

1

【解答】(1) 0.40 m (2) 1.0 m/s (3) y軸の正の向きに0.10 m 動く

【指針】問題の図(y-x図)から波の要素(振幅A, 波長λ)を読み取る。わずかに時間が経過したときの波形から、媒質の動く向きを調べる。

【解説】(1) 図aのように、波長は

$$\lambda = 0.40 \text{ m}$$

(2) 図aより、 $t=0 \text{ s}$ のとき $x=0.20 \text{ m}$ の位置にある山は、 $t=0.10 \text{ s}$ では $x=0.30 \text{ m}$ の位置に達する。

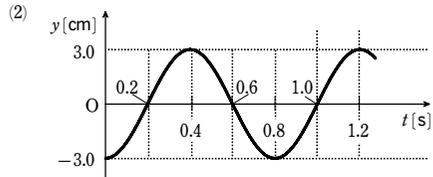
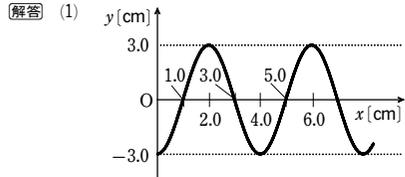
したがって

$$v = \frac{0.30 - 0.20}{0.10 - 0} = \frac{0.10}{0.10} = 1.0 \text{ m/s}$$

(3) $t=0.10 \text{ s}$ のときに初めて図aの破線の波形になったので、原点の媒質は図aの矢印(↑)のように動く。

したがって、y軸の正の向きに0.10 m 動く。

2

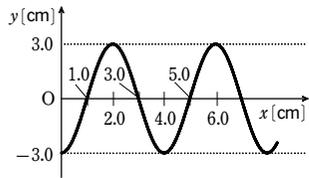


【指針】y-x図からy-t図をかくには、y-x図上にわずかに時間が経過したときの波形をかいて、注目している点の媒質がはじめにどの向きに動くのかを調べる。振幅や周期を求めて正弦曲線をかければy-t図が得られる。

【解説】(1) 波の速さは $v=5.0 \text{ cm/s}$ なので、 $t=0.20 \text{ s}$ までに波が進んだ距離は

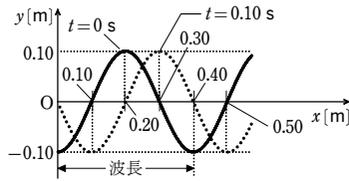
$$vt = 5.0 \times 0.20 = 1.0 \text{ cm}$$

よって、問題の図の波形を1.0 cm 分右に進めればよいので、図aのようになる。



図a

(2) 問題の図より、波の振幅は3.0 cm、波長は $\lambda=4.0 \text{ cm}$ である。周期 $T[\text{s}]$ は

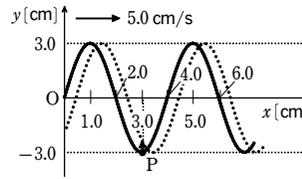


図a

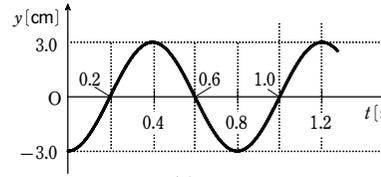
$$v = \frac{\lambda}{T} \text{ より}$$

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{4.0}{5.0} = 0.80 \text{ s}$$

$t=0 \text{ s}$ からわずかに時間が経過したときの波形を問題の図に重ねると、図bのようになる。よって、媒質Pは $y=-3.0 \text{ cm}$ から正の向きに変位する。以上より、媒質Pの変位の時間変化は図cのようになる。



図b



図c

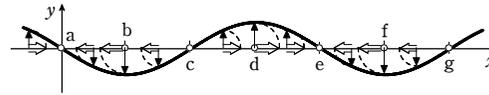
3

【解答】(1) a, e (2) c, g (3) b, d, f (4) a, e

【指針】(1), (2) 横波表示の変位を時計回りに90°回転させ、縦波の変位にもどして調べる。

(3), (4) 縦波でも、媒質の速さは横波表示の山・谷の点で0となり、変位yが0の点で最大となる。速度の向きを知るには少し後の横波表示の波形をかく。この間の媒質の動きの向きがy軸の正の向きならば、振動の速度はx軸の正の向き(右向き)である。

【解説】y軸方向に表された変位をx軸方向にかき直すと図aのようになる^[1]。

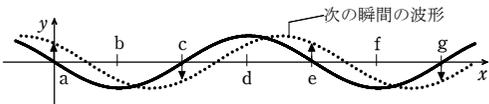


図a

- (1) 最も密な点は媒質が周囲から集まる点である。よって **a, e**
- (2) 最も疎な点は媒質が周囲へ遠ざかる点である。よって **c, g**
- (3) 媒質の速度が0の点は媒質の変位の大きさが最大の点である。よって **b, d, f**
- (4) 媒質の速さが最大となるのは、振動の中心を通過するときである。すなわち、変位が0のa, c, e, gである。この4点のうち右向きに動いている点は、少し後の波形をかいて調べる(図b)。

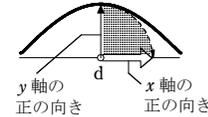
媒質の速度が右向きするとき、これを横波表示にするとy軸の正の向きとなる。

媒質の速度が最大となるa, c, e, gのうち、波形をわずかに進めたとき、媒質がy軸の正の向きに動いているのは **a, e**

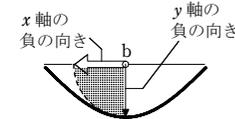


図b

←[1] 点dのようにy軸の正の向きに表された変位は、x軸の正の向きにかき直す。



点bのようにy軸の負の向きに表された変位は、x軸の負の向きにかき直す。



4

【解答】(1) 250 Hz, 0.040 m (2) 0.060 m

【指針】反対の向きに同じ速さで進む、波長λと振幅Aの等しい波が重なると、定常波ができる。定常波の基本事項をおさえておく。

定常波の振動数(周期)=進行波の振動数(周期), 腹の位置での振幅=2A

腹と腹(節と節)の間隔= $\frac{1}{2}\lambda$, 隣りあう腹と節の間隔= $\frac{1}{4}\lambda$

【解説】(1) 定常波の振動数は、もとの2つの波(進行波)の振動数と同じであるから

$$f = 250 \text{ Hz}$$

腹の位置では、もとの2つの波が強めあって振幅が2倍になるから

$$A = 2 \times 0.020 = 0.040 \text{ m}$$

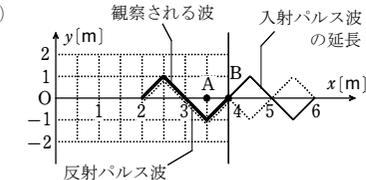
(2) 節と節の間隔は、もとの進行波の波長の半分に等しいから

$$d = \frac{1}{2}\lambda = \frac{1}{2} \times 0.12 = 0.060 \text{ m}$$

5

【解答】(1) 2 m

(2)



【指針】固定端反射では、固定端Bを越えてそのまま進んだとした入射パルス波を、上下反転させたのち、左右に折り返す。入射パルス波と反射パルス波が重なる部分を合成し、合成波をかく。

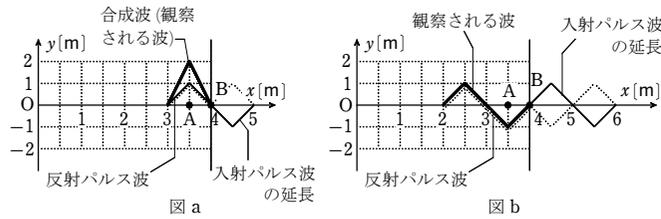
【解説】パルス波が発生した時刻を $t=0 \text{ s}$ とする。

(1) $t=5 \text{ s}$ のとき、点Bを越えてそのまま進んだとした入射パルス波の先端は $x=vt=1 \times 5=5 \text{ m}$ に達している。

このときの、入射波、反射波、合成波は図aのようになる^[1]。

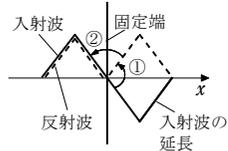
図aから、A地点の変位は $y=2 \text{ m}$

(2) $t=6 \text{ s}$ のとき、観察される波形は図bのようになる。入射パルス波はOB間にはないので、反射パルス波のみが観察される。



← [1] 固定端での反射波の作図

- ① 上下を反転させる。
 - ② 固定端で折り返す。
- ①, ②の作図で、入射波の延長を固定点に関して点対称に移した波形が反射波になっている。



[6]

【解答】 (1) 振幅 0.60 cm で振動する (2) 振動しない

【指針】 2つの波源の振動が同位相の場合、各波源からの距離の差が、整数×波長 となる点で波は強めあい、 $(\text{整数} + \frac{1}{2}) \times \text{波長}$ となる点で波は弱めあう。

【解説】 (1) A, B から点 P までの距離の差は

$$BP - AP = 5.0 - 3.0 = 2.0 \text{ cm}$$

波長 $\lambda = 2.0 \text{ cm}$ であるから $BP - AP = 1 \times \lambda$

よって、2つの波源の振動は同位相であるから、点 P で波は強めあい、振幅は2倍 ($2 \times 0.30 = 0.60 \text{ cm}$) になる。

したがって、**振幅 0.60 cm で振動する。**

(2) A, B から点 Q までの距離の差は

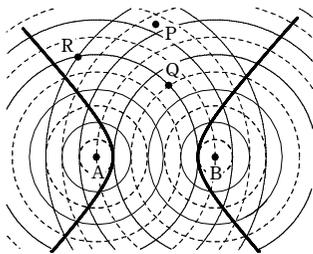
$$BQ - AQ = 7.0 - 4.0 = 3.0 \text{ cm}$$

$$\text{よって } BQ - AQ = \frac{3}{2} \lambda = (1 + \frac{1}{2}) \times \lambda$$

したがって、点 Q で2つの波は弱めあうので、**振動しない。**

[7]

- 【解答】 (1) 強めあい大きく振動する (2) 弱めあい振動しない
 (3) 強めあい大きく振動する
 (4) 弱めあい振動しない、下図



- (5) 7個、点 A からの距離 : 0.5 cm, 1.5 cm, 2.5 cm, 3.5 cm, 4.5 cm, 5.5 cm, 6.5 cm

【指針】 注目する点の両波源 A, B からの距離の差を求め、距離の差と波長の関係を探る。

【解説】 (1) 点 P は波源 A, B から等しい距離にある。この点は、A, B から出た波が常に同じ状態で重なりあうので、波が**強めあい大きく振動する**。

(2) 図で点 Q は、山と谷がぶつかっている。この点は、波がたえず逆位相で重なりあうので、波が**弱めあい振動しない**。

(3) 図で点 R は、山と山がぶつかっている。この点は、波がたえず同位相で重なりあうので、波が**強めあい大きく振動する**。

(4) 右図 水面波の波長 λ [cm] は $\lambda = 2.0 \text{ cm}$ であるから、5.0 cm の距離

の差は波長 λ を用いて表すと $\frac{5}{2} \lambda = (2 + \frac{1}{2}) \lambda$ となる。この点は、波がたえず逆位相で重なりあうので、波が**弱めあい振動しない**。

