【前期】
―中学生模試―
中３［六甲］

（60分）

解答上の注意

オンライン上での解答となります。各自解答ページで解答を入力してください。

入力対象は「0～9」の数です。

例　$12+34=\boxed{\text{アイ}}$　⇒　46　と入力

例　$\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ に $\dfrac{4}{5}$ と答えたいとき　⇒　45　と入力

また，分数は既約分数で答えること。

メールアドレス入力欄にはご家庭のメールアドレスを入力してください。

分からない場合は以下を入力してください。

test@test.com

1 中学数学　復習

(1)　$(-4)^3\div 8-(-2)^2\times(-3^2)$ を計算しなさい。　$\boxed{アイ}$

(2)　$\dfrac{2x+1}{3}+\dfrac{5x-3}{2}-\dfrac{x-1}{6}$ を計算しなさい。　$\boxed{ウ}x-\boxed{エ}$

(3)　$x-\dfrac{3x-4}{4}=2x-13$ を解きなさい。　$x=\boxed{オ}$

(4)　$\begin{cases}0.6x+1.1y=7\\ \dfrac{2}{7}x-\dfrac{1}{7}y=2\end{cases}$ を解きなさい。　$x=\boxed{カ}$，$y=\boxed{キ}$

(5)　$(x-2)(x+3)-(x-2)^2$ を計算しなさい。　$\boxed{ク}x-\boxed{ケコ}$

(6)　$2x(y^2-4)-6xy$ を因数分解しなさい。　$\boxed{サ}x\left(y+\boxed{シ}\right)\left(y-\boxed{ス}\right)$

(7)　$(\sqrt{2}+1)^2-(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})$ を計算しなさい。　$\boxed{セ}\sqrt{\boxed{ソ}}$

(8)　$3(x-4)(x-2)=2(x^2-3)-x$ を解きなさい。　$x=\boxed{タ}$，$\boxed{チツ}$

(9)　直線 $y=2x-3$ に平行で，点 $(-1,\ 3)$ を通る直線の式を求めなさい。

$y=\boxed{テ}x+\boxed{ト}$

(10)　関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-2\leqq x\leqq 3$ のときの y の変域を求めなさい。

$\boxed{ナ}\leqq y\leqq\boxed{ニ}$

$\boxed{2}$ 数と式

(1)　次の式を展開せよ。

$(x+2y)(3x+5y)=\boxed{\text{ア}}x^2+\boxed{\text{イウ}}xy+\boxed{\text{エオ}}y^2$

$(3x-y+4)^2=\boxed{\text{カ}}x^2+y^2-\boxed{\text{キ}}xy+\boxed{\text{クケ}}x-\boxed{\text{コ}}y+\boxed{\text{サシ}}$

(2)　次の式を因数分解せよ。

$6x^2-7xy-5y^2=\left(\boxed{\text{ス}}x+y\right)\left(\boxed{\text{セ}}x-\boxed{\text{ソ}}y\right)$

$2x^2-3y^2+5xy-4x-5y+2=\left(x+\boxed{\text{タ}}y-\boxed{\text{チ}}\right)\left(\boxed{\text{ツ}}x-y-\boxed{\text{テ}}\right)$

(3)　$x=\dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$，$y=7+4\sqrt{3}$ のとき，$x+y=\boxed{\text{トナ}}$，$xy=\boxed{\text{ニ}}$ である。

よって，$x^2y+xy^2=\boxed{\text{ヌネ}}$，$x^2+y^2=\boxed{\text{ノハヒ}}$ である。

(4)　下の $\boxed{\text{フ}}$ には，次の ⓪～③ のうちから当てはまるものを 1 つ選べ。

⓪　$>$　　①　$<$　　②　$\geqq$　　③　$\leqq$

1 次不等式 $(5-\sqrt{31})x+12<0$ の解は，$x\boxed{\text{フ}}\boxed{\text{ヘホ}}+\boxed{\text{マ}}\sqrt{\boxed{\text{ミム}}}$ である。

(5)　不等式 $\left|x-\dfrac{1}{3}\right|<\dfrac{13}{3}$ を満たす整数 x は $\boxed{\text{メ}}$ 個ある。

