

26 水平投射

解答　(1)　2.9 s　(2)　60 m　(3)　28 m/s　(4)　35 m/s

指針　小石の運動を，水平方向(等速直線運動と同等)，鉛直方向(自由落下と同等)とに分けて考える。

解説　(1)　鉛直方向には自由落下と同等の運動を行う。

自由落下の式「$y=\frac{1}{2}gt^2$」より　$40=\frac{1}{2}\times9.8\times t^2$

$t>0$ より　$t=\sqrt{\frac{40}{4.9}}=\sqrt{\frac{400}{49}}$[1]←$=\frac{20}{7.0}$[2]←$=2.85\cdots\fallingdotseq$**2.9 s**

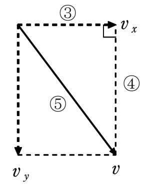
(2)　水平方向は，速さ 21 m/s の等速直線運動と同等の運動を行う。

等速直線運動の式「$x=vt$」より　$x=21\times\frac{20}{7.0}=$**60 m**

(3)　自由落下の式「$v=gt$」より　$v_y=9.8\times\frac{20}{7.0}=$**28 m/s**

(4)　水平方向の速さは $v_x=21$ m/s のままなので，三平方の定理より

$v=\sqrt{{v_x}^2+{v_y}^2}=\sqrt{21^2+28^2}$[3]←$=$**35 m/s**



←[1]　$49=7^2$ をつくるように，分母と分子を10倍する。
←[2]　(2)以降，$t=\frac{20}{7.0}$ s と分数のまま代入すると計算がしやすい。
←[3]　$21=3\times7$，$28=4\times7$ より

$$\sqrt{21^2+28^2}=\sqrt{3^2\times7^2+4^2\times7^2}=\sqrt{(3^2+4^2)\times7^2}=\sqrt{5^2\times7^2}=\sqrt{35^2}=35$$

27 水平投射

解答　(1)　0.29 s　(2)　1.4 m/s　(3)　2倍　(4)　1.6 m

指針　(3)　水平投射を始める高さが同じであれば，地面に達するまでの時間は初速度の大きさにかかわらず一定である。
(4)　初速度の大きさが同じであれば，2倍離れた点に届かせるには2倍の時間が必要である。

解説　(1)　鉛直方向には自由落下と同等の運動をする。

「$y=\frac{1}{2}gt^2$」より　$0.40=\frac{1}{2}\times9.8\times t^2$

よって　$t=\sqrt{\frac{0.40}{4.9}}=\sqrt{\frac{4.0}{49}}$[1]←$=\frac{2.0}{7.0}=0.285\cdots\fallingdotseq$**0.29 s**

(2)　水平方向には等速直線運動と同等の運動を行う。「$x=vt$」より

$0.40=v_0\times\frac{2.0}{7.0}$　よって　$v_0=$**1.4 m/s**

(3)　地面に達するまでの時間は変わらないので，2倍離れた点に届かせるには**2倍**の初速度が必要である。

(4)　地面に達するまでに2倍の時間がかかればよい。「$y=\frac{1}{2}gt^2$」より，落下距離は t^2 に比例するので，高さは4倍となる。

$h=4\times0.40=$**1.6 m**[2]←

←[1]　$49=7^2$ をつくるようにする。
←[2]　別解　「$x=vt$」より　$0.80=1.4\times t'$

よって　$t'=\frac{0.80}{1.4}=\frac{4.0}{7.0}$

「$y=\frac{1}{2}gt^2$」より　$h=\frac{1}{2}\times9.8\times\left(\frac{4.0}{7.0}\right)^2=$**1.6 m**

28 水平投射

解答　(1)　$\sqrt{\frac{2l}{g}}$　(2)　$\sqrt{2gl}$　(3)　$2l$　(4)　物資の位置は常に飛行機の真下にあり，飛行機から見ると自由落下しているように見える。

指針　水平に飛ぶ飛行機から静かに投下するということは，飛行機の速度と同じ初速度で水平投射されるということなので，物資は，水平方向には飛行機と同じ速度の等速度運動，鉛直方向には自由落下運動をする[1]←。投下した点を原点とし，水平方向に x 軸，鉛直下向きに y 軸をとる。このとき地上は $y=l$ の点である。また着地の角度が45°であることから，そのときの速度の水平成分と鉛直成分の大きさが等しい[2]←ことがわかる。

解説　(1)　鉛直方向の運動は自由落下と同じである。投下した点を原点とすると，地上の y 座標は l であるから，y 方向の運動について「$y=\frac{1}{2}gt^2$」より

$l=\frac{1}{2}gt^2$　　$t=\sqrt{\frac{2l}{g}}$

(2)　着地のときの速度の水平成分を v_x，鉛直成分を v_y とすると，物資は水平方向には等速度運動をし，その速さは飛行機と同じであるから

$v_x=v_0$　……①

鉛直方向は自由落下と同じなので，「$v=gt$」より

$v_y=gt=g\times\sqrt{\frac{2l}{g}}=\sqrt{g^2\times\frac{2l}{g}}=\sqrt{2gl}$　……②

着地の角度が45°なので

$v_x=v_y$[2]←　……③

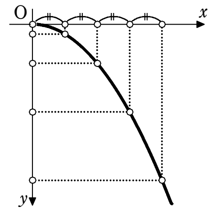
①，②式を③式に代入すると　$v_0=$**$\sqrt{2gl}$**

(3)　水平方向には等速度運動をするので，「$x=vt$」より

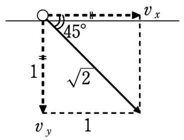
$L=v_0t=\sqrt{2gl}\times\sqrt{\frac{2l}{g}}=$**$2l$**

(4)　飛行機も物資も，水平方向には速さ v_0 で等速度運動をしているので，**物資の位置は常に飛行機の真下にあり，飛行機から見ると自由落下しているように見える。**

←[1]　x 方向，y 方向についての別々の運動が重ねあわさったものとなっている。



←[2]　下図のように，v_x と v_y の比は1：1となる。



参考　物資が着地したときの速さ v は
$v=\sqrt{2}\,v_0=2\sqrt{gl}$

29 斜方投射

解答 (1) v_{0x} : $v_0\cos\theta$ [m/s]　v_{0y} : $v_0\sin\theta$ [m/s]

(2) t : $\dfrac{v_0\sin\theta}{g}$ [s]　h : $\dfrac{{v_0}^2\sin^2\theta}{2g}$ [m]　(3) $\dfrac{{v_0}^2\sin 2\theta}{g}$ [m]　(4) 45°

指針 投げ上げた点を原点とし，水平方向に x 軸，鉛直上向きに y 軸をとる。このとき x 方向の運動は，初速度の x 成分のまま等速度運動をし，y 方向の運動は，初速度の y 成分で鉛直に投げ上げたのと同じ運動になる[1]←。y 方向の速度が 0 になるときが最高点であり，上りと下りの対称性から，最高点までの時間の 2 倍が着地点までの時間である。

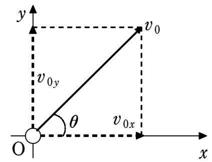
解説 (1) 図のように v_0 を x，y 成分に分解するので

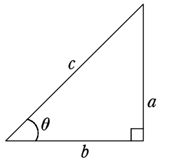
$\dfrac{v_{0x}}{v_0}=\cos\theta$ より

$v_{0x}=\boldsymbol{v_0\cos\theta}$ **[m/s]**

$\dfrac{v_{0y}}{v_0}=\sin\theta$ より

$v_{0y}=\boldsymbol{v_0\sin\theta}$ **[m/s]**





$\dfrac{a}{c}=\sin\theta$　$\dfrac{b}{c}=\cos\theta$

(2) 最高点では速度の y 成分 v_y が 0 となる。y 方向の運動は初速度 v_{0y}，加速度 $-g$ の等加速度運動なので，$v_y=v_{0y}-gt$ の関係より

$0=v_0\sin\theta-gt$　　よって　$t=\dfrac{\boldsymbol{v_0\sin\theta}}{\boldsymbol{g}}$ **[s]**

このときの高さ（y 座標）は，鉛直投げ上げの式「$y=v_0t-\dfrac{1}{2}gt^2$」より

$h=v_0\sin\theta\times\dfrac{v_0\sin\theta}{g}-\dfrac{1}{2}g\left(\dfrac{v_0\sin\theta}{g}\right)^2=\dfrac{\boldsymbol{{v_0}^2\sin^2\theta}}{\boldsymbol{2g}}$ **[m]**[2]←

(3) 上りと下りは対称的なので，最高点から水平面までの落下時間は (2) の t と同じである。したがって，小球は投げられてから時間 $2t$ の間，水平方向には速度 v_{0x} で等速度運動をしているので，「$x=vt$」の式より

$l=v_{0x}\times 2t=v_0\cos\theta\times 2\times\dfrac{v_0\sin\theta}{g}=\dfrac{2{v_0}^2\sin\theta\cos\theta}{g}=\dfrac{\boldsymbol{{v_0}^2\sin 2\theta}}{\boldsymbol{g}}$ **[m]**[3]←