(5) 線分 AB 上の腹の位置を X とし、 $AX = x$ とする。A, B からの距離の差は

$$|AX - BX| = |x - (7.0 - x)| = |2x - 7.0|$$

m ($m = 0, 1, 2, \dots$) を用いると、点 X で波が強めあう条件は

$$|2x - 7.0| = m \lambda$$

$$\lambda = 2.0 \text{ cm} \text{ より } 2x - 7.0 = \pm m \times 2.0$$

$$\text{よって } x = 3.5 \pm m \times 1.0$$

$0 < x < 7.0$ であるから、 $m = 0, 1, 2, 3$ を代入して

$$x = 0.5 \text{ cm}, 1.5 \text{ cm}, 2.5 \text{ cm}, 3.5 \text{ cm}, 4.5 \text{ cm}, 5.5 \text{ cm}, 6.5 \text{ cm}$$

したがって、腹の数は **7 個**。

← [1] 問題の図より $AQ = 3\lambda$, $BQ = (2 + \frac{1}{2}) \lambda$

$$\text{よって } |AQ - BQ| = \frac{1}{2} \lambda$$

であるから、点 Q は弱めあう点となる。

← [2] 問題の図より $AR = 3\lambda$, $BR = 5\lambda$

$$\text{よって } |AR - BR| = 2\lambda$$

であるから、点 R は強めあう点となる。

[8]

【解答】 (1) 60° (2) 30° (3) 1.7 (4) 10 Hz (5) 2.0 cm

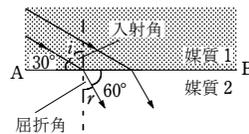
【指針】 入射角・屈折角は境界面の法線に対する角度であることに注意して、屈折の法則を適用する。振動数は屈折しても変化しない。図の直線は進行方向を表し、波面ではないことに注意する。

【解説】 (1) 図より $i = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

(2) 図より $r = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

(3) 屈折の法則「 $\frac{\sin i}{\sin r} = n_{12}$ 」より

$$n = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{1} \times \frac{2}{1} = 2\sqrt{3}$$



$$= \sqrt{3} = 1.7$$

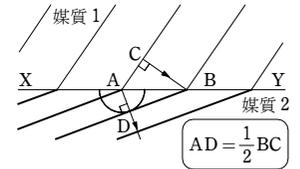
(4) 振動数は屈折しても変化しないので $f_2 = 10 \text{ Hz}$

(5) 屈折の法則「 $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = n_{12}$ 」より

$$\frac{3.4}{\lambda_2} = 1.7 \quad \text{よって } \lambda_2 = 2.0 \text{ cm}$$

[9]

- 【解答】 (1) 右図の点 C
 (2) 右図の点 D
 (3) 右図



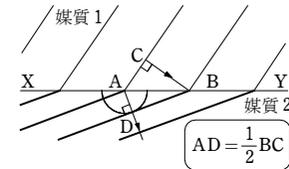
【指針】 波の進行方向と波面は垂直で、山は1周期の間に1波長進む。

【解説】 (1) 山の波面の間隔が波長であるから、点 B にある山は1周期前には点 A を通る入射波の波面上にあった。よって、点 B から、点 A を通る入射波の波面に垂線を引く。交点が求められる点 C である。

(2) 屈折率が 2.0 だから、「 $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = n_{12}$ 」より、媒質 2 中の波長は媒質 1 中の波長の半分である。よって、点 A を中心として、半径が $\frac{1}{2} BC$ の円をかく。点 B からこの円に

引いた接線の接点が求められる点 D である。

(3) 直線 BD と平行に引いた実線が屈折波の波面である。



[10]

- 【解答】 (1) 0.50 s (2) A : 強めあう, B : 強めあう (3) 谷
 (4) S_1 から : 40 cm, S_2 から : 30 cm

【指針】 (1) 振動数と波長から波の速さを求め、三平方の定理から S_1A の距離を求め

る。
 (2) 2つの波源の振動が同位相の場合、各波源からの距離の差が、整数×波長 となる点で波は強めあい、 $(\text{整数} + \frac{1}{2}) \times \text{波長}$ となる点で波は弱めあう。

(3) 波源からの距離が、整数×波長のときは山、 $(\text{整数} + \frac{1}{2}) \times \text{波長}$ のときは谷である。

(4) 点 C における S_1, S_2 からの波の半径は、それぞれ S_1C, S_2C である。

0.30 秒後には、この間に進んだ距離だけ大きくなった半径の円の交点に、点 C で観測された波は移動する。

【解説】 (1) 波の速さを v [cm/s] として、「 $v = f\lambda$ 」に振動数 $f = 5.0 \text{ Hz}$, 波長 $\lambda = 10 \text{ cm}$

高2物理総合S・SA 練習問題(波動) 【解答】

を代入すると $v = 5.0 \times 10 = 50 \text{ cm/s}$

$\triangle S_1AM$ に三平方の定理を適用して $S_1A = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25 \text{ cm}^{(1)}$

よって $t = \frac{S_1A}{v} = \frac{25}{50} = 0.50 \text{ s}$

(2) 点 A : $S_1A - S_2A = 0 \times \lambda$ したがって、強めあう。

点 B : $S_1B - S_2B = \sqrt{30^2 + 40^2} - 40 = 50 - 40 = 10 \text{ cm}$

よって $S_1B - S_2B = 1 \times \lambda$ であるから、強めあう。

(3) S_1 からの波 :

$$S_1C = 25 \text{ cm} = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \times \lambda$$

したがって、点 C では谷となっている(図 a)。

S_2 からの波 :

$$S_2C = 15 \text{ cm} = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \lambda$$

したがって、点 C では谷となっている(図 a)。

以上より、谷と谷が重なりあうので、点 C で観測される波は谷である。

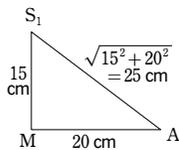
(4) (1) で求めたように、波の速さは 50 cm/s であるから、 S_1 、 S_2 からの波は 0.30 秒間に $50 \times 0.30 = 15 \text{ cm}$

だけ進む。したがって、 0.30 秒後の点を D とすると、図 b より

$$S_1D = 25 + 15 = 40 \text{ cm}$$

$$S_2D = 15 + 15 = 30 \text{ cm}^{(2)}$$

← [1]



この三角形は辺の長さの比が 3 : 4 : 5 の直角三角形である。

← [2] $S_1C - S_2C = 1 \times \lambda$ 、 $S_1D - S_2D = 1 \times \lambda$ だから、点 C と D では 2 つの波は強めあっている。

点 C を通過した強い合成波は、図 b に点線で示した $m=1$ の腹の線(双曲線)上を進む。

[11]

【解答】 (1) 70 cm/s (2) 1.4 (3) 1.0 cm (4) 50 Hz (5) 0.50

【指針】 (1) 波長と振動数が与えられているから、「 $v = f\lambda$ 」の式で計算できる。

(2) 入射角 i と屈折角 r を求め、屈折の法則 $\frac{\sin i}{\sin r} = n_{12}$ を用いる。

(3) 媒質 1 における波長 λ_1 は与えられているので、(2) で求めた n_{12} を用いて

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = n_{12} \text{ の式を利用する。}$$

(4) 屈折の際、波の振動数は変化しない。

(5) $\frac{\lambda_1}{\lambda_3} = n_{13}$ 、 $\frac{\lambda_2}{\lambda_3} = n_{23}$ の式を用いる。

【解説】 (1) 「 $v = f\lambda$ 」に、振動数 $f = 50 \text{ Hz}$ 、波長 $\lambda_1 = 1.4 \text{ cm}$ を代入して

$$v_1 = f\lambda_1 = 50 \times 1.4 = 70 \text{ cm/s}$$

(2) 図のように入射角は $i = 45^\circ$ 、屈折角は $r = 30^\circ$ だから⁽¹⁾、屈折の法則より

$$n_{12} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} = 1.4$$

(3) 屈折の法則より

$$n_{12} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}^{(2)}$$

これを变形して、 $\lambda_1 = 1.4 \text{ cm}$ 、 $n_{12} = 1.4$ を代入すると

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{n_{12}} = \frac{1.4}{1.4} = 1.0 \text{ cm}$$

(4) 屈折の際には振動数は変化しないから $f_2 = 50 \text{ Hz}$

(5) 媒質 3 の中での波長を λ_3 とする。

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = n_{12}, \frac{\lambda_1}{\lambda_3} = n_{13}, \frac{\lambda_2}{\lambda_3} = n_{23} \text{ より}^{(2)}$$

$$n_{23} = \frac{\lambda_2}{\lambda_3} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_3} = \frac{1}{n_{12}} \cdot n_{13} = \frac{1}{1.4} \times 0.70 = 0.50$$

← [1] 入射角、屈折角は、入射波の進行方向、屈折波の進行方向が法線となす角であることに注意。

← [2] 屈折の法則を用いるとき、分子と分母を逆にしないように注意すること。

[12]

【解答】 $A = 0.3 \text{ m}$ 、 $T = 0.5 \text{ s}$ 、 $f = 2 \text{ Hz}$

【指針】 単振動をする物体の、時刻 t における変位を表す式「 $y = A \sin \frac{2\pi}{T} t$ 」と比較して、

振幅 A 、周期 T を求める。振動数 f は「 $f = \frac{1}{T}$ 」の関係から求められる。

【解説】 単振動の式「 $y = A \sin \frac{2\pi}{T} t$ 」と与えられた式と比較して

$$A = 0.3 \text{ m}$$

$$4\pi = \frac{2\pi}{T} \text{ より } T = 0.5 \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} \text{ より } f = \frac{1}{0.5} = 2 \text{ Hz}$$

[13]

【解答】 $A : 0.20 \text{ m}$ 、 $T : 0.40 \text{ s}$ 、 $\lambda : 20 \text{ m}$ 、 $f : 2.5 \text{ Hz}$ 、 $v : 50 \text{ m/s}$

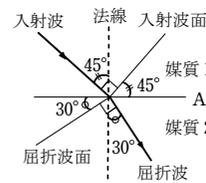
【指針】 正弦波の式「 $y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ 」と与えられた式と比較する。

【解説】 与えられた式を变形すると

$$\begin{aligned} y &= 0.20 \sin \pi(5.0t - 0.10x) \\ &= 0.20 \sin 2\pi(2.5t - 0.050x) \\ &= 0.20 \sin 2\pi \left(\frac{t}{0.40} - \frac{x}{20} \right) \end{aligned}$$

これと正弦波の式「 $y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ 」と比較して⁽¹⁾

$$A = 0.20 \text{ m}, \quad T = 0.40 \text{ s}, \quad \lambda = 20 \text{ m}$$



$$f = \frac{1}{T} \text{ より } f = \frac{1}{0.40} = 2.5 \text{ Hz}$$

$$v = f\lambda \text{ より } v = 2.5 \times 20 = 50 \text{ m/s}$$

← [1] 【別解】

$$y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \text{ を } y = A \sin \pi \left(\frac{2}{T}t - \frac{2}{\lambda}x \right)$$

と变形して、問題の式と比較してもよい。

$$\frac{2}{T} = 5.0, \quad \frac{2}{\lambda} = 0.10$$

[14]

【解答】 (1) $T = 0.25 \text{ s}$ 、 $v = 24 \text{ m/s}$ (2) $y = 2.0 \sin 8.0\pi \left(t - \frac{x}{24} \right)$

【指針】 (1) 原点は単振動をしている。単振動の式「 $y = A \sin \frac{2\pi}{T} t$ 」と与えられた式を比較する。

(2) 原点から位置 x [m] まで振動が伝わるのに時間 $\frac{x}{v}$ [s] かかる。よって、与えられた式の t を $t - \frac{x}{v}$ で置きかえればよい。

【解説】 (1) 与えられた式と単振動の式「 $y = A \sin \frac{2\pi}{T} t$ 」を比較して

$$\frac{2\pi}{T} = 8.0\pi \text{ より } T = 0.25 \text{ s}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} \text{ より } v = \frac{6.0}{0.25} = 24 \text{ m/s}$$

