春期第4講　演習問題

1

次の式を展開しなさい。

(1)　$(x+9)(x+5)$　　(2)　$(a+3)(a+8)$　　(3)　$(x-6)(x+2)$

(4)　$(y+15)(y-8)$　　(5)　$(x-9)(x-3)$　　(6)　$\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(x-\frac{4}{3}\right)$

2

次の式を展開しなさい。

(1)　$(x+6)^2$　　(2)　$(a+10)^2$　　(3)　$(x-4)^2$　　(4)　$\left(a-\frac{3}{2}\right)^2$

3

次の式を展開しなさい。

(1)　$(x+2)(x-2)$　　(2)　$(a+9)(a-9)$　　(3)　$(x-6)(x+6)$

(4)　$(x+12)(x-12)$　　(5)　$(a-15)(a+15)$　　(6)　$(a+10)(-10+a)$

(7)　$(7-m)(m+7)$　　(8)　$\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x-\frac{2}{3}\right)$　　(9)　$\left(-\frac{1}{4}+x\right)\left(\frac{1}{4}+x\right)$

4

次の式を展開しなさい。

(1)　$(x+5)(2x-1)$　　(2)　$(4a-7)(2a-3)$　　(3)　$(2x+1)(6x-5)$

(4)　$(5m+8)(6m-7)$　　(5)　$(-4a+5)(2a-3)$　　(6)　$(5a+2b)(3a+7b)$

(7)　$(x+3y)(4x-5y)$　　(8)　$(9p-q)(3p-2q)$　　(9)　$\left(\frac{2}{5}x-\frac{1}{3}y\right)\left(\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}y\right)$

5

次の式を展開しなさい。

(1)　$(x+y+3)(x+y+2)$　　(2)　$(a+b-5)(a+b+12)$

(3)　$(x-2y+3)(x-2y-9)$　　(4)　$(2a-3b+1)(2a-3b-4)$

(5)　$(2x+y-z)(2x+y+4z)$　　(6)　$(4p-5q+2r)(4p-5q-3r)$

6

次の計算をしなさい。

(1)　$(x+6)^2-(x+12)(x+3)$　　(2)　$(x-3)(x+15)-(x-6)^2$

(3)　$(2x+3)^2-(2x+5)(2x-5)$　　(4)　$(2b-a)^2-(a+5b)(a-b)$

(5)　$(3x-2y)(2y+3x)+(5x-2y)^2$　　(6)　$(2a-6b)^2+(4a+3b)^2$

7

次の計算をしなさい。

(1)　$\frac{(x-2)(x-3)}{4}-\frac{(x-2)(x-3)+4}{5}$　　(2)　$\frac{(1-x)(3x-1)}{3}-\frac{(-3x+2)(x+1)}{4}$

(3)　$\frac{(a-2)^2}{2}-\frac{a(a-1)}{4}+2(a+1)(a-1)$　　(4)　$\left(\frac{x-1}{2}\right)^2-\frac{(x-2)(x+3)}{4}+\frac{3}{2}x$

(5)　$\frac{(x-6y)(x+2y)}{2}-\frac{(x-3y)^2}{3}$　　(6)　$\frac{(x-2y)^2}{3}-\frac{x(2x-3y)}{4}+\frac{(7x-4y)y}{12}$

