

春期③

1

$a$  を実数とし,  $f(x) = x^2 - 2x + 2$ ,  $g(x) = -x^2 + ax + a$  とする。

- (1) すべての実数  $s, t$  に対して  $f(s) \geq g(t)$  が成り立つような  $a$  の値の範囲を求めよ。
- (2)  $0 \leq x \leq 1$  を満たすすべての  $x$  に対して  $f(x) \geq g(x)$  が成り立つような  $a$  の値の範囲を求めよ。

2

直線  $y = \frac{1}{2}x + 1$  上の点  $P(x, y)$  から  $x$  軸に垂線  $PQ$  を下ろし, 4つの点  $O(0, 0)$ ,

$A(0, 1)$ ,  $P(x, y)$ ,  $Q(x, 0)$  を頂点とする台形を考える。

- (1) 点  $Q$  の座標を  $(2, 0)$  とするとき, 台形の面積を求めよ。
- (2)  $x < -2$  のとき, 台形の面積  $S$  を  $x$  の関数で表せ。
- (3) 台形の面積を  $S(x)$  とするとき,  $S(x)$  のグラフをかけ。

3

$a \geq 1$  を満たす実数  $a$  に対して、2つの放物線  $C: y = x^2 - ax - a$  と  $D: y = ax^2 + ax$  を考える。

- (1) 2つの放物線  $C$  と  $D$  が異なる2点で交わるような  $a$  の値の範囲を求めよ。
- (2)  $a$  が(1)で求めた範囲にあるとき、 $C$  と  $D$  の2つの交点を通る直線の傾きを  $m$  とする。 $m$  が最大になるように  $a$  の値を定め、そのときの  $m$  の値を求めよ。

4

次の条件を満たす実数  $x$  の値の範囲をそれぞれ求めよ。

- (1)  $x^2 + xy + y^2 = 1$  を満たす実数  $y$  が存在する。
- (2)  $x^2 + xy + y^2 = 1$  を満たす正の実数  $y$  が存在しない。
- (3) すべての実数  $y$  に対して  $x^2 + xy + y^2 > x + y$  が成り立つ。