(2) 与えられた式の t を $\left(t - \frac{x}{v} \right)^{(1)}$ で置きかえればよい。よって

$$y = 2.0 \sin 8.0\pi \left(t - \frac{x}{24} \right)$$

← [1] x 軸上を負の向きに進む正弦波のときは、 t を $t + \frac{x}{v}$ で置きかえる。

[15]

【解答】 (1) $A : 0.15 \text{ m}$ 、 $\lambda : 24 \text{ m}$ 、 $T : 0.40 \text{ s}$

$$(2) y_0 = 0.15 \sin 5.0\pi t$$

$$(3) y = 0.15 \sin 5.0\pi \left(t - \frac{x}{60} \right)$$

【指針】 (1) 図から振幅と波長がわかり、波は 0.10 秒間に $AA' = 6.0 \text{ m}$ 進んだということから波の速さがわかる。

(2) 原点は、時刻 $t = 0$ のときに変位 $y = 0$ であり、次の瞬間に正の向きに変位する。よって、その変位は単振動の式「 $y = A \sin \frac{2\pi}{T} t$ 」で表される。

(3) (2) の式の t を $t - \frac{x}{v}$ で置きかえる。

【解説】 (1) 図より、 $A = 0.15 \text{ m}$ 、 $\lambda = 24 \text{ m}$

波の速さを v [m/s] とすると、波は 0.10 秒間に $AA' = 6.0 \text{ m}$ 進んだから

$$v = \frac{6.0}{0.10} = 60 \text{ m/s}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} \text{ より } T = \frac{\lambda}{v} = \frac{24}{60} = 0.40 \text{ s}$$

(2) 「 $y = A \sin \frac{2\pi}{T} t$ 」より $y_0 = 0.15 \sin \frac{2\pi}{0.40} t = \mathbf{0.15 \sin 5.0\pi t}$

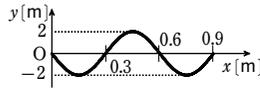
(3) (2)の t を $t - \frac{x}{v}$ で置きかえればよい。よって

$$y = \mathbf{0.15 \sin 5.0\pi \left(t - \frac{x}{60} \right)}$$

16

【解答】 (1) $T = 0.2 \text{ s}$, $f = 5 \text{ Hz}$ (2) 右図

(3) $y = 2 \sin 10\pi \left(t - \frac{x}{3} \right)$



【指針】 正弦波のグラフには、ある時刻における各点の変位 y を表すグラフ ($y-x$ 図: 波形のグラフ) と、ある位置における変位 y の時間変化を表すグラフ ($y-t$ 図: 振動のグラフ) があるので注意すること。問題のグラフは $y-t$ 図であり、図から周期を読み取ることができる。

【解説】 (1) 問題の図より $T = \mathbf{0.2 \text{ s}}$

「 $f = \frac{1}{T}$ 」より $f = \frac{1}{0.2} = \mathbf{5 \text{ Hz}}$

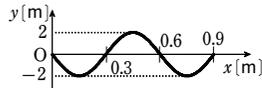


図 a

(2) 波長を λ [m] とすると、「 $v = \frac{\lambda}{T}$ 」より

$$\lambda = vT = 3 \times 0.2 = \mathbf{0.6 \text{ m}}$$

問題の図より、原点は $t = 0$ で $y = 0$ であり、次の瞬間に正の向きに変位する。以上より、求めるグラフは **図 a** のようになる。

(3) 原点での変位は $y = 2 \sin \frac{2\pi}{T} t = 2 \sin 10\pi t$

のように表すことができる。位置 x での変位は、 t を $t - \frac{x}{v}$ で置きかえて

$$y = \mathbf{2 \sin 10\pi \left(t - \frac{x}{3} \right)}$$

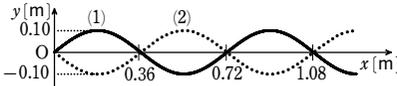
17

【解答】 (1) 右図実線

(2) 右図破線

(3) $y = -0.10 \sin 10\pi t$

(4) $y = -0.10 \sin 10\pi \left(t - \frac{x}{3.6} \right)$



【指針】 (1) 原点は変位 0 で、負の向きに振動しようとしているので、原点の右側 (x 軸の正の向き) には波形の山があることがわかる。

(2) $t = 1.50 \text{ s}$ は周期 7.5 回分に相当するので、各点はこの間に 7.5 回振動する。したがって、波形の山と谷は逆になる。

(3) $t = 0$ で原点は負の向きに振動しようとしているから、原点の単振動を表す式は「 $y = -A \sin \frac{2\pi}{T} t$ 」と負の符号がつくことに注意する。

【解説】 (1) 正弦波は x 軸の正の向きに進んでいるので、 $t = 0$ で原点が負の向きに振動しようとしているということは、原点のす

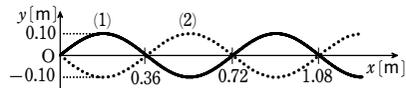


図 a

ぐ左側の点の変位が負であり、右側の点の変位が正であることになる。

波長を λ [m] とすると、「 $v = \frac{\lambda}{T}$ 」より

$$\lambda = vT = 3.6 \times 0.20 = \mathbf{0.72 \text{ m}}$$

よって、求めるグラフは **図 a の実線** のようになる。

(2) 時間 $t = 1.50 \text{ s}$ を周期 $T = 0.20 \text{ s}$ でわると

$$\frac{t}{T} = \frac{1.50}{0.20} = 7.5$$

であるから、各点は $t = 0$ から $t = 1.50 \text{ s}$ の間に 7.5 回振動する。したがって、 $t = 0$ で山であった点は $t = 1.50 \text{ s}$ には谷となり、谷であった点は山となっている。以上より、求めるグラフは **図 a の破線** となる。

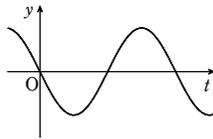
(3) 原点の時刻 t における変位は、 $t = 0$ で負の向きに振動しようとしていることを考慮すると「 $y = -A \sin \frac{2\pi}{T} t$ 」と表される^[1]。よって

$$y = -0.10 \sin \frac{2\pi}{0.20} t = \mathbf{-0.10 \sin 10\pi t}$$

(4) (3)の式の t を $t - \frac{x}{v}$ で置きかえればよい (v [m/s] は波の速さ)。

$$y = \mathbf{-0.10 \sin 10\pi \left(t - \frac{x}{3.6} \right)}$$

← [1] 原点での振動のようすは下のグラフのようになるので、式は「 $-\sin$ 」の形で表される。



18

【解答】 (1) 332 m/s (2) 341 m/s

【指針】 音の速さと温度の関係式「 $V = 331.5 + 0.6t$ 」を用いて、音の速さを求める。この式で温度 t はセルシウス温度 (単位 $^{\circ}\text{C}$) であることに注意する。

【解説】 (1) $t = 0^{\circ}\text{C}$ のとき $V = 331.5 + 0.6 \times 0 = 331.5 \approx \mathbf{332 \text{ m/s}}$

(2) $t = 15^{\circ}\text{C}$ のとき $V = 331.5 + 0.6 \times 15 = 340.5 \approx \mathbf{341 \text{ m/s}}$

19

【解答】 $\lambda_L = 3.4 \text{ m}$, $\lambda_H = 0.34 \text{ m}$

【指針】 音の速さ、振動数、波長の関係「 $V = f\lambda$ 」を用いる。

【解説】 「 $V = f\lambda$ 」より

$f = 100 \text{ Hz}$ のとき $3.4 \times 10^2 = 100 \times \lambda_L$ よって $\lambda_L = \mathbf{3.4 \text{ m}}$

$f = 1000 \text{ Hz}$ のとき $3.4 \times 10^2 = 1000 \times \lambda_H$ よって $\lambda_H = \mathbf{0.34 \text{ m}}$

20

【解答】 (1) $6.6 \times 10^2 \text{ m}$ (2) $6.8 \times 10^2 \text{ m}$

【指針】 船の動きをもとに、音が進んだ経路の長さを考え、冰山までの距離を求める。空気中を伝わる音の速さは、船の速さとは無関係で、一定の速さである。

【解説】 (1) 音を発したときの船と冰山との距離を x [m] とする。音が進んだ経路の長さは $2x$ [m] だから

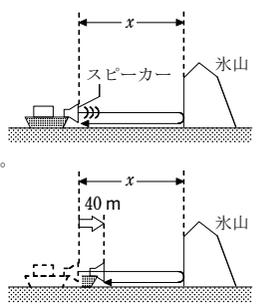
$$2x = (3.3 \times 10^2) \times 4.0 \text{ よって } x = \mathbf{6.6 \times 10^2 \text{ m}}$$

(2) 船が進みながら音を出しても、音は静止している空気を伝わるので、その速さは $3.3 \times 10^2 \text{ m/s}$ である。

4.0 秒間に船が進む距離は $10 \times 4.0 = 40 \text{ m}$

であるから、音が進んだ経路の長さは $x + (x - 40) = 2x - 40$ [m]

したがって $2x - 40 = (3.3 \times 10^2) \times 4.0$ より $x = \mathbf{6.8 \times 10^2 \text{ m}}$



21

【解答】 (1) 2.0 m (2) 強めあう点 (3) 弱めあう点

【指針】 2つの波源から注目する点までの経路差が、整数×波長のときは強めあう点、

(整数 + $\frac{1}{2}$) × 波長のときは弱めあう点になる。

【解説】 (1) 「 $V = f\lambda$ 」より $3.4 \times 10^2 = (1.7 \times 10^2) \times \lambda$ よって $\lambda = \mathbf{2.0 \text{ m}}$

(2) 点 A は線分 S_1S_2 の垂直二等分線上の点であるから $AS_1 = AS_2$ である。

よって $|AS_1 - AS_2| = 0$

つまり、点 A では S_1 と S_2 からの音波が同位相で重なりあうので、**強めあう点** となる。

(3) 問題の図より $BS_1 = 4.0 \text{ m}$ また、三平方の定理より $BS_2 = 5.0 \text{ m}$

よって $|BS_1 - BS_2| = 1.0 \text{ m} = \frac{1}{2}\lambda$

つまり、点 B では S_1 と S_2 からの音波が半波長ずれて (逆位相で) 重なりあうので、**弱めあう点** となる。

22

【解答】 (1) 0.40 m, $8.5 \times 10^2 \text{ Hz}$ (2) $5.0 \times 10^{-2} \text{ m}$

【指針】 2つの経路 (PAQ と PBQ) の経路差が (整数 + $\frac{1}{2}$) × 波長のとき、音は弱めあう。

初めの状態では経路差が 0 であるから、初めて音が聞こえなくなるのは経路差が半波長になるときである。

【解説】 (1) 2つの音波が弱めあう条件は

$$|PAQ - PBQ| = \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

PAQ を 0.10 m 引き出したときの経路差は、往復であることに注意して

$$|PAQ - PBQ| = 2 \times 0.10 = 0.20 \text{ m}$$

このとき、初めて弱めあうので $m = 0$

以上より $0.20 = \frac{1}{2}\lambda$ よって $\lambda = \mathbf{0.40 \text{ m}}$

「 $V = f\lambda$ 」より $3.4 \times 10^2 = f \times 0.40$ よって $f = \mathbf{8.5 \times 10^2 \text{ Hz}}$

(2) 「 $V = f\lambda$ 」より、1 オクターブ高い音 (振動数が 2 倍の音) の波長は、もとの音の波長の半分である^[1]。したがって、引き出す距離も半分となる。