(4) (3) の

$l=\dfrac{{v_0}^2\sin 2\theta}{g}$

において，g，v_0 は一定なので，$\sin 2\theta$ が最大値をとるとき，水平到達距離 l が最大になる。一般に，角 α に対して

$-1\leqq\sin\alpha\leqq 1$

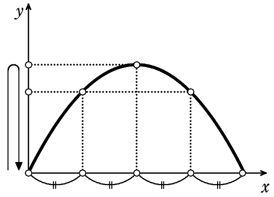
であるから，$\sin 2\theta$ が最大値をとるのは

$\sin 2\theta=1$　すなわち　$2\theta=90°$　$\theta=$ **45°** のとき。

参考 このとき，l の最大値 $l_{\max}$ は，$\sin 2\theta=1$ より

$l_{\max}=\dfrac{{v_0}^2}{g}$ [m] となる。

←[1] x 方向，y 方向についての別々の運動が重ねあわさったものとなっている。



←[2] **別解** 「$v^2-{v_0}^2=-2gy$」の式より

$0^2-(v_0\sin\theta)^2=-2gh$　　よって　$h=\dfrac{{v_0}^2\sin^2\theta}{2g}$ [m]

←[3] 三角関数の公式　$2\sin\theta\cos\theta=\sin 2\theta$　を用いた。なお (3) の答えとしては，$\dfrac{2{v_0}^2\sin\theta\cos\theta}{g}$ でもよい。

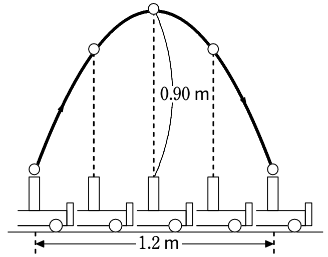
30 走る台車からの投射

解答 (1) 台車から見る場合：鉛直投げ上げ，
床で静止している人から見る場合：斜方投射

(2) 4.2 m/s　(3) 0.86 s　(4) 1.4 m/s

指針 台車から見ると，小球は鉛直上向きに発射されたように見える。一方，床で静止している人から見ると，小球は鉛直上向きの速度と台車の速度（水平方向）の合成速度で発射されたように見える。

解説 (1) 台車から見ると，小球の運動は**鉛直投げ上げ**のように観測される。
一方，床で静止している人から見ると，小球の運動は**斜方投射**のように観測される。[1]←



(2) 最高点では鉛直方向の速度が 0 になるので，「$v^2-{v_0}^2=-2gy$」より

$0^2-v^2=-2\times 9.8\times 0.90$

よって

$v=\sqrt{2\times 9.8\times 0.90}$[2]←$=$ **4.2 m/s**

(3) 「$y=v_0t-\dfrac{1}{2}gt^2$」より　$0=4.2t-\dfrac{1}{2}\times 9.8\times t^2$

$t>0$ であるから　$t=\dfrac{4.2}{4.9}=\dfrac{6.0}{7.0}=0.857\cdots\fallingdotseq$ **0.86 s**

(4) 台車は等速直線運動をしているので，「$x=vt$」より

$1.2=V\times\dfrac{6.0}{7.0}$　　よって　$V=1.2\times\dfrac{7.0}{6.0}=$ **1.4 m/s**

←[1] 小球は斜方投射され，水平方向の速度は一定であり，その速度は台車の速度と等しい。

←[2] 9.8 を含む $\sqrt{\quad}$ の計算は「49」をつくるようにするとよい。

$\sqrt{2\times 9.8\times 0.90}=\sqrt{2\times\dfrac{98}{10}\times\dfrac{9}{10}}=\sqrt{\dfrac{2\times(2\times 49)\times 9}{10^2}}$

$=\sqrt{\left(\dfrac{2\times 7\times 3}{10}\right)^2}=\sqrt{4.2^2}=4.2$

31 斜方投射

解答 (1) 1.00 s　(2) 44.1 m　(3) 4.00 s　(4) 67.9 m

指針 塔の上を原点とし，水平方向に x 軸，鉛直上向きに y 軸をとる。水平方向には，初速度の x 成分のまま等速度運動をし，鉛直方向には，初速度の y 成分で鉛直に投げ上げたのと同じ等加速度運動（加速度は $-9.80\ \mathrm{m/s^2}$）をする。最高点は速度の y 成分 v_y が 0 になることから求められ，地面に達する時刻は地面の y 座標が -39.2 m であることから求められる。

解説 (1) 初速度の x 成分 v_{0x}，y 成分 v_{0y} は，それぞれ

$v_{0x}=v_0\cos 30°=19.6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=9.80\sqrt{3}$ m/s[1]←

$v_{0y}=v_0\sin 30°=19.6\times\dfrac{1}{2}=9.80$ m/s[1]←

最高点では速度の y 成分 v_y が 0 なので，y 方向について「$v=v_0-gt$」の式より

$0=9.80-9.80t_1$　　$t_1=$ **1.00 s**

(2) 塔の上から最高点までの高さを h [m] とすると，「$y=v_0t-\dfrac{1}{2}gt^2$」より

$h=9.80\times 1.00-\dfrac{1}{2}\times 9.80\times 1.00^2=4.90$ m[2]←

したがって，地上から最高点までの高さ H は

$H=39.2+h=39.2+4.90=$ **44.1 m**

(3) 地面は $y=-39.2$ m の点なので[3]←，y 方向について

「$y=v_0t-\dfrac{1}{2}gt^2$」の式より

$-39.2=9.80t_2-\dfrac{1}{2}\times 9.80{t_2}^2$

両辺を 4.90 でわり，t_2 について整理すると

${t_2}^2-2t_2-8=0$

因数分解して

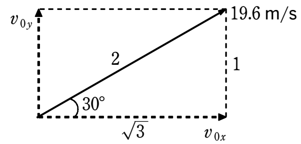
$(t_2-4)(t_2+2)=0$

$t_2>0$ であるから，$t_2=$ **4.00 s**

(4) x 方向には v_{0x} のまま等速度運動をするので，「$x=vt$」の式より

$l=v_{0x}t_2=9.80\sqrt{3}\times 4.00=67.89\cdots$[4]←$\fallingdotseq$ **67.9 m**

←[1]



←[2] **別解** ${v_y}^2-{v_{0y}}^2=2\cdot(-g)\cdot y$ より

$0^2-9.80^2=-2\times 9.80\times y$

$y=4.90$ m

←[3] **注** $y=39.2$ ではないことに注意する。

←[4] 有効数字が 3 桁なので，$\sqrt{3}$ には 1 桁多く 1.732 を代入する。

32 自由落下と鉛直投げ下ろし

解答 (1) 24.5 m/s　(2) $19.6-v_0$ [m/s]　(3) 19.6 m/s

指針　塔の上を原点とし，鉛直下向きに y 軸をとる[1]←。小球 A は B より 2.00 秒前に運動を始めているので，B が A に追いつくとき，A は 6.00 秒間落下したことになる。追いつくということは A と B の y 座標が等しくなるということである。落下中，A，B とも加速度は同じなので，相対速度は一定値になる。この値が正か負かで，両者がしだいに遠ざかっていくか接近していくかが決まる。

解説　(1)　小球 B が A に追いつくまでに，A は

$2.00+4.00=6.00\ \mathrm{s}$

の間自由落下をしている。このとき y 座標 y_A は「$y=v_0t+\frac{1}{2}at^2$」より

$y_A=\frac{1}{2}\times9.80\times6.00^2$

一方，B は初速度 v_0 [m/s] で 4.00 s 間落下しているので，y 座標 y_B は

$y_B=v_0\times4.00+\frac{1}{2}\times9.80\times4.00^2$

B が A に追いついたとき，両者の座標は等しく $y_A=y_B$ なので

$\frac{1}{2}\times9.80\times6.00^2=v_0\times4.00+\frac{1}{2}\times9.80\times4.00^2$

$4.00v_0=4.90\times(36.0-16.0)$　$4.00v_0=98.0$　$v_0=$ **24.5 m/s**

(2)　B を投げて t [s] 後，A は $t+2.00$ [s] 落下している。「$v=v_0+gt$」の式より，このときの A の速度 v_A，B の速度 v_B は

$v_A=9.80(t+2.00)$

$v_B=v_0+9.80t$

よって，B に対する A の相対速度 v_{BA} は

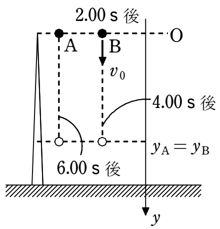
$v_{BA}=v_A-v_B=9.80(t+2.00)-(v_0+9.80t)$

$=$ **$19.6-v_0$ [m/s]**[2]←

(3)　$v_{BA}>0$ のとき，B から見て A は下向き（y 軸の正の向き）に一定の速さで動いているので，両者の間隔はしだいに離れ，追いつくことはできない。$v_{BA}=0$ のとき，両者は相対的に静止しているのと同じになり，やはり追いつけない。$v_{BA}<0$ のとき，追いかける B から見て A は上向き（y 軸の負の向き）に一定の速さで接近してくるので，塔が十分に高ければ，やがて追いつく[3]←。したがって

