高 3 物理総合 S～後期第 2 回～ ＜解答＞◆誘導回路②◆

＜予習問題＞

【１】（イ）Blv　（ロ）Bil　（ハ）$mg-T$　（ニ）$\dfrac{\Delta i}{\Delta t}$　（ホ）$\dfrac{Bl}{L}$

（ヘ）$\dfrac{B^2l^2}{2L}$　（ト）$\dfrac{Lmg}{B^2l^2}$　（チ）$\dfrac{2Lmg}{B^2l^2}$　（リ）$\dfrac{2mg}{Bl}$　（ヌ）$\dfrac{1}{2}LI^2$

＜解説＞

（ロ）・（ハ）導体棒とおもりの運動方程式は

$ma=T-Bil$　…①　，$ma=mg-T$　…②

（ニ）導体棒に発生する起電力 V に対して，コイルには$-L\dfrac{\Delta i}{\Delta t}$ の誘導起電力が発生する。電気抵抗を考えないので $V-L\dfrac{\Delta i}{\Delta t}=0$　$\therefore V=L\dfrac{\Delta i}{\Delta t}$

（ホ）上式に $v=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ を用いて変化すると$\Delta i=\dfrac{V}{Lv}\Delta x$

$V=Blv$ なので $\Delta i=\dfrac{Blv}{Lv}\Delta x=\dfrac{Bl}{L}\Delta x$　　$x=0$ で $i=0$ だから $i=\dfrac{Bl}{L}x$　…④

（ヘ）・（ト）式①，②，④から $ma=-\dfrac{B^2l^2}{2L}\left(x-\dfrac{Lmg}{B^2l^2}\right)$　…⑤

この式は，$x=\dfrac{Lmg}{B^2l^2}$ を中心に復元力が働くので，単振動することがわかる。

（チ）・（リ）この単振動の振幅は$\dfrac{Lmg}{B^2l^2}$ であるので，x　の最大値は$\dfrac{2Lmg}{B^2l^2}$　である。

i と x は比例するので，電流の最大値 I は④を用いて $I=\dfrac{Bl}{L}\cdot\dfrac{2Lmg}{B^2l^2}=\dfrac{2mg}{Bl}$

（ヌ）おもりの位置エネルギーの減少がコイルにエネルギーとして蓄えられるので

$mg\dfrac{2Lmg}{B^2l^2}=\dfrac{1}{2}LI^2$　$\therefore I=\dfrac{2mg}{Bl}$

【２】①　大きさ：$\dfrac{I}{2\pi x}$　向き：$-z$　②　正

③　大きさ：$\dfrac{\mu_0 ab\Phi_0 I(t)}{2\pi d(d+a)RT}$　向き：$-x$　④　$\dfrac{\Phi_0}{R}$　⑤　$\dfrac{\Phi_0{}^2}{RT}$

⑥　$\dfrac{\mu_0 abI(t)}{2\pi d}$　⑦　$\dfrac{\mu_0 abI_0}{2\pi d}$　⑧　$-\dfrac{a}{T}$

＜解説＞

直線状導線 L に y 軸の正の向きに直線電流 I が流れるとき，L から x 軸の正の向きに

距離 x だけ離れた xy 平面上の点において，磁界の大きさは $H = \dfrac{I}{2\pi x}$ …①

であり，右ねじの法則より，磁界の向きは $-z$ …①である。
CD が固定され，L を流れる電流 $I(t)$が時刻 t と共に減少する場合，$-z$ の向きに K を貫く磁束$\Phi(t)$ が減少するから，レンツの法則より，K に流れる誘導電流の向きは$+z$ から見て時計まわり，即ち正…②の向きである。図 2 の電流の時間変化は $I(t) = I_0\left(1-\dfrac{t}{T}\right)$ と

表されるが，磁束$\Phi(t)$ は，磁界 $H(t)$に比例，したがって，電流 $I(t)$に比例するから

$\Phi(t) = \Phi_0\left(1-\dfrac{t}{T}\right)$ と表される。

よって，K に発生する誘導起電力の大きさは $V = -\dfrac{d\Phi}{dt} = \dfrac{\Phi_0}{T}$ …（＊）であり，

流れる誘導電流の大きさは $i = \dfrac{V}{R} = \dfrac{\Phi_0}{RT}$ （$0 < t < T$ の間では一定）となる。

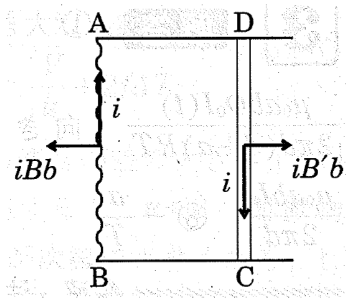
磁束密度の大きさは，辺 AB の位置で $B = \dfrac{\mu_0 I(t)}{2\pi d}$，辺 CD の位置で $B' = \dfrac{\mu_0 I(t)}{2\pi(d+a)}$