よって $\frac{0.10}{2} = 0.050 = \mathbf{5.0 \times 10^{-2} \text{ m}}$

高2物理総合S・SA 練習問題（波動）【解答】

←[1] 音の速さは変わらない。

23

【解答】 442 Hz

【指針】 振動数と1秒当たりのうなりの回数の式「 $f = |f_1 - f_2|$ 」を用いる。

【解説】 弦楽器の弦と標準おんさとのうなりは毎秒2回であるから^{(1)←}

$$2 = |f - 440|$$

よって $f = 442 \text{ Hz}$ または 438 Hz

弦楽器の弦と低周波発振器とのうなりは毎秒3回であるから

$$3 = |f - 445|$$

よって $f = 448 \text{ Hz}$ または 442 Hz

両者の共通解が求める振動数である。よって $f = 442 \text{ Hz}$

←[1] 【参考】 振動数のわかっているおんさの音と、楽器の音との間で生じたうなりを聞くことにより、楽器の調律を行うことができる。

24

【解答】 (ア) 疎密(または縦) (イ) $\frac{4}{5}l$ [m] (ウ) $\frac{5V}{4l}$ [Hz] (エ) ② (オ) [b]

【指針】 問題の図2より、時刻 t では点 P が密部になっている。これより、まず時刻 t での変位の図(波形)を問題の図3から選べば、時刻 $t + \frac{T}{2}$ での波形は、それを半波長分進めた波形となる。

【解説】 (ア) 疎密(または縦)

(イ) 問題の図2より、PQ間の距離が $\frac{5}{4}$ 波長

分に対応していることがわかる。

$$\text{よって } l = \frac{5}{4}\lambda \quad \text{より } \lambda = \frac{4}{5}l \text{ [m]}$$

(ウ) 「 $V = f\lambda$ 」より $f = \frac{V}{\lambda} = V \times \frac{5}{4l} = \frac{5V}{4l}$ [Hz]

(エ) 時刻 t における波形のようすは図 a のようになる。これは問題の④に対応している。時刻 $t + \frac{T}{2}$ ではさらに半波長分進むので、答えは②である。

(オ) ②の波形をわずかに進めると、点 P の媒質は下向きに変位する。これは x 軸の負の向きの変位に対応する。答えは [b]

25

【解答】 (1) 点 Q では、2つの音源からの経路差が半波長分あり、音が弱めあう。それに対し、点 R では、2つの音源からの経路差が波長1つ分あり、音が強めあうため。

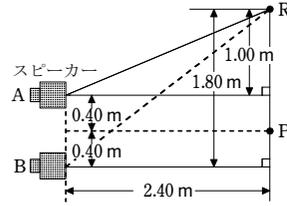
(2) $8.5 \times 10^2 \text{ Hz}$

(3) Bのスピーカーだけをはじめの振幅で鳴らすのと同じ波形が観測される。

【指針】 点 P, R は強めあう点、点 Q は弱めあう点になっている。2つの音源からの経路差は、点 P では0、点 Q では半波長分、点 R では波長1つ分である。

【解説】 (1) 点 Q では、2つの音源からの経路差が半波長分あり、音が弱めあう。それに対し、点 R では、2つの音源からの経路差が波長1つ分あり、音が強めあうため。

(2)



三平方の定理を用いて、BRとARの距離を求める。

$$BR = \sqrt{2.40^2 + 1.80^2} = 3.00 \text{ m}^{(1)←}$$

$$AR = \sqrt{2.40^2 + 1.00^2} = 2.60 \text{ m}^{(2)←}$$

この経路差が波長1つ分であるから、波長を λ [m] とすると $\lambda = 3.00 - 2.60 = 0.40 \text{ m}$

「 $V = f\lambda$ 」より $3.4 \times 10^2 = f \times 0.40$

$$\text{よって } f = 8.5 \times 10^2 \text{ Hz}$$

(3) 点 B にもとの振幅の音を出すスピーカーが2台あると考える。点 Q では、点 A と B のスピーカー各1台からの音が弱めあうので、結局、**Bのスピーカーだけをはじめの振幅で鳴らすのと同じ波形が観測される。**

←[1] 辺の長さの比が3:4:5の直角三角形になっている。
←[2] 辺の長さの比が5:12:13の直角三角形になっている。

26

【解答】 (1) 0.500 m (2) 680 Hz

【指針】 音源が観測者に近づくと、観測者が受け取る音波の波長は「 $\lambda' = \frac{V - v_s}{f}$ 」で表される。

【解説】 (1) 「 $\lambda' = \frac{V - v_s}{f}$ 」より $\lambda = \frac{340 - 25}{630} = 0.500 \text{ m}$

(2) $f = \frac{V}{\lambda} = \frac{340}{0.500} = 680 \text{ Hz}$

27

【解答】 (1) 0.20 m/s (2) 0.10 m/s (3) 3.3 Hz

【指針】 (1) いちばん外側の波は、経過時間の間に40 cmの距離を進んでいる。これより速さを求める。

(2) 小球 P は時刻0には、いちばん外側の波面の中心である $x = 0$ にいて、経過時間の間に $x = 20 \text{ cm}$ に達する。これより速さを求める。

(3) 音源が動く場合のドップラー効果の式「 $f' = \frac{V}{V - v_s} f$ 」を用いる。

【解説】 (1) 波面が10個あることから、経過時間は $t = 2.0 \text{ s}$ とわかる。この間に、いちばん外側の波面は40 cm (0.40 m) の距離を進んでいるので

$$V = \frac{0.40}{2.0} = 0.20 \text{ m/s}$$

(2) 小球 P は2.0秒間に20 cm (0.20 m) 移動しているので

$$v = \frac{0.20}{2.0} = 0.10 \text{ m/s}$$

(3) 「 $f' = \frac{V}{V - v_s} f$ 」より $f = \frac{0.20}{0.20 - (-0.10)} \times 5.0 = 3.3 \text{ Hz}$

←[1] 点 Q から見ると、音源(波源)は遠ざかっているので $v_s = -0.10 \text{ m/s}$ とする。

28

【解答】 700 Hz

【指針】 観測者が動く場合のドップラー効果の式「 $f' = \frac{V - v_o}{V} f$ 」を用いる。観測者の速度 v_o は、音源から観測者の向きを正とするので、この場合は $v_o = -10 \text{ m/s}$ と負の値となる点に注意。

【解説】 観測される振動数を f' [Hz] とすると、「 $f' = \frac{V - v_o}{V} f$ 」より

$$f' = \frac{340 - (-10)}{340} \times 680 = 700 \text{ Hz}$$

29

【解答】 すれ違う前: 810 Hz, すれ違った後: 640 Hz

【指針】 ドップラー効果の式「 $f' = \frac{V - v_o}{V - v_s} f$ 」を用いる。音源の速度 v_s と観測者の速度 v_o は、音源から観測者の向きを正とするので、すれ違う前では $v_s = 20 \text{ m/s}$, $v_o = -20 \text{ m/s}$, すれ違った後は $v_s = -20 \text{ m/s}$, $v_o = 20 \text{ m/s}$ とする。

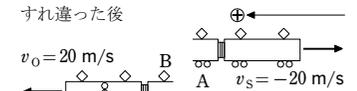
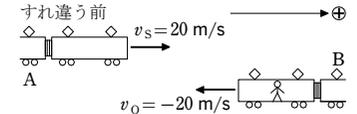
【解説】 「 $f' = \frac{V - v_o}{V - v_s} f$ 」を用いる。

すれ違う前
音源の速度 $v_s = 20 \text{ m/s}$, 観測者の速度 $v_o = -20 \text{ m/s}$ を代入して

$$f' = \frac{340 - (-20)}{340 - 20} \times 720 = 810 \text{ Hz}$$

すれ違った後
音源の速度 $v_s = -20 \text{ m/s}$, 観測者の速度 $v_o = 20 \text{ m/s}$ を代入して

$$f' = \frac{340 - 20}{340 - (-20)} \times 720 = 640 \text{ Hz}$$



30

【解答】 (1) 425 Hz (2) 3.4×10^3 回 (3) 8.0 s

【指針】 ドップラー効果では、音の振動数に加えて、音の継続時間も変化する。音源において振動する回数と観測者において振動する回数が等しいことを利用する。

【解説】 (1) 「 $f' = \frac{V}{V - v_s} f$ 」より

$$f = \frac{340}{340 - 20} \times 400 = 425 \text{ Hz}$$

(2) 400 Hz とは1秒当たり400回振動することである。よって8.5秒間に音源が振動する回数 N は

$$N = 400 \times 8.5 = 3.4 \times 10^3 \text{ 回}$$

(3) 観測者が聞く音の継続時間を t [s] とすると、その間に振動する回数は $425 \times t$ 回である。これと、音源の振動回数 3.4×10^3 回は等しいので

$$425 \times t = 3.4 \times 10^3 \quad \text{よって } t = 8.0 \text{ s}$$

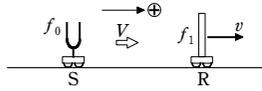
31

【解答】 (1) $\lambda_1 = \frac{V}{f_0}$, $f_1 = \frac{V-v}{V} f_0$ (2) $\lambda_2 = \frac{(V+v)V}{(V-v)f_0}$, $f_2 = \frac{V-v}{V+v} f_0$

(3) $\frac{2v}{V+v} f_0$

- 【指針】 (1) Sを音源(速度0), Rを観測者(速度v)とする。
 (2) Rを, 振動数 f_1 の音を発する音源(速度 $-v$), Pを観測者(速度0)とする。
 (3) Pは, Sからの直接音(振動数 f_0)と, Rからの反射音(振動数 f_2)を聞く。

【解説】 (1) 音源をS, 観測者をRとする。音源は動いていない(速度0)ので, λ_1 はSが発する音の波長に等しい。「 $V=f\lambda$ 」より



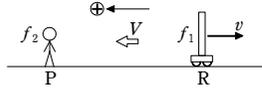
$$\lambda_1 = \frac{V}{f_0}$$

観測者が動く場合のドップラー効果の式「 $f' = \frac{V-v_0}{V} f$ 」より

$$f_1 = \frac{V-v}{V} f_0$$

- (2) 音源をR(振動数 f_1 , 速度 $-v$), 観測者をPとする。

「 $\lambda' = \frac{V-v_s}{f}$ 」および「 $f' = \frac{V}{V-v_s} f$ 」より



$$\lambda_2 = \frac{V-(-v)}{f_1} = \frac{(V+v)V}{(V-v)f_0}$$

$$f_2 = \frac{V}{V-(-v)} f_1 = \frac{V-v}{V+v} f_0$$

- (3) Pは, 振動数 f_0 と振動数 f_2 の2つの音を聞くので⁽¹⁾

$$N = |f_0 - f_2| = \left| f_0 - \frac{V-v}{V+v} f_0 \right| = \frac{2v}{V+v} f_0$$

←[1] 2つの音源の振動数をそれぞれ f_1, f_2 とすると, 1秒当たりに生じるうなりの回数 f は $f = |f_1 - f_2|$

32

【解答】 (1) $V+w$ (2) $V-w$ (3) $\frac{V-w}{V-w+v_s} f$

【指針】 風は媒質(空気)全体を一緒に移動させるので, 音波の進む向きに風が吹く場合の音の速さは $(V+w)$, 音波と逆の向きに風が吹く場合の音の速さは $(V-w)$ となる。

