

1

円 $C_1: x^2 + y^2 - 6kx - 8ky + 100k - 125 = 0$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 円 C_1 が点 $(4, -3)$ を通るとき、実数 k の値を求めよ。
- (2) (1) のとき、円 C_1 の半径と中心 P の座標を求めよ。
- (3) 実数 k の値を変化させても円 C_1 は同じ点を必ず通る。この定点の座標を求めよ。
- (4) 円 C_1 が円 $C_2: x^2 + y^2 = 25$ に点 Q で外接するとき、接点 Q の座標を求めよ。
- (5) (4) のとき、実数 k の値を求めよ。

2

xy 平面の原点を O とする。 xy 平面上の O と異なる点 P に対し、直線 OP 上の点 Q を、次の条件 (A), (B) を満たすようにとる。

- (A) $OP \cdot OQ = 4$
- (B) Q は、 O に関して P と同じ側にある。

点 P が直線 $x=1$ の上を動くとき、点 Q の軌跡を求めよ。

3

t を $0 < t < 1$ を満たす実数とする。 xy 平面上の 3 点 $A(-1, 1)$, $B(0, -1)$, $C(1, 1)$ に対し、線分 AB を $t:(1-t)$ に内分する点を P とし、線分 BC を $t:(1-t)$ に内分する点を Q とする。さらに、線分 PQ を $t:(1-t)$ に内分する点を R とし、点 P と点 Q を通る直線を l とする。

- (1) 点 R の座標を t を用いて表せ。
- (2) 直線 l が曲線 $y = x^2$ の点 R における接線であることを示せ。
- (3) t が条件 $0 < t < 1$ を満たしながら変化するとき、直線 l が通過する領域を図示せよ。

4

t を 0 でない実数とし、 xy 平面上の円 $(x-t)^2 + (y-t^2)^2 = t^4$ を C とする。

- (1) いかなる t に関しても C が接するような定円がただ 1 つ存在することを示せ。
- (2) (1) の定円と C の接点の座標を求めよ。