8

次の式を展開しなさい。

(1)　$(a-3b+c)(a-3b-c)$　　(2)　$(x^2+6x+1)(x^2+6x-1)$

(3)　$(x^2-3xy+y^2)(x^2+3xy+y^2)$　　(4)　$(a^2+3ab-2b^2)(a^2-3ab-2b^2)$

9

次の式を展開しなさい。

(1)　$(x-4)(x+4)(x^2+16)$　　(2)　$(3x+y)(3x-y)(9x^2+y^2)$

(3)　$(x-y)^2(x+y)^2(x^2+y^2)^2$　　(4)　$(2a-3b)^2(2a+3b)^2(4a^2+9b^2)^2$

10

次の式を因数分解しなさい。

(1)　$3x^2-7xy^2+8xy$　　(2)　$a^3+2a^2b^2-9ab$

(3)　$5a^2x^4+4ab^2x^2-6abx$　　(4)　$x^3+2x^2y-4xy^2-7x$

(5)　$a^3b^3-4a^2b^3+8a^2b^2-3ab^2$

11

次の式を因数分解しなさい。

(1) $x(a+b)-y(a+b)$　(2) $a^2(x+y)-a(x+y)^2$

(3) $5a(a-4)-2(4-a)$　(4) $2x(x-3y)-y(3y-x)$

12

次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2+9x+18$　(2) $x^2+13x+36$　(3) x^2-5x+4

(4) $x^2-10x+21$　(5) x^2-7x-8　(6) $x^2+4x-12$

(7) $x^2+12x-108$　(8) $a^2-33a+90$　(9) $y^2+4y-96$

(10) $x^2+5x-50$　(11) $x^2-16x+55$　(12) $x^2+10x-56$

13

次の式を因数分解しなさい。

(1) $9x^2+12x+4$　(2) $49t^2-28t+4$　(3) $25p^2+80p+64$

(4) $9x^2-48xy+64y^2$　(5) $x^2+36xy+324y^2$　(6) $x^2-3xy+\frac{9}{4}y^2$

14

次の式を因数分解しなさい。

(1) x^2-81y^2　(2) $x^2-\frac{1}{16}y^2$　(3) $64p^2-121$　(4) $144x^2-25y^2$

15

次の式を因数分解しなさい。

(1) $3ax^2+21ax+30a$　(2) $4tx^2-20tx+24t$

(3) $-2mx^2-4mx+30m$　(4) $4px^2-36p$

(5) $\frac{1}{5}ax^2-\frac{11}{5}ax+\frac{28}{5}a$　(6) $\frac{9a^2x}{7}-\frac{16b^2x}{7}$

16

次の式を因数分解しなさい。

(1) $3x^2+5x+2$　(2) $3x^2-10x+3$　(3) $2x^2+x-6$

(4) $6x^2-x-2$　(5) $2x^2-x-15$　(6) $5x^2-13x-6$

(7) $2a^2-3a+1$　(8) $3t^2+11t+6$　(9) $2p^2-9p-5$

(10) $4x^2+11x-45$　(11) $6x^2+17x-14$　(12) $20x^2+16x+3$

(13) $3k^2-17k-6$　(14) $6a^2-43a+42$　(15) $18y^2-9y-2$

17

次の式を因数分解しなさい。

(1) $(x^2+x)^2-8(x^2+x)+12$　(2) $(x^2-7x)^2+4(x^2-7x)-12$

(3) $(x^2+4x)^2+8(x^2+4x)+16$　(4) $(a^2+2ab)^2-14b^2(a^2+2ab)-15b^4$

1

解説

(1) $(x+9)(x+5)=x^2+(9+5)x+9\times5$
$=x^2+14x+45$

(2) $(a+3)(a+8)=a^2+(3+8)a+3\times8$
$=a^2+11a+24$

(3) $(x-6)(x+2)=x^2+(-6+2)x+(-6)\times2$
$=x^2-4x-12$

(4) $(y+15)(y-8)=y^2+(15-8)y+15\times(-8)$
$=y^2+7y-120$

(5) $(x-9)(x-3)=x^2+(-9-3)x+(-9)\times(-3)$
$=x^2-12x+27$

(6) $\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(x-\frac{4}{3}\right)=x^2+\left(-\frac{2}{3}-\frac{4}{3}\right)x+\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{4}{3}\right)$
$=x^2-2x+\frac{8}{9}$

2

解説

(1) $(x+6)^2=x^2+2\times6\times x+6^2$
$=x^2+12x+36$

(2) $(a+10)^2=a^2+2\times10\times a+10^2$
$=a^2+20a+100$

(3) $(x-4)^2=x^2-2\times4\times x+4^2$
$=x^2-8x+16$

(4) $\left(a-\frac{3}{2}\right)^2=a^2-2\times\frac{3}{2}\times a+\left(\frac{3}{2}\right)^2$
$=a^2-3a+\frac{9}{4}$