【解説】 (1) 音波の進む向きと風の向きが同じ(追い風)なので $V_R = V+w$ ⁽¹⁾

(2) 音波の進む向きと風の向きが反対(向い風)なので $V_L = V-w$ ⁽¹⁾

(3) ドップラー効果の式「 $f' = \frac{V-v_0}{V-v_s} f$ 」において, 音源Sの速度を $-v_s$, 観測者O

の速度を0, 音の速さを $V-w$ とすると

$$f' = \frac{(V-w)-0}{(V-w)-(-v_s)} f = \frac{V-w}{V-w+v_s} f$$

←[1] $V+w, V-w$ は風があるときの, 大地(静止観測者)に対する音の速さを表す。

33

【解答】 A : 595 Hz B : 560 Hz C : 544 Hz

【指針】

音源と観測者を結ぶ方向に対して, 音源が斜めに動く場合は, 音源の速度を観測者に向かう向きの成分にして考えれば, ドップラー効果の式を用いることができる。

【解説】

A のとき
 十分遠方なので, 音源は速さ20 m/sでMに近づいていると考えてよい。求める振動数を f_A [Hz]とすると,

$$f' = \frac{V}{V-v_s} f \text{ より}$$

$$f_A = \frac{340}{340-20} \times 560 = 595 \text{ Hz}$$

B のとき

音源の進行方向とBMを結ぶ線分が垂直となるので, この瞬間, 音源がMに近づく速さは0である。よって, ドップラー効果による振動数の変化はないので, 求める振動数を f_B [Hz]とすると

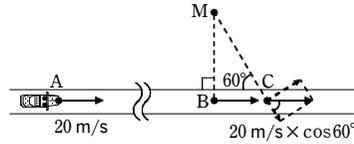
$$f_B = 560 \text{ Hz}$$

C のとき

音源の速度の, Mより遠ざかる方向の成分は
 $20 \times \cos 60^\circ = 10 \text{ m/s}$

である。よって, 求める振動数を f_C [Hz]とすると

$$f_C = \frac{340}{340-(-10)} \times 560 = 544 \text{ Hz}$$



34

【解答】 (1) AとD (2) 最大:F, 最小:B

(3) $f_1 = \frac{V}{V-v} f$ [Hz], $f_2 = \frac{V}{V+v} f$ [Hz]

【指針】

円運動する音源の速度の方向は, 円の接線方向である。この速度の, 点Pの方向の成分でドップラー効果が起こる。

【解説】

各点における音源の速度と, その点でのPの方向の成分(以下, v_p と表す)をかくと図のようになる。

- (1) v_p が0となるとき, ドップラー効果による振動数の変化はない。よって, **AとD**
 (2) v_p がPに近づく向きで最大となると

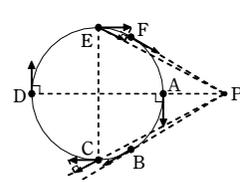
き, 振動数が最大となる。また, v_p が遠ざかる向きで最大となると, 振動数が最小となる。

よって, 最大:**F**, 最小:**B**

(3) 「 $f' = \frac{V}{V-v_s} f$ 」より

$$f_1 = \frac{V}{V-v} f \text{ [Hz]}$$

$$f_2 = \frac{V}{V-(-v)} f = \frac{V}{V+v} f \text{ [Hz]}$$



35

【解答】 20 m/s

【指針】

音源(電車)から観測者の向きを正とすると, 音源の速度 v_s [m/s]は, 通過する前は $v_s = v$, 通過した後は $v_s = -v$ となる。これをドップラー効果の式

「 $f' = \frac{V}{V-v_s} f$ 」に代入し, 前後で振動数がどのように表されるかを考える。

【解説】 通過する前後で観測される振動数をそれぞれ f_1, f_2 [Hz]とすると,

$$f' = \frac{V}{V-v_s} f \text{ より}$$

$$f_1 = \frac{340}{340-v} \times f_0, \quad f_2 = \frac{340}{340+v} \times f_0$$

問題文より $\frac{f_2}{f_1} = \frac{8}{9}$ であるから

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{340-v}{340+v} = \frac{8}{9}$$

これより $9 \times (340-v) = 8 \times (340+v)$

よって $v = 20 \text{ m/s}$

36

【解答】 (1) $\frac{V+v_s}{f_0}, \frac{V}{V+v_s} f_0$ (2) $\frac{V-v_s}{f_0}, \frac{V}{V-v_s} f_0$ (3) $\frac{2v_s V}{V^2 - v_s^2} f_0$

(4) 右向き, v_s

【指針】

(1), (2) 音源が進む前方では, 音波の波長は短くなり, 観測される音波の振動数は大きくなる。後方では, 波長は長くなり, 観測される振動数は小さくなる。
 (4) 動く反射板の場合, まず, 反射板を動く観測者と考えて, 受ける音の振動数を求め, 次に, 反射板をこの振動数をもつ動く音源と考えて, 観測者に届く音の振動数を求める。

【解説】

(1) 観測者に向かう音波は, 音源に対して1秒間に $(V+v_s)$ だけ進み, この中に f_0 個の波が含まれるから(図a)

$$\lambda_1 = \frac{V+v_s}{f_0}$$

$$\text{よって } f_1 = \frac{V}{\lambda_1} = \frac{V}{V+v_s} f_0$$

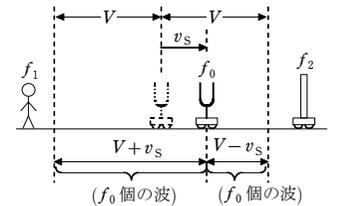
(2) 反射板に向かう音波は, 音源に対して1秒間に $(V-v_s)$ だけ進み, この中に f_0 個の波が含まれるから(図a)

$$\lambda_2 = \frac{V-v_s}{f_0}, \quad f_2 = \frac{V}{\lambda_2} = \frac{V}{V-v_s} f_0$$

(3) 反射板は静止しているため, 反射した音の振動数は f_2 のまま観測者に伝わる。

「 $f = |f_1 - f_2|$ 」で, $f_2 > f_1$ であるから

$$N = f_2 - f_1 = \frac{V}{V-v_s} f_0 - \frac{V}{V+v_s} f_0 = \frac{2v_s V}{V^2 - v_s^2} f_0$$



図a

(4) 求める反射板の速度を v_R (右向きを正) とする。このとき、反射板が音源から受ける音の振動数を f_2' とすると (図 b)

$$f_2' = \frac{V - v_R}{V - v_S} f_0$$

次に、反射板を振動数 f_2' の音を出す音源と考え、観測者に届く音の振動数を f_3 とすると (図 c)

$$f_3 = \frac{V}{V - (-v_R)} f_2' = \frac{V(V - v_R)}{(V + v_R)(V - v_S)} f_0$$

$f_3 = f_1$ のとき、うなりは消えるので

$$\frac{V(V - v_R)}{(V + v_R)(V - v_S)} f_0 = \frac{V}{V + v_S} f_0$$

$$(V - v_R)(V + v_S) = (V + v_R)(V - v_S) \quad \text{ゆえに} \quad v_R = v_S$$

よって、反射板を動かす向きは **右向き**、反射板の速さは v_S

37

【解答】 (1) ② (2) $\frac{V}{V - v_S} f_0, \frac{V}{V + v_S} f_0$ (3) $\frac{v_S h}{V}$

【指針】 音源の速度の、観測者 (点 P) に向かう方向の成分をもとに考える。(3) では、音源が音を出した位置と音源の現在の位置は異なる点に注意。

【解説】 (1) 図 a のように、音源の進む方向と観測者 (点 P) の方向のなす角を θ ($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$) とする。観測者に向かう方向の音源の速度成分の大きさは $v_S \cos \theta$ なので、観測者が聞く音の振動数 f は、ドップラー効果の式より、次のようになる。

原点 O に近づくと $f = \frac{V}{V - v_S \cos \theta} f_0^{(1)+}$ …… ①

原点 O から遠ざかると $f = \frac{V}{V + v_S \cos \theta} f_0^{(1)-}$ …… ②

①, ② 式より、初め、 f は f_0 より大きい、音源が原点 O をこえると逆に f_0 より小さくなることかわかる。

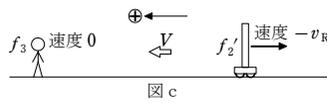
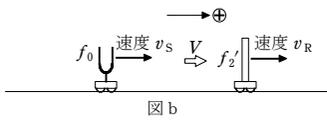
以上より、 f の時間変化の図として適切なのは ②

(2) f が最大となるのは、① 式において、 $\theta = 0^\circ$ ($\cos \theta = 1$) のとき (音源が十分遠くから近づいているとき) で

$$f_2 = \frac{V}{V - v_S} f_0$$

f が最小となるのは、② 式において、 $\theta = 0^\circ$ ($\cos \theta = 1$) のとき (音源が十分遠くへ遠ざかったとき) で

$$f_1 = \frac{V}{V + v_S} f_0$$

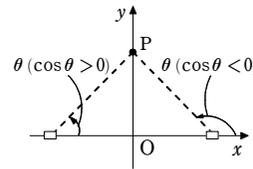
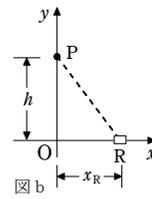


(3) 観測者が振動数 f_0 の音聞いたときの音源の位置を R (座標 x_R) とする (図 b)。この音は音源が原点 O を通過するときに発した音なので、この音が点 P に伝わるまでの時間を t_1 とすると

$$h = V t_1 \quad \text{より} \quad t_1 = \frac{h}{V}$$

$$\text{よって} \quad x_R = v_S t_1 = \frac{v_S h}{V}$$

← [1] 【参考】 右図のように、 x 軸の正の向きに対して角度 θ を反時計回りにとると ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$)、①, ② 式をあわせて、① 式で表すことができる。



38

【解答】 5.0×10^2 s

【指針】 光の速さは 3.0×10^8 m/s である。

【解説】 「 $x = vt$ 」より $t = \frac{x}{v} = \frac{1.5 \times 10^{11}}{3.0 \times 10^8} = 5.0 \times 10^2$ s⁽¹⁾⁻

← [1] 太陽から出た光はおよそ 500 秒 \approx 8.3 分かけて地球に届く。

39

【解答】 (1) $\frac{d}{\lambda}$ 個 (2) $\frac{nd}{\lambda}$ 個 (3) nd

【指針】 屈折率 n の媒質中の光の波長は、真空中での波長の $\frac{1}{n}$ 倍になる。

【解説】 (1) 波の数は、1 波長分 ($= \lambda$) を 1 個とするから求める真空中の光波の数は

$$\frac{d}{\lambda} \text{ 個}$$

(2) ガラス中での光波の波長を λ' とすると、屈折の法則より

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = n \quad \text{よって} \quad \lambda' = \frac{\lambda}{n}$$

ゆえに、求める光波の数は

$$\frac{d}{\lambda'} = \frac{nd}{\lambda} \text{ 個}$$

(3) (2) の結果 $\frac{nd}{\lambda}$ は、真空中の距離 nd に含まれる波の数のに等しい⁽¹⁾⁻

← [1] ガラス中の距離 d は、真空中の距離 nd に相当する。

40

【解答】 (1) 速さ: 2.0×10^8 m/s 波長: 6.0×10^{-7} m (2) 0.75

(3) 起こる、 $\sin i_0 \approx 0.67$

【指針】 $n = 1.5$ の媒質中から空気中へ入射する場合の屈折の法則の式は

$$\frac{1}{n} = \frac{v}{c} = \frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{\sin i}{\sin r}$$

である。入射角が臨界角 i_0 のとき、屈折角は 90° になる。

【解説】 (1) $\frac{v}{c} = \frac{1}{n}$ より

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3.0 \times 10^8}{1.5} = 2.0 \times 10^8 \text{ m/s}$$