また，$a>0$ のとき，不等式 $\left|x-\dfrac{1}{3}\right|<a$ を満たす整数 x が 5 個であるような a の値の範囲は $\dfrac{\boxed{\text{モ}}}{\boxed{\text{ヤ}}}<a\leqq\dfrac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}}$ である。

$\boxed{3}$ 集合･命題

(1) 次の集合 A，B において，A と B の関係について最も適当なものを次の ⓪ ～ ③ の中から 1 つずつ選べ。

⓪ $A \subset B$　　① $A \supset B$　　② $A = B$

③ ⓪ ～ ②のいずれにも当てはまらない

(i) $A=\{x \mid x$ は 10 でも 4 でも割り切れる自然数$\}$，
$B=\{x \mid x$ は 20 で割り切れる自然数$\}$ のとき $\boxed{\text{ア}}$

(ii) $A=\{x \mid x$ は 5 で割ると 1 余る自然数$\}$，$B=\{x \mid x$ は 10 で割ると 1 余る自然数$\}$ のとき $\boxed{\text{イ}}$

(iii) $A=\{x \mid x \leqq -2\}$，$B=\{x \mid |x+1| \geqq 2\}$ のとき $\boxed{\text{ウ}}$

(2) 全体集合 U を $U=\{x \mid x$ は 12 以下の自然数$\}$ とし，次の部分集合 A，B，C を考える。

$A=\{x \mid x \in U$ かつ x は 12 の約数$\}$　　$B=\{x \mid x \in U$ かつ x は 3 の倍数$\}$

$C=\{x \mid x \in U$ かつ x は奇数$\}$

集合 A の補集合を $\overline{A}$ と表し，空集合を $\varnothing$ と表す。

次の命題が真ならば ⓪ を，偽ならば ① をそれぞれ解答せよ。

(a) $A \subset C$ は $\boxed{\text{エ}}$。　　(b) $A \cap B = \varnothing$ は $\boxed{\text{オ}}$。

(c) $(A \cap B) \cap C = \{3\}$ は $\boxed{\text{カ}}$。　　(d) $(A \cup C) \cap B = B$ は $\boxed{\text{キ}}$。

(e) $(\overline{A} \cap C) \cup B = \overline{A} \cap (B \cup C)$ は $\boxed{\text{ク}}$。

(3) $A=\{1,\ 2a+1,\ 1-a\}$，$B=\{a+1,\ a+3,\ 3a+2\}$ のとき，$A \cap B = \{2,\ a\}$ となるのは，$a=-\boxed{\text{ケ}}$ のときである。

(4) 次の命題が真ならば ⓪ を，偽ならば ① をそれぞれ解答せよ。

(i) a，b を整数とする。「a，b の少なくとも 1 つが 6 で割り切れるならば ab が 12 で割り切れる」の逆 は $\boxed{\text{コ}}$。

(ii) 実数 x について「$|x-2| \leqq 1$ ならば $2x-3<5$」 は $\boxed{\text{サ}}$。

(iii) 実数 x，y について「$x+y \fallingdotseq 6$ ならば $x \fallingdotseq 3$ または $y \fallingdotseq 3$」 は $\boxed{\text{シ}}$。

(5) 次の $\boxed{\text{ス}}$ ～ $\boxed{\text{ソ}}$ に当てはまるものを下の ⓪ ～ ③ から 1 つずつ選べ。ただし，x，y は実数とする。

⓪ 必要十分条件である　　① 必要条件であるが十分条件ではない

② 十分条件であるが必要条件ではない

③ 必要条件でも十分条件でもない

(i) $x=y$ であることは，$x^2=y^2$ であるための $\boxed{\text{ス}}$。

(ii) xy が有理数であることは，x と y がともに有理数であるための $\boxed{\text{セ}}$。

(iii) $|x|=0$ であることは，$x=0$ であるための $\boxed{\text{ソ}}$。

$\boxed{4}$ 式と証明

(1)　$(3x+2y)^5$ を展開したとき，x^2y^3 の係数は $\boxed{\text{アイウ}}$ である。

(2)　$(3x+2y+z)^8$ を展開したとき，$x^2y^3z^3$ の係数は $\boxed{\text{エオカキク}}$ になる。

(3)　$x^4+2x^3-12x^2-26x-14$ を x^2-2x-6 で割ったときの商は

$x^2+\boxed{\text{ケ}}x+\boxed{\text{コ}}$，余りは $\boxed{\text{サ}}x-\boxed{\text{シ}}$ である。