$v_{BA}=19.6-v_0\geqq0$　　$v_0\leqq19.6$ m/s　　限界は **19.6 m/s**

←[1]　下図参照



←[2]　この値は時間 t によらず，一定の値なので，B から見ると A は等速度運動をしているように見える。

←[3]　例えば (1) の場合

$v_{BA}=19.6-24.5=-4.90$ m/s

の速度で接近する。B を投げたときの A の位置は

$y=\frac{1}{2}\times9.80\times2.00^2=19.6$ m

よって　$t=\frac{y}{|v_{BA}|}=\frac{19.6}{4.90}=4.00$ s

で B は A に追いつく。

33 自由落下と鉛直投げ上げ

解答　(1)　$v_0t-\frac{1}{2}gt^2$　　(2)　$h-\frac{1}{2}gt^2$　　(3)　$\sqrt{\frac{2h}{g}}$　　(4)　$\frac{h}{v_0}$

(5)　$v_0>\sqrt{\frac{gh}{2}}$

指針　鉛直上向きを y 軸の正の向きとしているので，A と B の加速度は，ともに $a=-g$ となる。A，B の変位については「$y=v_0t+\frac{1}{2}at^2$」（B の場合は $v_0=0$）の式を利用する。A と B が衝突する時刻 t_2 は，両者の高さ（位置座標）y_A と y_B が等しくなったときである。この衝突が空中で起こるためには，時刻 t_2 が，B が地面に到達する時刻 t_1 より前でなければならない（$t_2<t_1$）。

解説　(1)　鉛直投げ上げの式より，A の高さ（位置）は　$y_A=\boldsymbol{v_0t-\frac{1}{2}gt^2}$

(2)　鉛直上向きを正としているので，時間 t の間の B の変位は $-\frac{1}{2}gt^2$ となる。よって，B の高さ（位置）は

$y_B=h+\left(-\frac{1}{2}gt^2\right)=\boldsymbol{h-\frac{1}{2}gt^2}$

(3)　B の着地のとき，$y_B=0$ となるので，(2) の式より

$0=h-\frac{1}{2}gt_1^2$　　ゆえに　$t_1=\boldsymbol{\sqrt{\frac{2h}{g}}}$

(4)　衝突時には，A，B の位置が一致し，$y_A=y_B$[1]← となるので，(1)，(2) の式より

$v_0t_2-\frac{1}{2}gt_2^2=h-\frac{1}{2}gt_2^2$　　ゆえに　$t_2=\boldsymbol{\frac{h}{v_0}}$

別解　上向きを正としているので，A，B の速度 v_A，v_B は

$v_A=v_0-gt$，　$v_B=-gt$

B から見たときの A の相対速度 v_{BA} は

$v_{BA}=v_A-v_B=(v_0-gt)-(-gt)=+v_0$

したがって，B から見ると A は，一定の速さ v_0 で鉛直上方に等速度運動しているように見える[2]←。

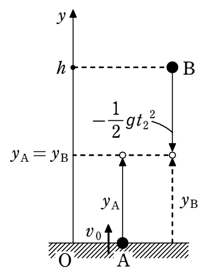
よって，$v_0t_2=h$　　より　$t_2=\boldsymbol{\frac{h}{v_0}}$

(5)　空中で衝突が起こるためには，時刻 t_2 が時刻 t_1 より前でなければならない。

よって，$t_2<t_1$　より　$\frac{h}{v_0}<\sqrt{\frac{2h}{g}}$

ゆえに　$\boldsymbol{v_0>\sqrt{\frac{gh}{2}}}$[3]←

←[1]　下図参照



←[2]　A，B の加速度が同じなので，両者の下方へ向かって速度が増加する分は等しい。したがって，相対速度は両者の初速度の差となり，時間によらず一定の値となる。

←[3]　別解　空中で衝突が起こるときは時刻 $t_2\left(=\frac{h}{v_0}\right)$ のとき

$y_A=y_B>0$　　$y_B=h-\frac{1}{2}g\left(\frac{h}{v_0}\right)^2>0$

したがって　$h>\frac{gh^2}{2v_0^2}$　　$v_0^2>\frac{gh}{2}$

よって　$\boldsymbol{v_0>\sqrt{\frac{gh}{2}}}$

34 水平投射

解答　(1)　$\frac{2v_0}{g}$ [s]　　(2)　$\frac{2\sqrt{2}\,v_0^2}{g}$ [m]　　(3)　$\sqrt{5}\,v_0$ [m/s]

指針　点 A を飛び出した小球は，水平方向には速度 v_0 [m/s] で等速度運動をし，鉛直方向には加速度 g [m/s²] の自由落下運動をする。斜面の傾きが 45° なので，A から B までの間に水平に移動した距離と鉛直に落下した距離は等しい。点 B での速さは，水平と鉛直方向の速度成分を合成したものになる。

解説　(1)　点 A を原点とし，水平に x 軸，鉛直下向きに y 軸をとる[1]←。AB 間の高さの差を h [m] とすると，斜面が 45° であることから，AB 間の水平距離も h [m] となる。小球の水平方向の運動は，初速度 v_0 [m/s] の等速度運動なので，距離と時間の関係式「$x=vt$」より

$h=v_0t$　……①

一方，小球の鉛直方向の運動は，加速度 g [m/s²] の自由落下なので，「$y=\frac{1}{2}gt^2$」より

$h=\frac{1}{2}gt^2$　……②

① 式と ② 式より

$v_0t=\frac{1}{2}gt^2$　　$t\left(\frac{1}{2}gt-v_0\right)=0$

$t>0$ より

$t=\boldsymbol{\frac{2v_0}{g}}$ [s]

(2)　(1) の答えを ① 式に代入すると

$h=v_0\times\frac{2v_0}{g}=\frac{2v_0^2}{g}$

一方，l と h の間には

$$h=l\cos45°\ (=l\sin45°)=\frac{1}{\sqrt{2}}l$$

の関係があるので，

$$l=\sqrt{2}\,h=\sqrt{2}\times\frac{2v_0{}^2}{g}=\frac{2\sqrt{2}\,v_0{}^2}{g}\ \text{〔m〕}$$

(3)　点 B での速度の x，y 成分を v_x，v_y とすると，x 方向は等速度運動なので

$$v_x=v_0$$

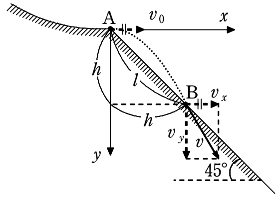
y 方向は「$v=gt$」の式より

$$v_y=gt=g\times\frac{2v_0}{g}=2v_0$$

三平方の定理より

$$v=\sqrt{v_x{}^2+v_y{}^2}=\sqrt{v_0{}^2+(2v_0)^2}=\sqrt{5}\,v_0\ \text{〔m/s〕}$$

←[1]　下図参照



35 斜方投射

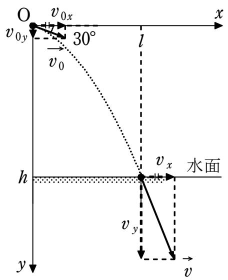
解答　(1) $\sqrt{\frac{h}{g}}$　(2) $\frac{\sqrt{3}}{2}h$　(3) $\sqrt{3gh}$

指針　投げた位置を原点として，水平方向に x 軸を，鉛直方向下向きに y 軸をとる。小球の運動は，水平方向には，初速度の水平成分 $v_0\cos30°$ の等速直線運動，鉛直方向には，初速度の鉛直成分 $v_0\sin30°$ の鉛直投げ下ろし運動となる。各方向ごとに速度の式，変位の式を立ててみる。

解説　初速度の x，y 成分は

$$v_{0x}=v_0\cos30°=\frac{\sqrt{3}}{2}v_0$$ [1]←

$$v_{0y}=v_0\sin30°=\frac{1}{2}v_0$$ [1]←



(1)　y 軸方向には初速度 v_{0y} の鉛直投げ下ろし運動をする。

「$y=v_0t+\frac{1}{2}gt^2$」より

$$h=\frac{1}{2}v_0t+\frac{1}{2}gt^2$$

$v_0=\sqrt{gh}$ を代入して整理すると

$$t^2+\sqrt{\frac{h}{g}}\,t-2\frac{h}{g}=0\qquad より\qquad \left(t-\sqrt{\frac{h}{g}}\right)\left(t+2\sqrt{\frac{h}{g}}\right)=0$$

$t>0$ であるから　$t=\sqrt{\frac{h}{g}}$ [2]←

(2)　x 軸方向には速度 v_{0x} の等速直線運動をするから，「$x=vt$」より

$$l=\frac{\sqrt{3}}{2}v_0\cdot\sqrt{\frac{h}{g}}=\frac{\sqrt{3}}{2}h$$

(3)　着水する瞬間の小球の速度の x，y 成分をそれぞれ v_x，v_y とすると

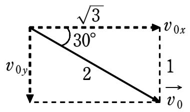
$$v_x=v_{0x}=\frac{\sqrt{3}}{2}v_0$$

$$v_y=v_{0y}+gt=\frac{1}{2}v_0+g\cdot\sqrt{\frac{h}{g}}=\frac{1}{2}v_0+\sqrt{gh}=\frac{3}{2}v_0$$