また、 $\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{1}{n}$ より

$$\lambda_0 = n\lambda = 1.5 \times (4.0 \times 10^{-7}) = 6.0 \times 10^{-7} \text{ m}$$

(2) $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{1}{n}$ より

$$\sin r = n \sin i = 1.5 \times \sin 30^\circ = 1.5 \times \frac{1}{2} = 0.75$$

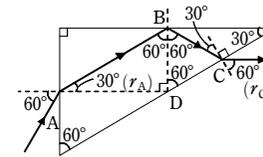
(3) $\frac{\sin i_0}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{1.5}$ より $\sin i_0 \approx 0.67$

$\sin i_0 < 1$ だから、臨界角 i_0 は存在し、全反射は**起こる**⁽¹⁾⁻。

← [1] 屈折率が大きい媒質中から小さい媒質中へ入射する場合にのみ、全反射は起こりうる。

41

【解答】



【指針】 空気中からプリズムに入射するときは、屈折の法則を適用して作図する。プリズム中から空気中へ入射するときは、 $\sin i_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (i_0 は臨界角) なので、入射角 i と i_0 とを比べ、屈折するか ($i < i_0$)、全反射するか ($i > i_0$) を判定する。

【解説】 このガラスの臨界角を i_0 とする。屈折の法則より

$$\frac{\sin i_0}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sin i_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \dots\dots ①$$

A: 図の点 A での屈折角を r_A とすると

$$\frac{\sin 60^\circ}{\sin r_A} = \sqrt{3}$$

これより $\sin r_A = \frac{1}{2}$

したがって $r_A = 30^\circ$

B: 図の点 B への入射角 i_B は、 $\triangle ABD$ の内

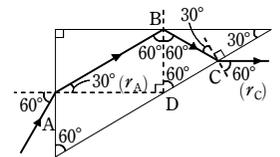
角の和 ($= 180^\circ$) を考えて $i_B = 60^\circ$ である。 $\sin i_B = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ なので、① 式と比べて、 $i_B > i_0$ となり、点 B では全反射が起こる。反射角は 60° である。

C: $\triangle BCD$ は正三角形で、図の点 C への入射角 i_C は 30° である。

$\sin i_C = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ なので、① 式と比べて $i_C < i_0$ となり、点 C では屈折が起こる。

屈折角 r_C は

$$\frac{\sin 30^\circ}{\sin r_C} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{より} \quad \sin r_C = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{よって} \quad r_C = 60^\circ$$



42

【解答】 (1) $\frac{\sin \theta_A}{\sin \theta_B} = \frac{n_B}{n_A}$ ($n_A \sin \theta_A = n_B \sin \theta_B$) (2) $\sin \theta_A < \frac{n_B}{n_A}$
 (3) $\frac{n_C}{n_A} < \sin \theta_A < \frac{n_B}{n_A}$

【指針】 光の屈折では、屈折の法則「 $n_1 \sin i = n_2 \sin r$ 」を適用する。全反射の臨界角 θ_0 は、この屈折の法則で「屈折角 = 90° 」を代入して求められる。入射角 $\theta < \theta_0$ の場合は、光は境界面で屈折し、 $\theta > \theta_0$ の場合は、境界面で全反射をする。

【解説】 (1) 屈折の法則より

$$\frac{\sin \theta_A}{\sin \theta_B} = \frac{n_B}{n_A} \quad \dots\dots ①$$

(または $n_A \sin \theta_A = n_B \sin \theta_B$)

(2) 図のように、境界面 AB での臨界角を θ_0 とする。

$$\frac{\sin \theta_0}{\sin 90^\circ} = \frac{n_B}{n_A}$$

よって $\sin \theta_0 = \frac{n_B}{n_A} \quad \dots\dots ②$

入射光が境界面 BC に到達する条件 (= 境界面 AB で全反射しない条件) $\theta_A < \theta_0$ より $\sin \theta_A < \sin \theta_0 \quad \dots\dots ③$

②, ③ 式より $\sin \theta_A < \frac{n_B}{n_A}$

(3) 図のように、境界面 BC での臨界角を θ'_0 とする。

$$\frac{\sin \theta'_0}{\sin 90^\circ} = \frac{n_C}{n_B} \quad \text{よって} \quad \sin \theta'_0 = \frac{n_C}{n_B} \quad \dots\dots ④$$

境界面 BC への入射角の大きさは、(1) の屈折角 θ_B と等しいので、光が面 BC で全反射する条件 $\theta_B > \theta'_0$ より $\sin \theta_B > \sin \theta'_0 \quad \dots\dots ⑤$

① 式より $\sin \theta_B = \frac{n_A}{n_B} \sin \theta_A$ なので

④, ⑤ 式より $\frac{n_A}{n_B} \sin \theta_A > \frac{n_C}{n_B}$ ゆえに $\sin \theta_A > \frac{n_C}{n_A}$

(2) の条件も考えて $\frac{n_C}{n_A} < \sin \theta_A < \frac{n_B}{n_A}$

←[1] 境界面への入射光の一部は屈折し、一部は反射するが、図では、全反射以外の反射光は省略した。

43

【解答】 (1) $\frac{1}{n}$ [s] (2) $\frac{1}{2m}$ 回 (3) $\frac{1}{2mn}$ [s] (4) $4mn$ [m/s]

【指針】 光が往復距離 $2l$ を進む間に、歯が隣のすき間まで回転するとき、最初に最も暗くなる。

【解説】 (1) $T = \frac{1}{n}$ [s]

(2) 歯とすき間の数は、あわせて $2m$ 個であるから、1 回転で、歯とすき間あわせて、 $2m$ 個が光線上を通過する。したがって、歯が隣のすき間まで進むときの回転は $\frac{1}{2m}$ 回である。

(3) t [s] は歯車の $\frac{1}{2m}$ 回転の時間に等しいから

$$t = T \times \left(\frac{1}{2m} \right) = \frac{1}{n} \times \frac{1}{2m} = \frac{1}{2mn} \text{ [s]}$$

(4) (3) より

$$c = \frac{2l}{t} = 2l \div \left(\frac{1}{2mn} \right) = 4mnl \text{ [m/s]}$$

44

【解答】 (1) (ア) 20 (イ) 正立虚 (ウ) 5.0
 (2) (エ) 前 (オ) 20 (カ) 0.33 (キ) 正立虚

【指針】 写像公式「 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ 」を活用する。(1) 凸レンズだから、 $f = 10$ cm。(ア) では、倒立像だから実像で、倍率 1 より $b = a$ 。(イ)、(ウ) では $a = 8.0$ cm。(2) 凹レンズだから、 $f = -30$ cm で、 $a = 60$ cm。

【解説】 (1) (ア) $\frac{1}{a} + \frac{1}{a} = \frac{1}{10}$

したがって、 $a = 20$ cm

(イ)、(ウ) $\frac{1}{8.0} + \frac{1}{b} = \frac{1}{10}$

したがって、 $b = -40$ cm

$b < 0$ だから、像は**正立虚像**

…(イ)の答え

倍率は $\left| \frac{b}{a} \right| = \frac{40}{8.0} = 5.0$ 倍

…(ウ)の答え

(2) $\frac{1}{60} + \frac{1}{b} = -\frac{1}{30}$

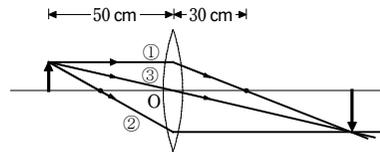
したがって、 $b = -20$ cm

$b < 0$ だから、レンズの(エ)前方、

(オ) **20 cm** の位置に、(カ)倍率 $\left| \frac{b}{a} \right| = \frac{20}{60} = 0.33$ 倍の(キ) **正立虚像**ができる。

45

【解答】 (1) 右図
 (2) 暗くなる

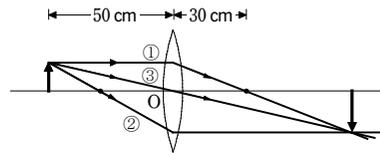


【指針】 (1) 凸レンズによる像の作図では、次の3本の光の線から2本を作図して求める。

① 光軸に平行な光は、後方の焦点を通る。② 前方の焦点を通る光は、光軸に平行に進む。③ レンズの中心を通る光は直進する。

【解説】 (1) ① 光軸に平行な光、
 ② 前方の焦点を通る光、
 ③ レンズの中心を通る光を作図する⁽¹⁾。

(2) レンズの下半分をおおうと、レンズの下半分は光を透過しない。しかし、上半分を通った光によって、物体の像は形成される。ただし、像を



形成する光の量は減少するため、像全体は**暗くなる**。

←[1] 実際には、①～③のうち2本を作図すればよい。

46

【解答】 (1) $\frac{\sin \theta_0}{n_1}$ (2) $0 < \sin \theta_0 < \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$

【指針】 (2) 屈折率 n_1 のガラスから屈折率 n_2 のガラスへの入射角は $(90^\circ - \theta_1)$ である。この入射角が臨界角よりも大きくなると境界面で全反射をする。したがって、全反射の条件は、屈折角 θ_1 がある値よりも小さいこと、それともない、初めの入射角 θ_0 がある値よりも小さいことである。

【解説】 (1) 屈折の法則より

$$\frac{\sin \theta_0}{\sin \theta_1} = \frac{n_1}{1}$$

よって $\sin \theta_1 = \frac{\sin \theta_0}{n_1} \quad \dots\dots ①$

(2) 屈折率 n_1 と n_2 のガラスの境界面への入射角

は $(90^\circ - \theta_1)$ となる。これがちょうど臨界角となる条件は

$$\frac{\sin(90^\circ - \theta_1)}{\sin 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1}$$

よって $\sin(90^\circ - \theta_1) = \frac{n_2}{n_1}$

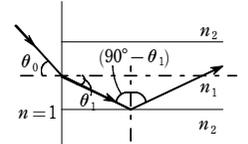
したがって、全反射する条件は $\sin(90^\circ - \theta_1) > \frac{n_2}{n_1}$

$$\sin(90^\circ - \theta_1) = \cos \theta_1 = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_1} \text{ より } \sqrt{1 - \sin^2 \theta_1} > \frac{n_2}{n_1}$$

よって $1 - \sin^2 \theta_1 > \frac{n_2^2}{n_1^2} \quad \dots\dots ②$

①, ② 式より $1 - \left(\frac{\sin \theta_0}{n_1} \right)^2 > \frac{n_2^2}{n_1^2} \quad \sin^2 \theta_0 < n_1^2 - n_2^2$

よって、求める $\sin \theta_0$ の範囲は $0 < \sin \theta_0 < \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$



47

【解答】 (1) $(i+i') - (r+r')$ (2) $(i+i') - \alpha$ (3) $\frac{\sin\left(\frac{\alpha + \delta_0}{2}\right)}{\sin \frac{\alpha}{2}}$