であるから，K が受ける力は，$-x$ …③の向きに，

大きさは $iBb - iB'b = ib(B-B') = \dfrac{\Phi_0}{RT} \times \dfrac{\mu_0 bI(t)}{2\pi} \times \left(\dfrac{1}{d} - \dfrac{1}{d+a}\right) = \dfrac{\mu_0 ab\Phi_0 I(t)}{2\pi d(d+a)RT}$ …③

である。また，時間 T の間に，K を形成する導線の断面を通過する電荷の総量は

$iT = \dfrac{\Phi_0}{RT} \times T = \dfrac{\Phi_0}{R}$ …④であり，K で発生する総熱量は



$\dfrac{V^2}{R} \cdot T = \dfrac{1}{R}\left(\dfrac{\Phi_0}{T}\right)^2 \times T = \dfrac{\Phi_0^2}{RT}$ …⑤

d が a に比べて十分大きい場合，$B ≒ B'$ として

$\Phi(t) = B \times ab = \dfrac{\mu_0 I(t)}{2\pi d} \times ab = \dfrac{\mu_0 abI(t)}{2\pi d}$ …⑥と求められ

$\Phi_0 = \dfrac{\mu_0 abI_0}{2\pi d}$ …⑦

導線 L に y 軸の正の向きに直線電流 $I = I_0$ を流したとき，辺 CD の位置での

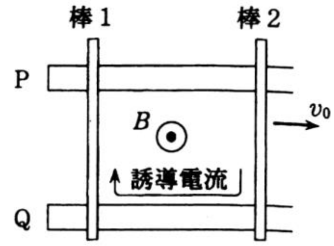
磁界の磁束密度は，$-z$ の向きに $B' ≒ B = \dfrac{\mu_0 I_0}{2\pi d}$ である。（＊）と同じ起電力が

発生するためには，辺 CD は，$-x$ の向きに動く必要があり $|v|bB = V$

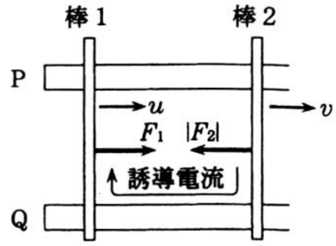
$\therefore |v| = \dfrac{V}{bB} = \dfrac{\dfrac{\Phi_0}{T}}{b \cdot \dfrac{\mu_0 I_0}{2\pi d}} = \dfrac{2\pi d\Phi_0}{\mu_0 bI_0 T} = \dfrac{2\pi d}{\mu_0 bI_0 T} \times \dfrac{\mu_0 abI_0}{2\pi d} = \dfrac{a}{T}$ $\qquad \therefore v = -\dfrac{a}{T}$ …⑧

＜演習問題＞

【１】



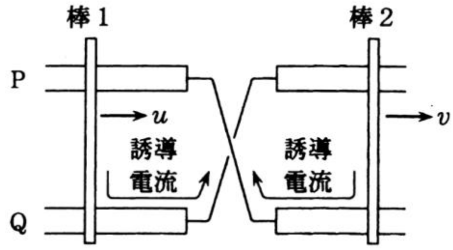
〔Ⅰ〕（１）棒 2 を速度 v_0 で動かすとき，棒 2 の両端には誘導起電力が生じ，Q 側を高電位とした電位差は v_0Bl である。誘導電流は右上図のように流れ，回路の抵抗は $2R$ なので，棒 2 に流れる電流は $I_0 = \dfrac{v_0Bl}{2R}$



（２）2 つの棒が同じ向きに動くとき，それぞれの両端に生じる誘導起電力は，互いに逆向きの誘導電流を流す向きとなる，棒 1 の速度が u，棒 2 の速度が v であるとき，右図のように流れる誘導電流は

$$\frac{vBl-uBl}{2R} = \frac{(v-u)Bl}{2R}$$

となり，棒 1 と棒 2 に働く力はそれぞれ　$F_1 = \dfrac{(v-u)B^2l^2}{2R}$，$F_2 = -\dfrac{(v-u)B^2l^2}{2R}$