よって

$$v=\sqrt{v_x{}^2+v_y{}^2}=v_0\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\sqrt{3}\,v_0=\sqrt{3gh}$$ [3]←

←[1]



$$\sin30°=\frac{1}{2}$$

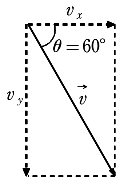
$$\cos30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

←[2]　別解　2 次方程式の解の公式より

$$t=\frac{-\sqrt{\frac{h}{g}}\pm\sqrt{\frac{h}{g}+\frac{8h}{g}}}{2}=\frac{-\sqrt{\frac{h}{g}}\pm3\sqrt{\frac{h}{g}}}{2}$$

$$=\sqrt{\frac{h}{g}},\ -2\sqrt{\frac{h}{g}}$$

←[3]　参考



上図のように，速度 $\vec{v}$ の水面に対する角度を θ とすると

$$\tan\theta=\frac{v_y}{v_x}=\frac{\frac{3}{2}v_0}{\frac{\sqrt{3}}{2}v_0}=\frac{3v_0}{2}\times\frac{2}{\sqrt{3}\,v_0}=\sqrt{3}$$

よって　$\theta=60°$

すなわち，水面に 60° の角度で着水している。

36 自由落下と斜方投射

解答　(1) $\left(l,\ h-\frac{1}{2}gt^2\right)$　(2) $\tan\theta\cdot l-\frac{g}{2v^2\cos^2\theta}l^2$　(3) $\tan\theta=\frac{h}{l}$

(4) $\frac{\sqrt{l^2+h^2}}{v}$　(5) $v>\sqrt{\frac{g(l^2+h^2)}{2h}}$　(6) $\sqrt{\frac{g(l^2+h^2)}{h}}$

指針　弾丸が物体に命中するには，弾丸が $x=l$ に達したとき，物体と弾丸の y 座標が等しくなればよい。(5) では，そのときの y 座標が正になる条件を考える。

解説　(1)　x 座標は変化しないので l，y 座標は時間 t の間に $\frac{1}{2}gt^2$ だけ減少するので

$$h-\frac{1}{2}gt^2$$

ゆえに　$\left(l,\ h-\frac{1}{2}gt^2\right)$

(2)　弾丸が $x=l$ に達するまでの時間を t' とすると，弾丸は水平方向には速度 $v\cos\theta$ の等速直線運動と同様の運動をするので

$$l=v\cos\theta\cdot t'\qquad より\qquad t'=\frac{l}{v\cos\theta}\qquad ……①$$

鉛直方向には初速度 $v\sin\theta$ の鉛直投げ上げと同様の運動をするので

$$y_{\mathrm{B}}=v\sin\theta\cdot t'-\frac{1}{2}gt'^2=v\sin\theta\cdot\frac{l}{v\cos\theta}-\frac{1}{2}g\left(\frac{l}{v\cos\theta}\right)^2$$

$$=\tan\theta\cdot l-\frac{g}{2v^2\cos^2\theta}l^2$$

(3)　(2) のときの物体の y 座標 y_{A} は

$$y_{\mathrm{A}}=h-\frac{1}{2}g\left(\frac{l}{v\cos\theta}\right)^2=h-\frac{g}{2v^2\cos^2\theta}l^2$$

$y_{\mathrm{A}}=y_{\mathrm{B}}$ であれば，弾丸が物体に命中する。よって

$$h-\frac{g}{2v^2\cos^2\theta}\cdot l^2=\tan\theta\cdot l-\frac{g}{2v^2\cos^2\theta}l^2$$

これを整理すると　$\tan\theta=\frac{h}{l}$ [1]←

(4)　(3) のとき　$\cos\theta=\frac{l}{\sqrt{l^2+h^2}}$ [2]←　と表されるから，これと ① 式より

$$t_0=\frac{l}{v\cos\theta}=\frac{l}{v}\cdot\frac{1}{\cos\theta}=\frac{l}{v}\cdot\frac{\sqrt{l^2+h^2}}{l}=\frac{\sqrt{l^2+h^2}}{v}$$

(5)　命中したときの物体の y 座標が正であればよい。

$$y_{\mathrm{A}}=h-\frac{1}{2}gt_0{}^2=h-\frac{1}{2}g\left(\frac{\sqrt{l^2+h^2}}{v}\right)^2>0\quad これを解いて$$

$$v>\sqrt{\frac{g(l^2+h^2)}{2h}}$$

(6)　命中したときの弾丸の速度の y 成分 v_y は，「$v=v_0-gt$」より $v_y=v\sin\theta-gt_0$ と表される。軌道の最高点で物体に命中するには，$v_y=0$ であればよい。よって

$$0=v\sin\theta-gt_0$$

$$0=v\cdot\frac{h}{\sqrt{l^2+h^2}}-g\cdot\frac{\sqrt{l^2+h^2}}{v}$$ [2]←

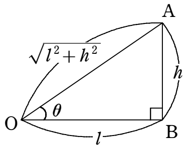
これを解いて　$v=\sqrt{\frac{g(l^2+h^2)}{h}}$

←[1]　参考　弾丸を物体に向けて発射する $\left(\tan\theta=\frac{h}{l}\right)$ と，仮に重力がはたらかなければ，必ず弾丸は物体に命中する。重力がはたらいていても，弾丸と物体は同じ加速度で落下するから，必ず弾丸は物体に命中する。

←[2]　$\tan\theta=\dfrac{h}{l}$

$\sin\theta=\dfrac{h}{\sqrt{l^2+h^2}}$

$\cos\theta=\dfrac{l}{\sqrt{l^2+h^2}}$



37 斜方投射

解答　(1)　$v_x : v_0\cos\theta-g\sin\alpha\cdot t$

$v_y : v_0\sin\theta-g\cos\alpha\cdot t$

(2)　$\dfrac{2v_0\sin\theta}{g\cos\alpha}$　　(3)　$\dfrac{2v_0^2\sin\theta\cos(\theta+\alpha)}{g\cos^2\alpha}$

(4)　$\dfrac{1}{2\tan\alpha}$

指針　(1)　x 軸を斜面方向，y 軸を斜面に垂直な方向にとっているので

小球の運動　x 方向：初速度 $v_0\cos\theta$，加速度 $-g\sin\alpha$ の等加速度運動

y 方向：初速度 $v_0\sin\theta$，加速度 $-g\cos\alpha$ の等加速度運動

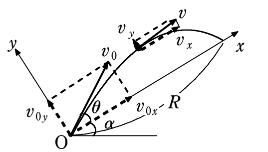
このことから，時間 t 後の速度成分 $(v_x,\ v_y)$，位置 $(x,\ y)$ が求められる。

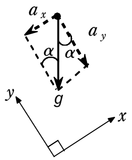
(2)　落下時間 t_0 は $y=0$ より求められる。

(3)　到達距離 R は，時刻 t_0 のときの x の値として得られる。

(4)「斜面に対して垂直に衝突」ということは，そのときの速度の x 成分が 0 であるということ。

解説　(1)　小球の加速度の x，y 方向の成分を $(a_x,\ a_y)$ とすると





$a_x=-g\sin\alpha$

$a_y=-g\cos\alpha$

また，初速度 v_0 の成分 $(v_{0x},\ v_{0y})$ は

$v_{0x}=v_0\cos\theta$，　$v_{0y}=v_0\sin\theta$

よって，等加速度直線運動の式「$v=v_0+at$」より

$v_x=v_{0x}+a_xt=\boldsymbol{v_0\cos\theta-g\sin\alpha\cdot t}$　……①

$v_y=v_{0y}+a_yt=\boldsymbol{v_0\sin\theta-g\cos\alpha\cdot t}$

(2)　発射から時間 t 後の小球の位置を $(x,\ y)$ とする。「$x=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2$」より

$x=v_{0x}t+\dfrac{1}{2}a_xt^2=v_0\cos\theta\cdot t-\dfrac{1}{2}g\sin\alpha\cdot t^2$　……②

$y=v_{0y}t+\dfrac{1}{2}a_yt^2=v_0\sin\theta\cdot t-\dfrac{1}{2}g\cos\alpha\cdot t^2$　……③

$t=t_0$ のとき，斜面に衝突するから $y=0$ である。③式より

$0=v_0\sin\theta\cdot t_0-\dfrac{1}{2}g\cos\alpha\cdot t_0{}^2$

$t_0>0$ より　$t_0=\dfrac{\boldsymbol{2v_0\sin\theta}}{\boldsymbol{g\cos\alpha}}$　……④

(3)　到達距離 R は，$t=t_0$ のときの x の値なので，②，④式より

$R=v_0\cos\theta\cdot t_0-\dfrac{1}{2}g\sin\alpha\cdot t_0{}^2$

$=\dfrac{2v_0{}^2\sin\theta(\cos\theta\cos\alpha-\sin\theta\sin\alpha)}{g\cos^2\alpha}$

$=\dfrac{\boldsymbol{2v_0{}^2\sin\theta\cos(\theta+\alpha)}}{\boldsymbol{g\cos^2\alpha}}$ [1]←[2]←