【指針】 (1) 下図の $\triangle AQR$ において、 δ は1つの外角である。これは2つの内対角の和に等しい。

(2) 下図の $\triangle aQR$ の内角の和は 180° である。

(3) i_0, r_0 を δ_0, α で表し、点 Q について屈折の法則を適用する。

【解説】 (1) $\triangle AQR$ に外角と内角の関係を適用して

$$\delta = (i-r) + (i'-r') = (i+i') - (r+r') \quad \dots\dots ①$$

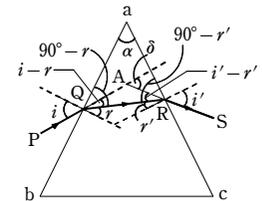
(2) $\triangle aQR$ の内角の和を考えて

$$\alpha + (90^\circ - r) + (90^\circ - r') = 180^\circ$$

したがって $r+r' = \alpha \quad \dots\dots ②$

これを①式に代入して

$$\delta = (i+i') - \alpha \quad \dots\dots ③$$



(3) 最小偏角 δ_0 のとき、 $i=i'=i_0$ 、 $r=r'=r_0$

③ 式より $\delta_0=(i_0+i_0)-\alpha$ したがって $i_0=\frac{\alpha+\delta_0}{2}$

② 式より $r_0+r_0=\alpha$ したがって $r_0=\frac{\alpha}{2}$

点 Q についての屈折の法則より $n=\frac{\sin i_0}{\sin r_0}=\frac{\sin\left(\frac{\alpha+\delta_0}{2}\right)}{\sin\frac{\alpha}{2}}$

48

【解答】 (1) $\frac{\alpha}{360n}$ [s] (2) $c=\frac{720nl}{\alpha}$ (3) 3.00×10^8 m/s

【指針】 鏡が α [°] だけ回転する間に、光は往復距離 $2l$ を進むから、 α [°] の回転時間がわかれば、光の速さ c が求められる。

【解説】 (1) 1 回転の時間(回転周期) T [s] は $T=\frac{1}{n}$ [s] であるから

α [°] 回転する時間 t [s] は $t=\frac{\alpha}{360}\times T=\frac{\alpha}{360n}$ [s]

(2) 時間 t の間に、光は往復距離 $2l$ を進むから

$c=\frac{2l}{t}=2l\times\frac{360n}{\alpha}=\frac{720nl}{\alpha}$

(3) $\alpha=9.60\times 10^{-2}$ (°) であるから

$c=\frac{720\times 1000\times 40.0}{9.60\times 10^{-2}}=3.00\times 10^8$ m/s

49

【解答】 (1) 10.0 cm (2) (ア) 7.5 cm (イ) 1.3

【指針】 (1) $a=15.0$ cm, $b=30.0$ cm, f を未知数として写像公式を立てる。

(2) レンズに入射する光は、レンズなしで真上から光源 P を見たときのみかけの光源の位置 P' から出たかのように進む。(ア) では、レンズから P' までの距離を a として写像公式を立てる。(イ) では、図 2 の点 S に屈折の法則を用い、角 θ が小さいときの近似式 $\sin\theta\approx\tan\theta$ を用いる。

【解説】 (1) 焦点距離を f [cm] とすると

$\frac{1}{15.0}+\frac{1}{30.0}=\frac{1}{f}$ ゆえに $f=10.0$ cm

(2) (ア) レンズからみかけの光源の位置 P' までの距離を a [cm] とすると、(1) の $f=10.0$ cm を用いて

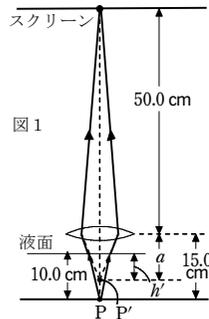
$\frac{1}{a}+\frac{1}{50.0}=\frac{1}{10.0}$ ゆえに $a=12.5$ cm

レンズから液面までの距離は

$15.0-10.0=5.0$ cm だから、液面からみかけ

の光源の位置 P' までの距離 h' は

$h'=12.5-5.0=7.5$ cm



(イ) 図 2 の点 S での入射角を θ_1 、屈折角を θ_2 として、屈折の法則を用いると

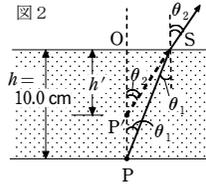
$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=\frac{1}{n}$ ゆえに $n=\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}$ …… ①

真上から見たときは、 θ_1 と θ_2 は小さい角だから

$\sin\theta_1\approx\tan\theta_1=\frac{OS}{OP}$,

$\sin\theta_2\approx\tan\theta_2=\frac{OS}{OP'}$

① 式に代入して $n=\frac{OS}{OP'}\div\frac{OS}{OP}=\frac{OP}{OP'}=\frac{10.0}{7.5}\approx 1.3$



50

【解答】 (1) $\frac{l}{4}$ (2) $\frac{l^2-d^2}{4l}$ (3) $\sqrt{h_1h_2}$

【指針】 レンズと物体との距離を x 、凸レンズの焦点距離を f として写像公式を立てると、 x についての 2 次方程式が得られる。(1) では、 x が実数となる条件、判別式 ≥ 0 から、実像をつくる f の条件を求める。(2), (3) では、写像公式で a と b の値を交換しても式が成りたつことを考える。

【解説】 (1) レンズと物体 O との距離を x とすると、レンズと像との距離は $(l-x)$ となるから(図 1)、写像公式より

$\frac{1}{x}+\frac{1}{l-x}=\frac{1}{f}$

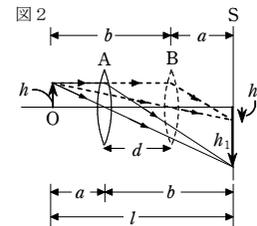
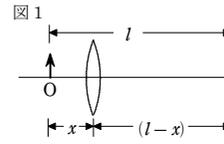
よって $x^2-lx+lf=0$ …… ①

スクリーン上に像ができるためには x は実数でなければならない。① の 2 次方程式において、判別式 ≥ 0 より

$l^2-4lf\geq 0$

ゆえに $f\leq\frac{l}{4}$

よって、求める焦点距離は $f_0=\frac{l}{4}$



(2) $OA=a$, $AS=b$ とする。写像公式「 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$ 」では、 a と b の値を交換しても式が成りたつので $OB=b$, $BS=a$ となる(図 2)。

図 2 より $\begin{cases} a+b=l \\ b-a=d \end{cases}$ ゆえに $a=\frac{l-d}{2}$, $b=\frac{l+d}{2}$

よって、写像公式より $f=\frac{ab}{a+b}=\frac{l^2-d^2}{4l}$

(3) 倍率の式から $\frac{h_1}{h}=\frac{b}{a}$, $\frac{h_2}{h}=\frac{a}{b}$

よって $\frac{h_1}{h}\times\frac{h_2}{h}=\frac{b}{a}\times\frac{a}{b}=1$

$h^2=h_1h_2$ ゆえに $h=\sqrt{h_1h_2}$

←[1] 2 次方程式の判別式 D

$ax^2+bx+c=0$

$D=b^2-4ac$

$D>0$ 異なる実数解

$D=0$ 重解

$D<0$ 虚数解

←[2] 実像ができる条件は

$f\leq\frac{l}{4}$

鮮明な像をつくる凸レンズの位置 x は、① 式より

$x=\frac{l\pm\sqrt{l^2-4lf}}{2}$

$f<\frac{l}{4}$ の場合は 2 箇所、

$f=\frac{l}{4}$ の場合は $x=\frac{l}{2}$ の 1 箇所となる。

51

【解答】 (1) 正立像 (2) $\frac{(a_2-f_2)f_1}{(a_1-f_1)f_2}d_1$

【指針】 2 枚のレンズを組み合わせる場合、まずレンズ 1 のみによる物体の像を求め、次に、その像をレンズ 2 に対する物体と考えて、レンズ 2 のみによる物体の像を求める。

【解説】 (1) O_1 から凸レンズ 1 によってできる像 $A'B'$ までの距離を l とする。凸レンズ

1 について写像公式「 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}$ 」より

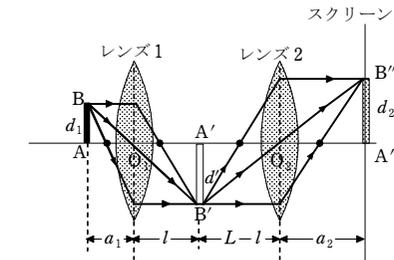
$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{l}=\frac{1}{f_1}$ ただし $f_1>0$, $a_1>f_1$

よって $l=\frac{a_1f_1}{a_1-f_1}>0$

このことより凸レンズ 1 によって倒立実像がレンズ後方にできることがわかる。この倒立実像が凸レンズ 2 を通してさらに上下に反転した実像となってスクリーン上に生じる。よって正立像。

(2) 凸レンズ 1 によって生じる倒立実像 $A'B'$ の高さを d' とすると $\triangle O_1A'B'$ と $\triangle O_1A'B'$ の相似より

$\frac{d'}{d_1}=\frac{l}{a_1}$ …… ①



またスクリーン上に生じる像を $A''B''$ とすると $\triangle O_2A'B'$ と $\triangle O_2A''B''$ の相似より

$\frac{d_2}{d'}=\frac{a_2}{L-l}$ …… ②

①, ②式より $\frac{d'}{d_1} \cdot \frac{d_2}{d'} = \frac{l}{a_1} \cdot \frac{a_2}{L-l}$

よって $d_2 = \frac{l}{a_1} \cdot \frac{a_2}{L-l} \cdot d_1$ ③

(1) で求めた凸レンズ1についての写像公式より

$l = \frac{a_1 f_1}{a_1 - f_1}$ ④

同様に凸レンズ2についての写像公式

$[\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}]$ より

$\frac{1}{L-l} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{f_2}$

$\frac{1}{L-l} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{a_2} = \frac{a_2 - f_2}{a_2 f_2}$ ⑤

④, ⑤式を③式に代入して

$d_2 = \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{a_1 f_1}{a_1 - f_1} \cdot \frac{a_2 - f_2}{a_2 f_2} \cdot d_1$
 $= \frac{(a_2 - f_2) f_1}{(a_1 - f_1) f_2} d_1$

←[1] 別解 倍率を求めると $m = \left| \frac{l}{a_1} \right| = \frac{l}{a_1}$ よって $d' = m d_1 = \frac{l}{a_1} d_1$

52

【解答】 (ア) ヤング (イ), (ウ) $\sqrt{l^2 + (x - \frac{d}{2})^2}$, $\sqrt{l^2 + (x + \frac{d}{2})^2}$

(エ) $\frac{d}{l} x$ (オ) $\frac{d}{l} x = m \lambda$ ($m=0, 1, 2, \dots$) (カ) 4.5×10^{-3}

(キ) 1.8×10^{-2}

【指針】 スリット S_1, S_2 は同位相の波源となるので、点Pで明線となる条件式は光路差=(整数)×(波長)となる。空気の屈折率が1なので、光路差=経路差である。光路差を求めるには、 S_1 から S_2 に垂線を下ろした交点をHとし、 S_2 Hの長さを求める方法があるが、ここでの方法もよく使われるので、導出の手順に慣れておきたい。

【解説】 (ア) ヤング

(イ), (ウ) $S_1 P = l_1, S_2 P = l_2$ とする。

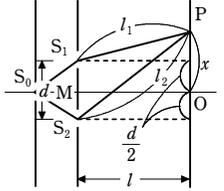
三平方の定理を用いて(右図)

$l_1 = \sqrt{l^2 + (x - \frac{d}{2})^2}$

$l_2 = \sqrt{l^2 + (x + \frac{d}{2})^2}$

(エ) 光路差 $l_2 - l_1 = l \sqrt{1 + \frac{(x + d/2)^2}{l^2}} - l \sqrt{1 + \frac{(x - d/2)^2}{l^2}}$
 $\approx l \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x + d/2}{l} \right)^2 \right] - l \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x - d/2}{l} \right)^2 \right]$
 $= \frac{d}{l} x$ (1)