3

解説

(1) $(x+2)(x-2)=x^2-2^2$
$=x^2-4$

(2) $(a+9)(a-9)=a^2-9^2$
$=a^2-81$

(3) $(x-6)(x+6)=x^2-6^2$
$=x^2-36$

(4) $(x+12)(x-12)=x^2-12^2$
$=x^2-144$

(5) $(a-15)(a+15)=a^2-15^2$
$=a^2-225$

(6) $(a+10)(-10+a)=(a+10)(a-10)$
$=a^2-10^2$
$=a^2-100$

(7) $(7-m)(m+7)=-(m-7)(m+7)$
$=-(m^2-7^2)$
$=-(m^2-49)$
$=-m^2+49$

(8) $\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x-\frac{2}{3}\right)=x^2-\left(\frac{2}{3}\right)^2$
$=x^2-\frac{4}{9}$

(9) $\left(-\frac{1}{4}+x\right)\left(\frac{1}{4}+x\right)=\left(x-\frac{1}{4}\right)\left(x+\frac{1}{4}\right)$
$=x^2-\left(\frac{1}{4}\right)^2$
$=x^2-\frac{1}{16}$

4

解説

(1) $(x+5)(2x-1)=1\times2\times x^2+\{1\times(-1)+5\times2\}x+5\times(-1)$
$=2x^2+9x-5$

(2) $(4a-7)(2a-3)=4\times2\times a^2+\{4\times(-3)+(-7)\times2\}a+(-7)\times(-3)$
$=8a^2-26a+21$

(3) $(2x+1)(6x-5)=2\times6\times x^2+\{2\times(-5)+1\times6\}x+1\times(-5)$
$=12x^2-4x-5$

(4) $(5m+8)(6m-7)=5\times6\times m^2+\{5\times(-7)+8\times6\}m+8\times(-7)$
$=30m^2+13m-56$

(5) $(-4a+5)(2a-3)=(-4)\times2\times a^2+\{(-4)\times(-3)+5\times2\}a+5\times(-3)$
$=-8a^2+22a-15$

(6) $(5a+2b)(3a+7b)=5\times3\times a^2+(5\times7b+2b\times3)a+2b\times7b$
$=15a^2+41ab+14b^2$

(7) $(x+3y)(4x-5y)=1\times4\times x^2+\{1\times(-5y)+3y\times4\}x+3y\times(-5y)$
$=4x^2+7xy-15y^2$

(8) $(9p-q)(3p-2q)=9\times3\times p^2+\{9\times(-2q)+(-q)\times3\}p+(-q)\times(-2q)$
$=27p^2-21pq+2q^2$

(9) $\left(\frac{2}{5}x-\frac{1}{3}y\right)\left(\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}y\right)=\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}\times x^2+\left\{\frac{2}{5}\times\frac{5}{4}y+\left(-\frac{1}{3}y\right)\times\frac{3}{4}\right\}x+\left(-\frac{1}{3}y\right)\times\frac{5}{4}y$
$=\frac{3}{10}x^2+\frac{1}{4}xy-\frac{5}{12}y^2$

5

解説

(1) $(x+y+3)(x+y+2)=\{(x+y)+3\}\{(x+y)+2\}$
$=(x+y)^2+5(x+y)+6$
$=x^2+2xy+y^2+5x+5y+6$

(2) $(a+b-5)(a+b+12)=\{(a+b)-5\}\{(a+b)+12\}$
$=(a+b)^2+7(a+b)-60$
$=a^2+2ab+b^2+7a+7b-60$

(3) $(x-2y+3)(x-2y-9)=\{(x-2y)+3\}\{(x-2y)-9\}$
$=(x-2y)^2-6(x-2y)-27$
$=x^2-4xy+4y^2-6x+12y-27$

(4) $(2a-3b+1)(2a-3b-4)=\{(2a-3b)+1\}\{(2a-3b)-4\}$
$=(2a-3b)^2-3(2a-3b)-4$
$=4a^2-12ab+9b^2-6a+9b-4$