(4)　衝突のときの速度の x 成分が 0 であればよい。①，④式より

$v_0\cos\theta-g\sin\alpha\cdot\dfrac{2v_0\sin\theta}{g\cos\alpha}=0$

整理すると

$\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{\cos\alpha}{2\sin\alpha}$　　よって　$\tan\theta=\dfrac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{2\tan\alpha}}$ [3]←

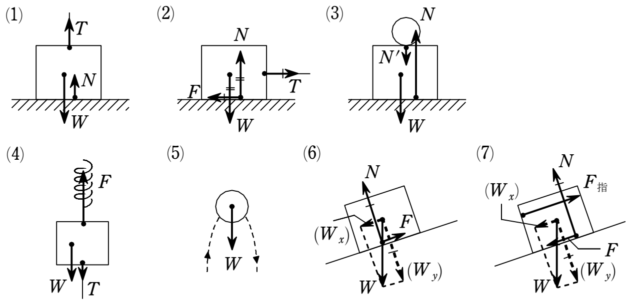
←[1]　加法定理　$\cos(A+B)=\cos A\cos B-\sin A\sin B$ を使用。

←[2]　注　この式は，いろいろな式変形が可能なので，同値な式は正解である。

←[3]　$\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\tan\theta$　を使用。

38 力の図示

解答

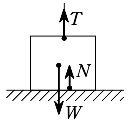


指針　注目している物体に接触している他の物体（糸，面，指など）からは必ず力を受ける。糸は糸の方向へ引く力（張力），面は面と直角に押す力（垂直抗力）および物体の動きを妨げる方向に面と平行にはたらく力（摩擦力）を，それぞれ物体に及ぼす。また，重力は地球と接触していなくても，質量をもつ地表付近のすべての物体に常にはたらいている。いずれも注目物体に作用点がある力だけをかき，その反作用はかいてはいけない。

解説　(1)　物体には，鉛直上方に糸の張力 T と水平面からの垂直抗力 N がはたらき，鉛直下方には重力 W がはたらく。$T+N$ と W がつりあっているのでこの物体は静止している[1]←。あらい面であっても，水平方向から加わる力がなければ物体に摩擦力は生じない。

答えは**図 a**

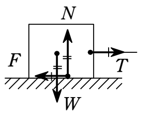
図 a



(2)　物体には鉛直方向に，水平面からの垂直抗力 N（上向き）と重力 W（下向き）がはたらき，水平方向に，糸の張力 T（右向き）と水平面からの静止摩擦力 F（左向き）がはたらく。これらのうち N と W がつりあっているので物体は鉛直方向について静止しており，T と F がつりあっているので水平方向にも静止している[2]←。

答えは**図 b**

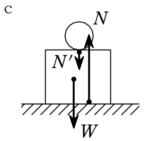
図 b



(3)　物体には，鉛直上方には水平面からの垂直抗力 N がはたらき，鉛直下方には重力 W とボールが物体を押す力 N' がはたらく。N と $W+N'$ がつりあっているのでこの物体は静止している[3]←。

答えは**図 c**

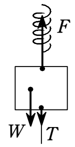
図 c



(4)　物体には，鉛直上方にはばねが物体を引く力 F がはたらき，鉛直下方には重力 W と糸の張力 T がはたらく。F と $W+T$ がつりあっているのでこの物体は静止している[4]←。

答えは**図 d**

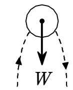
図 d



(5)　物体に接触しているものは何もないが重力は常にはたらいているので，物体にはたらく力は重力 W だけである。なお，「ボールを投げた上向きの力」がボールに残っていると考えてはいけない。力は物体に残るものではなく，投げる手などとの接触がなくなった瞬間に「投げる力」はなくなる[5]←。

答えは**図 e**

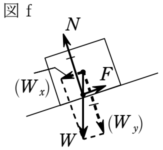
図 e



(6)　物体には斜面と垂直に斜面からの垂直抗力 N，斜面と平行に斜面からの静止摩擦力 F（斜面の上向き[6]←），鉛直下向きに重力 W がはたらき，この3力がつりあっている。重力 W を斜面に平行な向きの成分 W_x と垂直な成分 W_y に分解すると，斜面に平行な方向について W_x と F がつりあっている。また斜面に垂直な方向について N と W_y がつりあっている[7]←。

答えは**図 f**

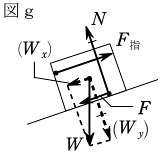
図 f



(7)　物体には斜面と垂直に斜面からの垂直抗力 N，斜面と平行に指が押す力 $F_指$（斜面の上向き）と斜面からの静止摩擦力 F（斜面の下向き[6]←），鉛直下向きに重力 W がはたらき，この4力がつりあっている。重力 W を(6)と同様に W_x と W_y に分解すると，斜面に平行な方向について W_x+F と $F_指$ がつりあっている。また斜面に垂直な方向について N と W_y がつりあっている[8]←。

答えは**図 g**

図 g



←[1]　つりあいの式は

$T+N-W=0$　　または　$T+N=W$

←[2]　つりあいの式は

鉛直方向　$N-W=0$

水平方向　$T-F=0$

または

$N=W$

$T=F$

←[3]　つりあいの式は

$N-W-N'=0$　　または　$N=W+N'$

←[4]　つりあいの式は

$F-W-T=0$　または　$F=W+T$

←[5]　この場合，つりあう力はないので，物体は下方へ落下していく。

←[6]　物体は(6)では斜面の下向きへ，(7)では斜面の上向きへすべりだそうとするので，摩擦力はその動きを妨げる向きにはたらく。

←[7]　つりあいの式は

平行成分　$F-W_x=0$

垂直成分　$N-W_y=0$

なお，斜面の傾きを θ とすると

$W_x=W\sin\theta$

$W_y=W\cos\theta$

となる。

←[8]　つりあいの式は

平行成分：$F_{指}-F-W_x=0$

垂直成分：$N-W_y=0$

39 垂直抗力

解答　大きいもの：①，⑤

小さいもの：②，③，④

指針　物体にはたらく力を図に矢印で記入し，力のつりあいの式を立てる。水平面から受ける垂直抗力の大きさが，物体にはたらく重力の大きさより大きいか，小さいかが境となる。

解説　物体 A が受けている重力の大きさ，垂直抗力の大きさをそれぞれ W，N，おもりが受けている重力の大きさを w とする。

基本図では　$N=W$

①　おもりが受ける垂直抗力の大きさを N' とすると，おもりにはたらく力のつりあいより　$N'-w=0$　よって　$N'=w$

作用反作用の法則より，物体 A はおもりより下向きに $N'=w$ の大きさの力で押される。よって，物体 A にはたらく力のつりあいより

$N-W-w=0$　よって　$N=W+w\ (>W)$[1]←

②　糸がおもりを引く力の大きさを T とすると，おもりにはたらく力のつりあいより

$T-w=0$　よって　$T=w$

糸が物体 A を引く力の大きさも同じく $T=w$ であるから，物体 A にはたらく力のつりあいより

$N+w-W=0$　よって　$N=W-w\ (<W)$

③　斜面に垂直な方向について，物体 A にはたらく力のつりあいより

$N-W\cos\theta=0$　よって　$N=W\cos\theta\ (<W)$[2]←

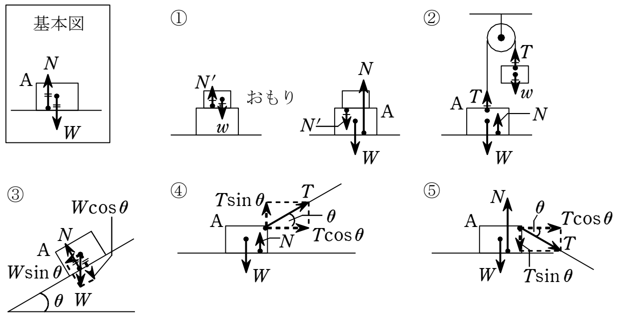
④　糸が物体 A を引く力を T とし，糸が水平方向となす角を θ とすると，鉛直方向について，物体 A にはたらく力のつりあいより

$N+T\sin\theta-W=0$　よって　$N=W-T\sin\theta\ (<W)$[2]←

⑤　④と同様に考えると

$N=W+T\sin\theta\ (>W)$[2]←

以上より　**大きいもの：①，⑤**　**小さいもの：②，③，④**



←[1]　A とおもりを一体として考えれば，力のつりあいより

$N=W+w\ (>W)$

←[2]　$0°<\theta<90°$ の範囲では

$0<\cos\theta<1$

$0<\sin\theta<1$

である。

40 作用反作用の法則

解答　(1)　① 地球が机 B を引く重力

② 荷物 A が机 B を押す力

③ 床 C が机 B を押す力

(2)　① の反作用：机 B が地球を引く力

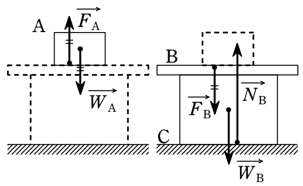
② の反作用：机 B が荷物 A を押す力

③ の反作用：机 B が床 C を押す力

(3)　机 B が荷物 A を押す力

指針　2 物体間で及ぼしあう力には，離れて及ぼしあう力と触れあって及ぼしあう力とがある。及ぼしあう 2 力は作用・反作用の関係にある。重力は離れて及ぼしあう力で，地球が物体を引く力であり，その反作用は地球の中心にはたらく。面の抗力は触れあって及ぼしあう力で，面が物体に押されたとき，反作用として及ぼし返す力である。