〔Ⅱ〕（１）2 つの棒が同じ向きに動くとき，それぞれの両端に生じる誘導起電力は，互いに同じ向きの誘導電流を流す向きとなる。棒 1 の速度が u，棒 2 の速度が v であるとき（右図），棒 2 に流れる誘導電流は

$$I = \frac{vBl+uBl}{2R} = \frac{(v+u)Bl}{2R}$$

（２）（１）の状況で，P’ に対する P の電位差は，P’ に対する Q’の電位差に等しく

$$vBl-RI = vBl-R\times\frac{(v+u)Bl}{2R} = \frac{1}{2}(v-u)Bl$$

〔Ⅲ〕

(a)　棒 1 の両端に誘導起電力が生じるが，棒 2 は絶縁体上にあり，電流が流れないため，磁界から力を受けることはなく，棒の速度は変化しない。

(b)　〔Ⅱ〕（１）の状況で，$u = v > 0$ の場合であるから，棒 1 と棒 2 はいずれも，磁界から左向きに力を受け，減速する。

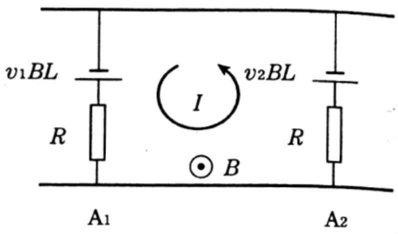
(c)　棒 2 の両端に誘導起電力が生じるが，棒 1 は絶縁体上にあるため，状況(a)と同様，棒の速度は変化しない。

(d)　〔Ⅰ〕（２）の状況と同様，各棒の両端に生じる誘導起電力は互いに逆向きの誘導電流を流す向きとなる。$u = v$ の場合，これらの誘導起電力の大きさは等しく，誘導電流は流れないから，磁界から力を受けることはなく，棒の速度は変化しない。

よって(a)－（ウ）　(b)－（イ）　(c)－（ウ）　(d)－（ウ）

【２】

問１　A_1 と A_2，およびレールからできた閉回路は，右図のようにみなすことができる。したがって，キルヒホッフの第２法則より $v_1BL - v_2BL = I \times 2R$



$$\therefore I = \frac{BL}{2R}(v_1 - v_2) \quad (\because v_1 \geqq v_2)$$

問２　F_1 と F_2 の大きさは，ともに IBL である。したがって，フレミングの左手の法則より，向きを考慮すると　$F_1 = -IBL$　　$F_2 = IBL$

問３　$F_1 + F_2 = 0$ となるので，A_1 と A_2 に加わる外力による力積の和が 0 となるから。

問４　A_1 と A_2 がそれぞれ磁場から受ける力が 0 となるとき，問２より A_1 と A_2 に流れる電流は 0 となっている。したがって，問１の結果より

$$0 = \frac{BL}{2R}(v_1 - v_2) \qquad \therefore v_1 = v_2$$

これより，このとき A_1 と A_2 の速度が等しいことがわかる。この速度を v とすると，

運動量保存則より　$m_1v_0 + m_2 \times 0 = (m_1 + m_2)v$　　$\therefore v = \dfrac{m_1}{m_1 + m_2}v_0$

問５　任意の時刻 t における流れる電流の強さを i とする。短い時間 Δt における電流の変化は無視できるので，i を用いると，ΔQ と ΔP_2 はそれぞれ

$\Delta Q = i\Delta t$　　　$\Delta P_2 = F_2\Delta t = iBL\Delta t$　と表される。したがって $\dfrac{\Delta P_2}{\Delta Q} = \dfrac{iBL\Delta t}{i\Delta t} = BL$

問６　問５の結果より $\Delta Q = \dfrac{1}{BL}\Delta P_2$

時刻 t_0 から十分に長い時間がたったときの A_2 の運動量を P とすると，

題意より $Q = \dfrac{1}{BL}P$

また，問４の結果より $P = m_2v = \dfrac{m_1m_2}{m_1 + m_2}v_0$　　したがって $Q = \dfrac{1}{BL}P = \dfrac{m_1m_2v_0}{(m_1 + m_2)BL}$

問７　時刻 t_0 以降について，問１の結果より $I\Delta t = \dfrac{BL}{2R}(v_1 - v_2)\Delta t$

したがって $\Sigma(I\Delta t) = \Sigma\left\{\dfrac{BL}{2R}(v_1 - v_2)\Delta t\right\} = \dfrac{BL}{2R}\Sigma\{(v_1 - v_2)\Delta t\}$　…①

ここで $\Sigma(I\Delta t) = Q$　…②　，$\Sigma\{(v_1 - v_2)\Delta t\} = d_c$　…③

となれば A_1 と A_2 は接触しないので，①に②，③を

代入すると $Q = \dfrac{BL}{2R}d_c$　　$\therefore d_c = \dfrac{2RQ}{BL}$