(5) $(2x+y-z)(2x+y+4z)=\{(2x+y)-z\}\{(2x+y)+4z\}$
$=(2x+y)^2+3z(2x+y)-4z^2$
$=4x^2+4xy+y^2+6zx+3yz-4z^2$
$=4x^2+y^2-4z^2+4xy+3yz+6zx$

(6) $(4p-5q+2r)(4p-5q-3r)=\{(4p-5q)+2r\}\{(4p-5q)-3r\}$
$=(4p-5q)^2-r(4p-5q)-6r^2$
$=16p^2-40pq+25q^2-4rp+5qr-6r^2$
$=16p^2+25q^2-6r^2-40pq+5qr-4rp$

6

解説

(1) $(x+6)^2-(x+12)(x+3)=(x^2+12x+36)-(x^2+15x+36)$
$=x^2+12x+36-x^2-15x-36$
$=-3x$

(2) $(x-3)(x+15)-(x-6)^2=(x^2+12x-45)-(x^2-12x+36)$
$=x^2+12x-45-x^2+12x-36$
$=24x-81$

(3) $(2x+3)^2-(2x+5)(2x-5)=(4x^2+12x+9)-(4x^2-25)$
$=4x^2+12x+9-4x^2+25$
$=12x+34$

(4) $(2b-a)^2-(a+5b)(a-b)=(4b^2-4ab+a^2)-(a^2+4ab-5b^2)$
$=4b^2-4ab+a^2-a^2-4ab+5b^2$
$=9b^2-8ab$

(5) $(3x-2y)(2y+3x)+(5x-2y)^2=(3x-2y)(3x+2y)+(5x-2y)^2$
$=(9x^2-4y^2)+(25x^2-20xy+4y^2)$
$=9x^2-4y^2+25x^2-20xy+4y^2$
$=34x^2-20xy$

(6) $(2a-6b)^2+(4a+3b)^2=(4a^2-24ab+36b^2)+(16a^2+24ab+9b^2)$
$=4a^2-24ab+36b^2+16a^2+24ab+9b^2$
$=20a^2+45b^2$

7

解説

(1) $\dfrac{(x-2)(x-3)}{4}-\dfrac{(x-2)(x-3)+4}{5}=\dfrac{5(x-2)(x-3)-4(x-2)(x-3)-4\times4}{20}$

$=\dfrac{(x-2)(x-3)-16}{20}$

$=\dfrac{(x^2-5x+6)-16}{20}$

$=\dfrac{x^2-5x-10}{20}$

(2) $\dfrac{(1-x)(3x-1)}{3}-\dfrac{(-3x+2)(x+1)}{4}=\dfrac{4(1-x)(3x-1)-3(-3x+2)(x+1)}{12}$

$=\dfrac{4(-3x^2+4x-1)-3(-3x^2-x+2)}{12}$

$=\dfrac{-12x^2+16x-4+9x^2+3x-6}{12}$

$=\dfrac{-3x^2+19x-10}{12}$

(3) $\dfrac{(a-2)^2}{2}-\dfrac{a(a-1)}{4}+2(a+1)(a-1)=\dfrac{2(a-2)^2-a(a-1)+8(a+1)(a-1)}{4}$

$=\dfrac{2(a^2-4a+4)-a^2+a+8(a^2-1)}{4}$

$=\dfrac{2a^2-8a+8-a^2+a+8a^2-8}{4}$

$=\dfrac{9a^2-7a}{4}$

(4) $\left(\dfrac{x-1}{2}\right)^2-\dfrac{(x-2)(x+3)}{4}+\dfrac{3}{2}x=\dfrac{(x-1)^2}{4}-\dfrac{(x-2)(x+3)}{4}+\dfrac{3}{2}x$

$=\dfrac{(x-1)^2-(x-2)(x+3)+3x\times2}{4}$

$=\dfrac{x^2-2x+1-x^2-x+6+6x}{4}$

$=\dfrac{3x+7}{4}$

(5) $\dfrac{(x-6y)(x+2y)}{2}-\dfrac{(x-3y)^2}{3}=\dfrac{3(x-6y)(x+2y)-2(x-3y)^2}{6}$