解説　A，B にはたらく力は，それぞれ図のようになる。



(1)　**・地球が机 B を引く重力** $(\overrightarrow{W_B})$

・荷物 A が机 B を押す力 $(\overrightarrow{F_B})$

・床 C が机 B を押す力 $(\overrightarrow{N_B})$

(2)　・$\overrightarrow{W_B}$ の反作用 … **机 B が地球を引く力**

・$\overrightarrow{F_B}$ の反作用 … **机 B が荷物 A を押す力** $(\overrightarrow{F_A})$

・$\overrightarrow{N_B}$ の反作用 … **机 B が床 C を押す力**[1]←

(3)　地球が荷物 A を引く重力 $(\overrightarrow{W_A})$ とつりあっているのは，**机 B が荷物 A を押す力** $(\overrightarrow{F_A})$[2]←

←[1]　作用・反作用の関係にある 2 力は

{P が Q に及ぼす力
{Q が P に及ぼす力

と表すことができる。

←[2]　力のつりあいの式は

$\overrightarrow{F_A}+\overrightarrow{W_A}=\vec{0}$

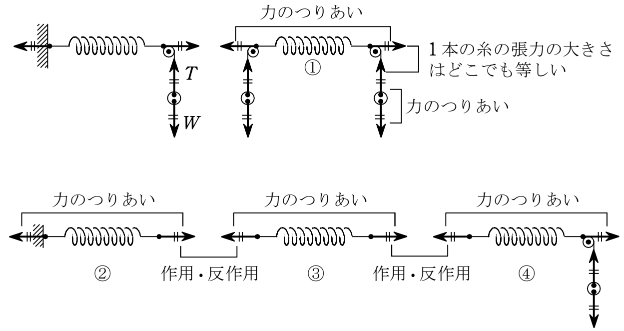
つりあっている 2 力は，同じ物体（ここでは荷物 A）にはたらく力である。

41 作用反作用の法則

解答　①～④ とも 3.0 cm

指針　問題の図 1 から図 3 まで，いずれもばねが静止しているので，ばねにはたらく両側からの力がつりあっている。ばねを右側から引く力が同じであれば，ばねにはたらく左側からの力も同じになるはずである。

解説



問題の図 1 では，おもりにはたらく重力 W[1]← と，おもりにつながる糸の張力 T がつりあうので，ばねはこれらと同じ大きさの力で右側へ引かれている。

ばねは静止しているので，ばねを右へ引く力と左へ引く力はつりあって等しい大きさのはずである。

同じように考えると，① や ④ のばねも左右から図 1 のばねと同じ力で引かれていることがわかる。

②，③ のばねについても，作用反作用の法則や力のつりあいを考えると，いずれも同じ大きさの力で左右に引かれていることがわかる。

したがって，答えは **①～④ とも 3.0 cm**

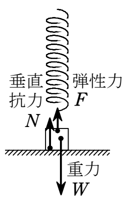
←[1]　重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とすると　$W=1.0\times9.8=9.8$ N　である。

42 弾性力

解答　(1)　6.3 N　　(2)　0.14 m

指針　おもりにはたらく力は，重力，ばねの弾性力，台からの垂直抗力の 3 つ。(1) ではこれらのつりあいを考える。(2) でおもりが台から離れるとき，垂直抗力は 0 となる。

解説　(1)　図のように，おもりには重力 W，ばねの弾性力 F，台からの垂直抗力 N がはたらき，これらがつりあっている。



よって　$F+N-W=0$　…… ①

ここで，「$W=mg$」より　$W=1.0\times 9.8=9.8$ N

「$F=kx$」より　$F=70\times 0.050$[1]← $=3.5$ N

これらを ① 式に代入して

$3.5+N-9.8=0$　　よって　$N=$ **6.3 N**

(2)　おもりが台から離れるとき，垂直抗力 N は 0 となる。① 式より

$70x+0-9.8=0$　　よって　$x=9.8\div 70=$ **0.14 m**

←[1]　ばねの伸びは単位 m にして計算することに注意。

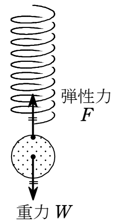
5.0 cm $=0.050$ m

43 弾性力

解答　l : 0.24 m　　k : 1.4×10^2 N/m

指針　2 つのおもりについて，それぞれ重力と弾性力がつりあう。弾性力はフックの法則「$F=kx$」を用いるが，x はばねの全長ではなく，伸び (全長－自然の長さ) であることに注意する。

解説　おもり A をつるしたとき，A には弾性力 F_A と重力 W_A がはたらき，これらがつりあうので



$F_A-W_A=0$　　よって　$F_A=W_A$

これにフックの法則「$F=kx$」，重力「$W=mg$」を代入して

$k(0.38-l)$[1]← $=2.0\times 9.8$　…… ①

同様にして，おもり B をつるしたときについて

$k(0.45-l)=3.0\times 9.8$　…… ②

①，② 式を辺々わると

$$\frac{k(0.38-l)}{k(0.45-l)}=\frac{2.0\times 9.8}{3.0\times 9.8}\qquad 3.0\times(0.38-l)=2.0\times(0.45-l)$$

$1.14-0.90=3.0l-2.0l$

よって　$l=$ **0.24 m**

l の値を ① 式に代入すると

$k(0.38-0.24)=2.0\times 9.8$　　$k=19.6\div 0.14=140=$ **1.4×10^2 N/m**

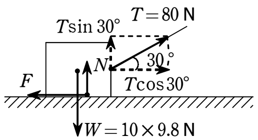
←[1]　ばねの伸びは全長 (0.38 m)－自然の長さ (l [m]) なので $(0.38-l)$ [m] となる。B についても同様。

44 力のつりあい

解答　F : 69 N　　N : 58 N

指針　物体にはたらく力は，糸の張力 T，水平面から受ける垂直抗力 N と摩擦力 F，重力 W の 4 力である。張力を水平方向と鉛直方向に分解し，それぞれの方向についてつりあいの式を立てる。

解説　物体にはたらく力は図の 4 力である。張力 T を水平方向と鉛直方向の成分に分解する。水平方向のつりあいの式は



$T\cos 30°$[1]← $-F=0$

よって

$F=80\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=40\sqrt{3}=40\times 1.73=69.2$

≒69 N[2]←

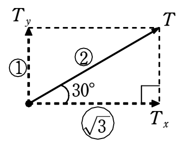
鉛直方向のつりあいの式は

$N+T\sin 30°$[1]← $-10\times 9.8=0$

よって

$N=10\times 9.8-80\times\dfrac{1}{2}=$ **58 N**[3]←

←[1]



張力の水平・鉛直成分を，直角三角形の辺の長さの比より求めてもよい。

$T_x : T=\sqrt{3} : 2$

$T_x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}T$ [N]

$T_y : T=1 : 2$

$T_y=\dfrac{1}{2}T$ [N]

←[2]　この摩擦力は静止摩擦力であり，最大摩擦力ではない。

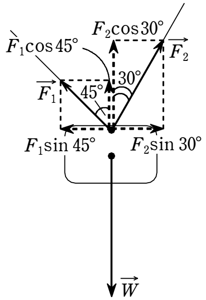
←[3]　垂直抗力＝重力 とは限らない。この問題では $N=mg$ ではない。

45 力のつりあい

解答　F_1 : $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}W$ [N]，F_2 : $(\sqrt{3}-1)W$ [N]

指針　力 $\vec{F_1}$ と $\vec{F_2}$ を水平方向と鉛直方向に分解し，それぞれの方向について力のつりあいを考える。

解説　水平方向 (右向きを正) の力のつりあいより



$-F_1\sin 45°+F_2\sin 30°=0$[1]←

$-\dfrac{1}{\sqrt{2}}F_1+\dfrac{1}{2}F_2=0$　　…… ①

鉛直方向 (上向きを正) の力のつりあいより

$F_1\cos 45°+F_2\cos 30°-W=0$[1]←

$\dfrac{1}{\sqrt{2}}F_1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}F_2-W=0$　…… ②

① 式より　$F_1=\dfrac{1}{\sqrt{2}}F_2$　　…… ③

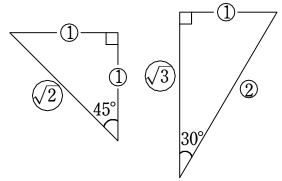
これを ② 式に代入して

$\dfrac{1}{2}F_2+\dfrac{\sqrt{3}}{2}F_2-W=0$　　より　$\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}F_2=W$

よって　$F_2=\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}W=$ **$(\sqrt{3}-1)W$ [N]**[2]←

③ 式より　$F_1=\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}W=$ **$\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}W$ [N]**[3]←