(4)　$\dfrac{x^2+2x-8}{x^2-2x-15}\times\dfrac{x+3}{x-2}=\dfrac{x+\boxed{\text{ス}}}{x-\boxed{\text{セ}}}$ である。

(5)　$\dfrac{x+3}{x^2-1}+\dfrac{2x+5}{x^2+5x+4}$ を簡単にすると $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}x+\boxed{\text{タ}}}{\left(x-\boxed{\text{チ}}\right)\left(x+\boxed{\text{ツ}}\right)}$ である。

(6)　等式 $x^3+5x^2+4x-4=(x+1)^3+a(x+1)^2+b(x+1)+c$ が x についての恒等式であるとき，$a=\boxed{\text{テ}}$，$b=-\boxed{\text{ト}}$，$c=-\boxed{\text{ナ}}$ である。

(7)　等式 $\dfrac{x-1}{(x-2)(x-3)}=\dfrac{a}{x-2}+\dfrac{b}{x-3}$ が x についての恒等式であるとき，

$a=-\boxed{\text{ニ}}$，$b=\boxed{\text{ヌ}}$ である。

(8)　不等式 $x^2+y^2\geqq 6(x-y-3)$ は以下のように証明できる。

$x^2+y^2-6(x-y-3)=\left(x-\boxed{\text{ネ}}\right)^2+\left(y+\boxed{\text{ノ}}\right)^2\geqq 0$　となるから

$x^2+y^2\geqq 6(x-y-3)$

(9)　$a>0$，$b>0$ のとき，$\left(\dfrac{a}{4}+\dfrac{1}{b}\right)\left(\dfrac{9}{a}+b\right)\geqq\dfrac{\boxed{\text{ハヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$ が成り立つ。

等号が成り立つのは $ab=\boxed{\text{ヘ}}$ のときである。

$\boxed{5}$ 複素数

(1)　$\dfrac{2+4i}{1+i}-(3+i)^2$ の実部は $-\boxed{\text{ア}}$，虚部は $-\boxed{\text{イ}}$ である。

(2)　実数 x，y が $(3+i)x+(1-2i)y+2-4i=0$ を満たすとき，$x=\boxed{\text{ウ}}$，$y=-\boxed{\text{エ}}$ である。

(3)　a は実数とする。2 次方程式 $x^2+2ax+5a-4=0$ が異なる 2 つの虚数解をもつとき $\boxed{\text{オ}}<a<\boxed{\text{カ}}$ である。

(4)　2 次方程式 $x^2+x+4=0$ の 2 つの解を α，β とするとき，$\alpha^2+\beta^2=-\boxed{\text{キ}}$，$\alpha^3+\beta^3=\boxed{\text{クケ}}$ である。また，$\dfrac{1}{\alpha}$，$\dfrac{1}{\beta}$ を解にもつ 2 次方程式の 1 つは $\boxed{\text{コ}}x^2+x+\boxed{\text{サ}}=0$ である。

(5)　$3x^3-2x^2+5x-5$ を $x-2$ で割った余りは $\boxed{\text{シス}}$ である。

(6)　$2x^3+a^2x^2-3(a-1)x-5$ が $x+1$ で割り切れるような a の値は $-\boxed{\text{セ}}$ または $\boxed{\text{ソ}}$ である。

(7)　整式 $f(x)$ を $x+1$ で割ると -4 余り，$x-3$ で割ると 16 余る。
このとき，$f(x)$ を $(x+1)(x-3)$ で割った余りは $\boxed{\text{タ}}x+\boxed{\text{チ}}$ である。

(8)　3 次方程式 $3x^3+x^2-8x+4=0$ の解は $x=\boxed{\text{ツ}}$，$-\boxed{\text{テ}}$，$\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。