$=\dfrac{3(x^2-4xy-12y^2)-2(x^2-6xy+9y^2)}{6}$

$=\dfrac{3x^2-12xy-36y^2-2x^2+12xy-18y^2}{6}$

$=\dfrac{x^2-54y^2}{6}$

(6) $\dfrac{(x-2y)^2}{3}-\dfrac{x(2x-3y)}{4}+\dfrac{(7x-4y)y}{12}=\dfrac{4(x-2y)^2-3x(2x-3y)+(7x-4y)y}{12}$

$=\dfrac{4(x^2-4xy+4y^2)-3x(2x-3y)+(7x-4y)y}{12}$

$=\dfrac{4x^2-16xy+16y^2-6x^2+9xy+7xy-4y^2}{12}$

$=\dfrac{-2x^2+12y^2}{12}$

$=\dfrac{-x^2+6y^2}{6}$

8

解説

(1) $(a-3b+c)(a-3b-c)=\{(a-3b)+c\}\{(a-3b)-c\}$

$=(a-3b)^2-c^2$

$=a^2-6ab+9b^2-c^2$

(2) $(x^2+6x+1)(x^2+6x-1)=\{(x^2+6x)+1\}\{(x^2+6x)-1\}$

$=(x^2+6x)^2-1^2$

$=x^4+12x^3+36x^2-1$

(3) $(x^2-3xy+y^2)(x^2+3xy+y^2)=\{(x^2+y^2)-3xy\}\{(x^2+y^2)+3xy\}$

$=(x^2+y^2)^2-(3xy)^2$

$=x^4+2x^2y^2+y^4-9x^2y^2$

$=x^4-7x^2y^2+y^4$

(4) $(a^2+3ab-2b^2)(a^2-3ab-2b^2)=\{(a^2-2b^2)+3ab\}\{(a^2-2b^2)-3ab\}$

$=(a^2-2b^2)^2-(3ab)^2$

$=a^4-4a^2b^2+4b^4-9a^2b^2$

$=a^4-13a^2b^2+4b^4$

9

解説

(1) $(x-4)(x+4)(x^2+16)=\{(x-4)(x+4)\}(x^2+16)$
$=(x^2-16)(x^2+16)$
$=(x^2)^2-16^2$
$=x^4-256$

(2) $(3x+y)(3x-y)(9x^2+y^2)=\{(3x+y)(3x-y)\}(9x^2+y^2)$
$=(9x^2-y^2)(9x^2+y^2)$
$=(9x^2)^2-(y^2)^2$
$=81x^4-y^4$

(3) $(x-y)^2(x+y)^2(x^2+y^2)^2=\{(x-y)(x+y)\}^2(x^2+y^2)^2$
$=(x^2-y^2)^2(x^2+y^2)^2$
$=\{(x^2-y^2)(x^2+y^2)\}^2$
$=(x^4-y^4)^2$
$=x^8-2x^4y^4+y^8$

(4) $(2a-3b)^2(2a+3b)^2(4a^2+9b^2)^2=\{(2a-3b)(2a+3b)\}^2(4a^2+9b^2)^2$
$=(4a^2-9b^2)^2(4a^2+9b^2)^2$
$=\{(4a^2-9b^2)(4a^2+9b^2)\}^2$
$=\{(4a^2)^2-(9b^2)^2\}^2$
$=(16a^4-81b^4)^2$
$=256a^8-2592a^4b^4+6561b^8$