←[1]　各分力を，次の図のような直角三角形の辺の長さの比を用いて求めてもよい。

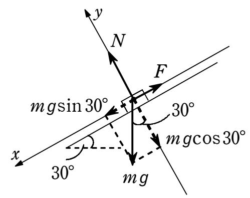


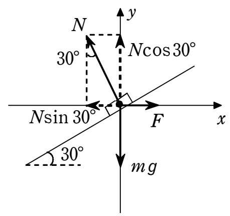
←[2]　$F_2=\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}W=\dfrac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}W=\dfrac{2(\sqrt{3}-1)}{3-1}W=(\sqrt{3}-1)W$

←[3]　$F_1=\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}W=\dfrac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}W=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}W$

46 斜面上のつりあい

解答　(1)　下図の 3 力　　　　(2)　下図の 3 力





(1)　重力 : mg [N]

指が押す力 : $\dfrac{1}{2}mg$ [N]

斜面からの垂直抗力 : $\dfrac{\sqrt{3}}{2}mg$ [N]

(2)　重力 : mg [N]

指が押す力 : $\dfrac{\sqrt{3}}{3}mg$ [N]

斜面からの垂直抗力 : $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}mg$ [N]

指針　物体には指が押す力 F (問題図の矢印)，斜面からの垂直抗力 N，重力 mg の 3 力がはたらいてつりあっている。(1) では 3 力のうち 2 力が斜面に平行か垂直なので，この方向に座標軸をとって，座標軸からはずれた向きの重力を 2 つに分解して考える。これに対し (2) では 3 力のうち 2 力が水平か鉛直方向なので，この方向に座標軸をとって，垂直抗力を2 つに分解して考える。

解説　(1)　物体にはたらく力は，図 a の 3 力。

重力の大きさは　**mg [N]**

斜面に平行に x 軸，垂直に y 軸をとり，重力 mg を分解して，それぞれの方向について力のつりあいの式を立てると

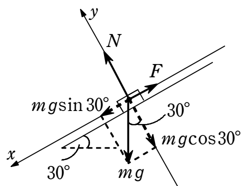


図 a

x 軸方向　$mg\sin 30°$[1]← $-F=0$　…… ①

y 軸方向　$N-mg\cos 30°$[1]← $=0$　…… ②

① 式より

$F=mg\sin 30°=$ **$\dfrac{1}{2}mg$ [N]**

② 式より

$$N=mg\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\boldsymbol{mg}\,[\mathrm{N}]$$

(2)　物体にはたらく力は，図 b の 3 力。

重力の大きさは　$\boldsymbol{mg}$ [N]

水平方向に x 軸，鉛直方向に y 軸をとり，垂直抗力 N を分解して，それぞれの方向について力のつりあいの式を立てると

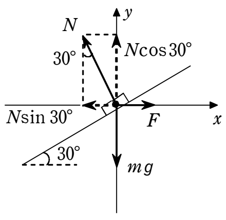


図 b

x 軸方向　$F-N\sin 30^\circ$[2]$=0$　…… ③

y 軸方向　$N\cos 30^\circ$[2]$-mg=0$　…… ④

④ 式より

$$N=\frac{mg}{\cos 30^\circ}=mg\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}\boldsymbol{mg}\,[\mathrm{N}]$$

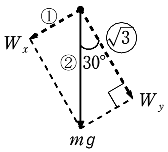
③ 式より

$$F=N\sin 30^\circ=\frac{2\sqrt{3}}{3}mg\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{3}\boldsymbol{mg}\,[\mathrm{N}]$$

←[1]　直角三角形の辺の長さの比より

$$W_x=mg\times\frac{1}{2}$$

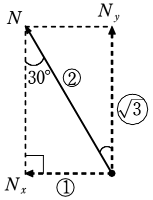
$$W_y=mg\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$



←[2]　直角三角形の辺の長さの比より

$$N_x=N\times\frac{1}{2}$$

$$N_y=N\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$



47 ばねの連結

解答　(1)　$\dfrac{mg}{k_1+k_2}$ [m]　(2)　k_1+k_2 [N/m]　(3)　$\dfrac{k_1+k_2}{k_1k_2}mg$ [m]

(4)　$\dfrac{k_1k_2}{k_1+k_2}$ [N/m]

指針　(1) の場合，ばね A と B の伸びは等しい。2 つのばねの弾性力がおもりにはたらいて，その合力がおもりにはたらく重力とつりあう。(3) の場合，ばねA は B を引っぱり，B も A を引っぱるので，ばね A と B の弾性力は作用・反作用の関係となって大きさが等しい。B の弾性力はおもりの重力とつりあう。このことから A，B の伸びを求め，たしあわせたものが全体の伸びとなる。

解説　(1)　図 a のように，ばね A と B は平行に天井とおもりを結ぶので，その伸び x はともに等しい。したがって，ばね A，B がおもりを引く弾性力の大きさは，フックの法則「$F=kx$」より，それぞれ k_1x [N]，k_2x [N] となる。おもりには図 a のようにこの 2 力と重力 mg [N] がはたらくので，つりあいの式[1]は

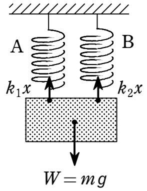


図 a

$$k_1x+k_2x-mg=0$$

よって

$$x=\frac{\boldsymbol{mg}}{\boldsymbol{k_1+k_2}}\,[\mathrm{m}]$$

(2)　$k_{並}$ を用いると「$F=kx$」より　$x=\dfrac{mg}{k_{並}}$　と表すことができる。これを (1) の結果と比較して　$k_{並}=\boldsymbol{k_1+k_2}$ [N/m][2]

(3)　ばね A，B の伸びをそれぞれ x_1 [m]，x_2 [m] とする。ばね A と B の接点において，A は B を弾性力 k_1x_1 [N] で上向きに引き，B は A を弾性力 k_2x_2 [N] で下向きに引く。この 2 力は作用・反作用の関係にあるので

$$k_1x_1=k_2x_2\quad\cdots\cdots ①$$

一方ばね B は弾性力 k_2x_2 [N] でおもりを引き上げ，この力とおもりの重力 mg [N] がつりあっておもりが静止するので，おもりのつりあいの式は

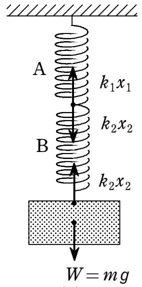


図 b

$$k_2x_2=mg$$

よって

$$x_2=\frac{mg}{k_2}\quad\cdots\cdots ②$$

② 式を ① 式に代入すると

$$k_1x_1=k_2\times\frac{mg}{k_2}\qquad x_1=\frac{mg}{k_1}$$

よって全体の伸び (＝おもりの下降距離) x は

$$x=x_1+x_2=\frac{mg}{k_1}+\frac{mg}{k_2}=\left(\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}\right)mg$$

$$=\frac{\boldsymbol{k_1+k_2}}{\boldsymbol{k_1k_2}}\boldsymbol{mg}\,[\mathrm{m}]$$

(4)　$k_{直}$ を用いると「$F=kx$」より　$x=\dfrac{1}{k_{直}}mg$　と表すことができる。これを (3) の結果と比較して

$$\frac{1}{k_{直}}=\frac{k_1+k_2}{k_1k_2}\quad\left(=\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}\right)$$[3]

よって　$k_{直}=\dfrac{\boldsymbol{k_1k_2}}{\boldsymbol{k_1+k_2}}$ [N/m]

←[1]　軽いばねとは，ばね自身の重さが無視できるばねのことである。

←[2]　参考　一般に，並列接続の場合

$$k_{並}=k_1+k_2+k_3+\cdots$$

←[3]　参考　一般に，直列接続の場合

$$\frac{1}{k_{直}}=\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}+\frac{1}{k_3}+\cdots$$

48 滑車につるした台上の人のつりあい

解答　(1)　150 N　(2)　T : 250 N　N : 350 N

指針　人，台，動滑車に分けて，それぞれにはたらく力をかき，つりあいの式を立てればよい。その際，つながった 1 本の綱にかかる張力はその両端で等しい。各物体にはたらく力をかき出すには，重力のほかに，その物体に接触している他の物体から受ける力を考える。綱があれば綱が引く力，面があれば面が押す力がある。

解説　(1)[1]　人のつりあい：

人が接触している物体は綱と台である。したがって人には綱から張力 (人が綱を引く力の反作用) T，台から垂直抗力 N，地球から重力 600 N がはたらく (図 a)。この 3 力がつりあうので，つりあいの式は

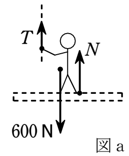


図 a

$$T+N-600=0\quad\cdots\cdots ①$$

台のつりあい：

台が接触している物体は人と地面，および台と動滑車を結ぶ綱である。したがって台には人から ① 式の垂直抗力 N の反作用，地面が台を押す抗力 R，動滑車からの綱が台を引く張力 (2 本分の合力) S，および台の重力 100 N がはたらく (図 b)。

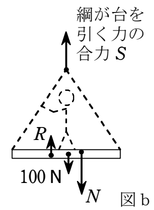


図 b

これらのつりあいの式は

$$S+R-N-100=0\quad\cdots\cdots ②$$

動滑車のつりあい：

動滑車に接触している物体は人の手からつながる綱 (動滑車の左右両側で支えている)，台につながる綱である。したがって，動滑車は両側でそれぞれ張力 T，台につながる綱から張力 S，重力 50 N を受けている (図 c)。これらのつりあいの式は

