

1

a を定数とする。 x についての方程式 $|(x-4)(x-2)| = ax - 5a + \frac{1}{2}$ が相異なる 4 つの実数解をもつとき、 a の値の範囲を求めよ。

2

n を 2 以上、 a を 1 以上の整数とする。箱の中に、1 から n までの番号札がそれぞれ 1 枚ずつ、合計 n 枚入っている。この箱から、1 枚の札を無作為に取り出して元に戻す、という試行を a 回繰り返す。ちょうど a 回目の試行でそれまでに取り出した札に書かれた数の和がはじめて n 以上となる確率を $p(a)$ とする。

- (1) $p(1)$ と $p(n)$ を求めよ。
- (2) $p(2)$ を求めよ。
- (3) $p(n-1)$ を求めよ。

3

三角形 ABC において、 $AB=5$ 、 $AC=4$ であり、 $\angle A$ の大きさが $\angle B$ の大きさの 2 倍であるとする。このとき BC を求めよ。

4

整式 $P(x)$ を x^2-2x+1 で割った余りが $x-2$ であり、 $2x^2+3x+1$ で割った余りが $2x+3$ である。このとき、 $P(x)$ を $2x^2-x-1$ で割った余りを求めよ。

5

正の実数 a, b, c に対して、不等式 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a+b+c}$ を証明せよ。また、等号が成り立つための条件を求めよ。