10

解説

(1) $x(3x-7y^2+8y)$

(2) $a(a^2+2ab^2-9b)$

(3) $ax(5ax^3+4b^2x-6b)$

(4) $x(x^2+2xy-4y^2-7)$

(5) $ab^2(a^2b-4ab+8a-3)$

11

解説

(1) $x(a+b)-y(a+b)=(a+b)(x-y)$

(2) $a^2(x+y)-a(x+y)^2=a(x+y)\{a-(x+y)\}$
$=a(x+y)(a-x-y)$

(3) $5a(a-4)-2(4-a)=5a(a-4)-2\{-(a-4)\}$
$=5a(a-4)+2(a-4)$
$=(a-4)(5a+2)$

(4) $2x(x-3y)-y(3y-x)=2x(x-3y)-y\{-(x-3y)\}$
$=2x(x-3y)+y(x-3y)$
$=(x-3y)(2x+y)$

12

解説

(1) $(x+3)(x+6)$

(2) $(x+4)(x+9)$

(3) $(x-1)(x-4)$

(4) $(x-3)(x-7)$

(5) $(x+1)(x-8)$

(6) $(x-2)(x+6)$

(7) $(x-6)(x+18)$

(8) $(a-3)(a-30)$

(9) $(y-8)(y+12)$

(10) $(x-5)(x+10)$

(11) $(x-5)(x-11)$

(12) $(x-4)(x+14)$

13

解説

(1) $(3x+2)^2$

(2) $(7t-2)^2$

(3) $(5p+8)^2$

(4) $(3x-8y)^2$

(5) $(x+18y)^2$

(6) $\left(x-\frac{3}{2}y\right)^2$

14

解説

(1) $(x+9y)(x-9y)$

(2) $\left(x+\frac{1}{4}y\right)\left(x-\frac{1}{4}y\right)$

(3) $(8p+11)(8p-11)$

(4) $(12x+5y)(12x-5y)$

15

解説

(1) $3ax^2+21ax+30a=3a(x^2+7x+10)$
$=3a(x+2)(x+5)$

(2) $4tx^2-20tx+24t=4t(x^2-5x+6)$
$=4t(x-2)(x-3)$

(3) $-2mx^2-4mx+30m=-2m(x^2+2x-15)$
$=-2m(x-3)(x+5)$

(4) $4px^2-36p=4p(x^2-9)$
$=4p(x+3)(x-3)$

(5) $\frac{1}{5}ax^2-\frac{11}{5}ax+\frac{28}{5}a=\frac{1}{5}a(x^2-11x+28)$
$=\frac{1}{5}a(x-4)(x-7)$

(6) $\frac{9a^2x}{7}-\frac{16b^2x}{7}=\frac{1}{7}x(9a^2-16b^2)$
$=\frac{1}{7}x(3a+4b)(3a-4b)$

16

解説

(1) $(x+1)(3x+2)$
(2) $(x-3)(3x-1)$
(3) $(x+2)(2x-3)$
(4) $(2x+1)(3x-2)$
(5) $(x-3)(2x+5)$
(6) $(x-3)(5x+2)$
(7) $(a-1)(2a-1)$
(8) $(t+3)(3t+2)$
(9) $(p-5)(2p+1)$
(10) $(x+5)(4x-9)$
(11) $(2x+7)(3x-2)$
(12) $(2x+1)(10x+3)$
(13) $(k-6)(3k+1)$
(14) $(a-6)(6a-7)$
(15) $(3y-2)(6y+1)$

17

解説

(1) $(x^2+x)^2-8(x^2+x)+12=\{(x^2+x)-2\}\{(x^2+x)-6\}$
$=(x^2+x-2)(x^2+x-6)$
$=(x-1)(x+2)(x-2)(x+3)$

(2) $(x^2-7x)^2+4(x^2-7x)-12=\{(x^2-7x)-2\}\{(x^2-7x)+6\}$
$=(x^2-7x-2)(x^2-7x+6)$
$=(x^2-7x-2)(x-1)(x-6)$

(3) $(x^2+4x)^2+8(x^2+4x)+16=\{(x^2+4x)+4\}^2$
$=(x^2+4x+4)^2$
$=\{(x+2)^2\}^2$
$=(x+2)^4$

(4) $(a^2+2ab)^2-14b^2(a^2+2ab)-15b^4=\{(a^2+2ab)+b^2\}\{(a^2+2ab)-15b^2\}$
$=(a^2+2ab+b^2)(a^2+2ab-15b^2)$
$=(a+b)^2(a-3b)(a+5b)$