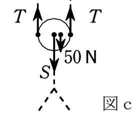


図 c

$$2T-S-50=0\quad\cdots\cdots ③$$

ここで $T=200$ N であることから，① 式より

$$N=600-T=600-200=400\ \mathrm{N}$$

③ 式より　$S=2T-50=2\times200-50=350$ N

② 式より　$R=N+100-S=400+100-350=$ **150 N**

(2)[1]　①，②，③ 式の辺々を足すと

$$(T+N-600)+(S+R-N-100)+(2T-S-50)=0$$

$$3T=750-R$$

ここで，台が地面から離れているときは $R=0$ であるはずなので

$3T=750-0$　　$T=$ **250 N**

① 式より　$N=600-T=600-250=$ **350 N**[2]

←[1]　別解　(1)　人，台，動滑車からなる系を一体 (全重量 750 N) と考える。この系にはたらく力は，3 本の綱の張力 $3T$，地面が台に及ぼす抗力 R，重力 W で，これらがつりあう。

よって　$3T+R-W=0$

ゆえに　$R=W-3T$

$=750-3\times200$

$=$ **150 N**

(2)　この場合，3 本の綱の張力で全重量を支えているので

$3T-750=0$

よって　$T=$ **250 N**

次に，人だけに着目する。

人にはたらく力は，1 本の綱の張力 T，台が及ぼす抗力 N，重力 w の 3 力で，これらがつりあう。

よって　$T+N-w=0$

ゆえに　$N=w-T$

$=600-250$

$=\mathbf{350\ N}$

←[2]　このとき ③ 式より

$S=2T-50=2\times250-50=450$ N である。

49 2 つのばねと 2 つの物体のつりあい

解答　(1)　l_2 : 14 cm　F : 35 N　　(2)　l_2 : 16 cm　F : 30 N

(3)　l_2 : 24 cm　F : 10 N

指針　ばね AB，CD の長さ l_1，l_2 が，ともに自然の長さより長いと仮定する[1]←。このときどちらのばねも縮もうとして，ばね AB は物体 P を上方へ，ばね CD は物体 P を下方，物体 Q を上方へ引く。その力は，ばね定数を k [N/cm] として $k(l_1-20)$，$k(l_2-20)$ と表される。ばね定数 k ははじめに P だけを下げたときのつりあいの式から求められる。P，Q それぞれについてつりあいの式を立て，l_2，F を求める式を立ててから (1)〜(3) の値を代入するとよい。

解説　ばね定数を k [N/cm] とする。はじめに物体 P だけを下げたときについて，P のつりあいを考える。P には図 a のように，重力 10 N とばね AB が縮もうとする力がはたらいてつりあっている。フックの法則 F [N] $=k$ [N/cm] $\times x$ [cm] を用いるとつりあいの式は

$k(24-20)-10=0$　　$k=2.5$ N/cm

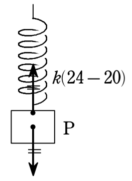


図 a

次に P，Q をつけたとき，ばね AB，CD の長さ l_1，l_2 がともに自然の長さより長い場合について考える[1]←。このとき 2 つのばねはともに縮もうとする。物体 P には図 b のように，ばね AB から上向きに $k(l_1-20)$ [N]，ばね CD から下向きに $k(l_2-20)$ [N]，重力 10 N がはたらくので，つりあいの式は

$k(l_1-20)-k(l_2-20)-10=0$

k の値を代入して整理すると

$l_1-l_2=4$　　よって　$l_2=l_1-4$　……①

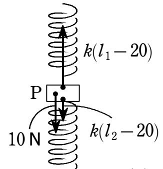


図 b

同様に物体 Q には図 c のように，ばね CD から $k(l_2-20)$ [N]，板 R から F [N]，重力 20 N がはたらくので，つりあいの式は

$k(l_2-20)+F-20=0$

k を代入して整理すると

$F=70-2.5l_2$　……②

与えられた l_1 を ① 式に代入して l_2 を求め，② 式に代入すると F が得られる。

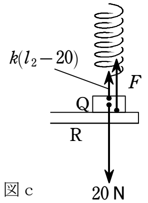


図 c

(1)　$l_1=18$ cm のとき　$l_2=18-4=\mathbf{14\ cm}$　　$F=70-2.5\times14=\mathbf{35\ N}$

(2)　$l_1=20$ cm のとき　$l_2=20-4=\mathbf{16\ cm}$　　$F=70-2.5\times16=\mathbf{30\ N}$

(3)　$l_1=28$ cm のとき　$l_2=28-4=\mathbf{24\ cm}$　　$F=70-2.5\times24=\mathbf{10\ N}$

←[1]　l_1 や l_2 が自然の長さ 20 cm より短いとき，ばねの力 $k(l_1-20)$，$k(l_2-20)$ が負となり，力の向きが逆になることが自然に表現される。よって，自然の長さより長い場合を仮定して一般式を立てても，自然の長さより短い場合を含めてあらゆる場合に成立する。

50 斜面をもつ台のつりあい

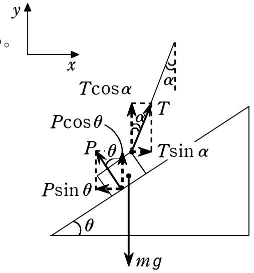
解答　(1)　$T:\dfrac{mg\sin\theta}{\sin(\theta+\alpha)}$ [N]，$P:\dfrac{mg\sin\alpha}{\sin(\theta+\alpha)}$ [N]

(2)　$N:\dfrac{mg\sin\alpha\cos\theta}{\sin(\theta+\alpha)}+Mg$ [N]，$F:\dfrac{mg\sin\alpha\sin\theta}{\sin(\theta+\alpha)}$ [N]

指針　小物体，台それぞれについて力のつりあいの式を立てて考える。(2) では，垂直抗力や静止摩擦力の大きさが Mg，μN にならない点に注意する。

解説　小物体と台にはたらく力は図のようになる。

水平方向右向きに x 軸，鉛直方向上向きに y 軸をとる。



(1)　小物体にはたらく力のつりあいより

x 軸方向

$T\sin\alpha-P\sin\theta=0$　……①

y 軸方向

$T\cos\alpha+P\cos\theta-mg=0$　……②

① 式 $\times\cos\theta+$ ② 式 $\times\sin\theta$　より

$T(\sin\theta\cos\alpha+\cos\theta\sin\alpha)=mg\sin\theta$

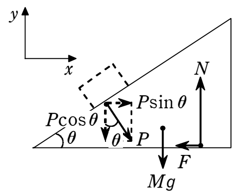
ここで

$\sin\theta\cos\alpha+\cos\theta\sin\alpha=\sin(\theta+\alpha)$[1]←

より　$T=\dfrac{\boldsymbol{mg\sin\theta}}{\boldsymbol{\sin(\theta+\alpha)}}$ [N][2]←

これと ① 式より

$P=\dfrac{\sin\alpha}{\sin\theta}T=\dfrac{\boldsymbol{mg\sin\alpha}}{\boldsymbol{\sin(\theta+\alpha)}}$ [N][2]←　……③



(2)　台には，重力 Mg，小物体から押される力 P，床からの垂直抗力 N，静止摩擦力 F がはたらいている。台にはたらく力のつりあいより

x 軸方向　$P\sin\theta-F=0$　……④

y 軸方向　$N-P\cos\theta-Mg=0$　……⑤

③，⑤ 式より

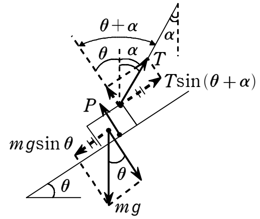
$N=\dfrac{\boldsymbol{mg\sin\alpha\cos\theta}}{\boldsymbol{\sin(\theta+\alpha)}}+\boldsymbol{Mg}$ [N]

③，④ 式より

$F=\dfrac{\boldsymbol{mg\sin\alpha\sin\theta}}{\boldsymbol{\sin(\theta+\alpha)}}$ [N]

←[1]　三角関数の加法定理を用いた。

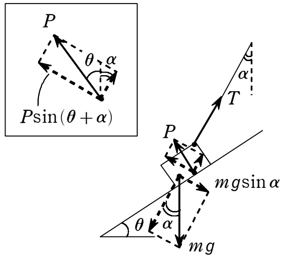
←[2]　別解　未知の力 P と垂直な方向の力のつりあいを考えると，つりあいの式に P が出てこないので，T を直接求めることができる。



$T\sin(\theta+\alpha)=mg\sin\theta$

よって　$T=\dfrac{\boldsymbol{mg\sin\theta}}{\boldsymbol{\sin(\theta+\alpha)}}$ [N]

同様に，T と垂直な方向の力のつりあいを考えると



$P\sin(\theta+\alpha)=mg\sin\alpha$

よって　$P=\dfrac{\boldsymbol{mg\sin\alpha}}{\boldsymbol{\sin(\theta+\alpha)}}$ [N]