(オ) スリット S_1, S_2 はスリット S_0 から等距離にあるので、 S_1, S_2 からは同位相の回折光が広がる。よって、点Pで明線となる条件式は



$\frac{d}{l} x = m \lambda$ ($m=0, 1, 2, \dots$)

(カ) (オ)の明線の条件式より、点Oからm番目の明線までの距離 x_m は

$x_m = \frac{m l \lambda}{d}$ ($m=0, 1, 2, \dots$) ①

よって、隣りあう明線の間隔を Δx とすると

$\Delta x = x_{m+1} - x_m = \frac{(m+1)l\lambda}{d} - \frac{ml\lambda}{d} = \frac{l}{d} \lambda$ (2)

$\lambda = 4.5 \times 10^{-7}$ m の青色の単色光源を用いた場合は

$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda = \frac{1.0 \times 4.5 \times 10^{-7}}{0.10 \times 10^{-3}} = 4.5 \times 10^{-3}$ m

(キ) 波長 $\lambda' = 6.0 \times 10^{-7}$ m の橙色の単色光源を用いた場合の隣りあう明線の間隔 $\Delta x'$ は

$\Delta x' = \frac{l \lambda'}{d} = \frac{1.0 \times 6.0 \times 10^{-7}}{0.10 \times 10^{-3}} = 6.0 \times 10^{-3}$ m

ここで Δx と $\Delta x'$ の比を考えると

$\Delta x : \Delta x' = 4.5 \times 10^{-3} : 6.0 \times 10^{-3} = 3 : 4$

青色の光と橙色の光は、ともに点Oが明線となるので、その次に明線が重なるのは $\Delta x \times 4$ (または $\Delta x' \times 3$) の位置である。

これが、求める2色の明線が重なる位置の間隔であるから

$\Delta x \times 4 = 4.5 \times 10^{-3} \times 4 = 1.8 \times 10^{-2}$ m

←[1] 別解 三平方の定理より

$l_1^2 = l^2 + (x - \frac{d}{2})^2$

$l_2^2 = l^2 + (x + \frac{d}{2})^2$

よって $l_2^2 - l_1^2 = 2dx$

$(l_2 - l_1)(l_2 + l_1) = 2dx$

$l_2 - l_1 = \frac{2dx}{l_2 + l_1}$

d, x が l に比べて十分小さい場合

$l_2 + l_1 \approx 2l$

と近似できるので

$l_2 - l_1 \approx \frac{2dx}{2l} = \frac{d}{l} x$

←[2] 参考 Δx について、次の要点を理解しておきたい。

- ① d を小さくすると、 Δx は大きくなる。
- ② 赤色光と青色光とでは、 λ の長い赤色光のほうが Δx は大きい。
- ③ 複スリット面とスクリーン面との間を屈折率 n の液体でみたと波長が $\frac{1}{n}$ 倍に短縮するので、 Δx も $\frac{1}{n}$ 倍に短縮する。

53

【解答】 (1) $\frac{dD}{l}$ (2) 白色の明線、しだいに色が変わる光の帯(スペクトル)

(3) 5.0×10^{-7} m

【指針】 回折格子による光の干渉での、強めあいの条件式 $d \sin \theta = m \lambda$ ($m=0, 1, 2, \dots$)

を用いる。

(1)は、1次の明線($m=1$)について、(2)は、回折スペクトルについての設問である。(3)では、可視光の波長範囲から次数 m の値を決定した後、条件式から波長 λ' を求める。

【解説】 (1) 1次の明線の条件式は 経路差 $d \sin \theta = 1 \times \lambda$ ①

近似式 $\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{D}{l}$ より $\lambda = \frac{dD}{l}$

(2) 中央の明線($m=0$)については、どの波長の光についても経路差0となり強めあうので、**白色の明線**となる。

次の明線($m=1$)では、①式より、波長 λ の違いにより回折角 θ が異なるから、**しだいに色が変わる光の帯(スペクトル)**となる。

(3) 強めあいの条件式は $d \sin \theta' = m \lambda'$

θ' が小さい角なので $\sin \theta' \approx \theta'$ として $d \theta' = m \lambda'$

よって $\lambda' = \frac{d \theta'}{m} = \frac{5.0 \times 10^{-6} \times 0.10}{m} = \frac{5.0 \times 10^{-7}}{m}$ (m) ②

3.8×10^{-7} m $\leq \lambda' \leq 7.7 \times 10^{-7}$ m より $3.8 \leq \frac{5.0}{m} \leq 7.7$ ③

整数 m で③式を満たすのは $m=1$ だけであるから

②式より $\lambda' = \frac{5.0 \times 10^{-7}}{1} = 5.0 \times 10^{-7}$ m

←[1] $\sin \theta$ が λ に比例するので、 θ の小さい側に λ の短い紫、大きい側に λ の長い赤の順に並ぶ。 $m=1$ のスペクトルを第1次のスペクトルという。

54

【解答】 (1) 点B: 逆になる 点C: 逆になる (2) $2nd \cos r$

(3) $2nd \cos r = (m + \frac{1}{2}) \lambda$ ($m=0, 1, 2, \dots$)

(4) $\frac{\lambda}{4n}$

【指針】 屈折率大の媒質から小の媒質へ入射する場合の反射では位相は変化しない。屈折率小の媒質から大の媒質へ入射する場合の反射では位相が逆になる。空気の屈折率は1とみなしてよく、膜の屈折率は $n > 1$ である。光路差は $n \times (DB + BC) = n \times DC'$ (次図で、点C'は膜の下面に関する点Cの対称点である)。(4)では、垂直入射だから、屈折角は $r=0$ である。

【解説】 (1) 点C: 屈折率小の媒質から大の媒質へ入射する場合だから、反射の際、位相は**逆になる**。

点B: 物質の屈折率は膜の屈折率より大きいから、上と同様に、反射の際、位相は**逆になる**。

(2) 右図より 光路差 $= n \times (DB + BC) = n \times DC'$
 $= 2nd \cos r$

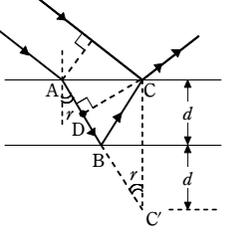
(3) 点Bと点Cでの反射で、ともに位相が逆になるので、暗く見えるための条件式は

$2nd \cos r = (m + \frac{1}{2}) \lambda$ ($m=0, 1, 2, \dots$) ①

(4) $r=0$ より $\cos r = 1$ だから、①式より

$2nd = (m + \frac{1}{2}) \lambda$

反射光が最も弱められる場合の最小の膜の厚さは、 $m=0$ より



$$2nd = \frac{\lambda}{2} \quad \text{ゆえに} \quad d = \frac{\lambda}{4n} \quad [1]^{-}$$

←[1] **参考** レンズなどのガラスの表面では、約4%の光が反射される。この反射を防ぐために、ガラスの表面に薄膜を蒸着させ、反射を弱めるようにしている。

この場合、波長 λ の反射光は $d = \frac{\lambda}{4n}$ で弱められるが、このとき、波長 λ の透過光は最も強められている。

55

解答 6.0×10^{-7}

指針 空気(屈折率1.0)から油(1.5)へ向かう上面での反射では、位相が逆になる。油(1.5)から水(1.3)へ向かう下面での反射では、位相は変化しない。経路差は、油膜の両面間の往復距離である。

解説 膜の厚さを d 、油の屈折率を n 、空気中の波長を λ

とする。2つの反射光が強めあう条件を、上面の反射だけ位相が逆になることに注意して、経路差で書くと

$$2d = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n} \quad (m=0, 1, 2, \dots)$$

右辺の $\frac{\lambda}{n}$ は、油膜中の波長である。上の式を λ に

ついて解き、数値を代入すると

$$\lambda = \frac{4nd}{2m+1} = \frac{4 \times 1.5 \times 3.0 \times 10^{-7}}{2m+1} = \frac{18 \times 10^{-7}}{2m+1} \text{ [m]}$$

$3.8 \times 10^{-7} \leq \lambda \leq 7.7 \times 10^{-7} \text{ m}$ を満たすのは、 $2m+1=3$ のときだけで

$$\lambda = \frac{18 \times 10^{-7}}{3} = 6.0 \times 10^{-7} \text{ m}^{[2]^{-}}$$

←[1] 経路差での書き方に慣れておくほうがよい。この場合、波長として膜中の波長を用いることを覚えておくこと。同じ条件式を光路差で書くと

$$2nd = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

←[2] これは橙色の光である。

56

解答 (1) $\left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda$ [m] (2) 暗線 (3) $\left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{L\lambda}{2D}$ [m] (4) $1.5 \times 10^{-5} \text{ m}$

$$(5) \frac{1}{n} \text{ 倍}$$

指針 薄膜は2枚のガラス板にはさまれた空気層である。2枚のガラス板の交角は小さいので、光は空気層の上面、下面へ垂直に入射するとみなしてよい。屈折率はガラスのほうが空気より大きいので、空気層の上面での反射では位相に変化はなく、下面での反射では位相が逆になる。

解説 (1) 空気層の上面と下面で反射する2つ

の光の経路差は厚さ d の往復分で $2d$ である。図1のように、下面での反射でだけ、位相が逆になるから、点Pに明線が見える条件は

$$2d = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \text{ [m]} \quad (m=0, 1, 2, \dots)$$

..... ①

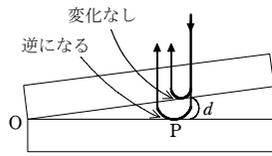


図1

(2) 交点Oでは経路差は $2d=0$ で、空気層下面での反射光は位相が逆になり、上面での反射光は位相が変わらないので、交点O付近では両者が打ち消しあい、暗線となる。

(3) 図2において、三角形の相似比より

$$\frac{d}{x} = \frac{D}{L} \quad \text{したがって} \quad d = \frac{D}{L} x$$

これを①式に代入して

$$2 \times \frac{D}{L} x = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \quad \text{ゆえに}$$

$$x = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{L\lambda}{2D} \text{ [m]} \quad \dots \dots \text{ ②}$$

(4) 明線の間隔を Δx とすると(Δx は m のときと、 $m+1$ のときの x の差)

$$\Delta x = \left\{ \left(m+1\right) + \frac{1}{2} \right\} \frac{L\lambda}{2D} - \left\{ m + \frac{1}{2} \right\} \frac{L\lambda}{2D} = \frac{L\lambda}{2D} \quad \dots \dots \text{ ③}$$

これを D について解き、数値を代入すると

$$D = \frac{L\lambda}{2\Delta x} = \frac{0.10 \times 6.0 \times 10^{-7}}{2 \times 2.0 \times 10^{-3}} = 1.5 \times 10^{-5} \text{ m}$$

(5) 水で満たしたとき、水中での波長は $\frac{\lambda}{n}$ となる $[1]^{-}$ 。このときの明線の間隔を

$$\Delta x' \text{ とすると、③式の} \lambda \text{ を} \frac{\lambda}{n} \text{ で置きかえて} \quad \Delta x' = \frac{L\lambda}{2Dn} = \frac{1}{n} \cdot \frac{L\lambda}{2D} = \frac{1}{n} \Delta x$$

$$\text{したがって} \quad \frac{\Delta x'}{\Delta x} = \frac{1}{n} \text{ 倍}$$

←[1] ①式の左辺 $2d$ は、水で満たした場合は経路差であるから、空気中の波長を水中の波長で置きかえなければならない。

57

解答 20 m

指針 屈折率はレンズやガラスのほうが空気より大きいので、空気層の上面での反射では位相に変化はなく、下面での反射では位相が逆になる。

解説 点Oからの距離が x の位置を点Pとする。

空気層の上面と下面で反射する2つの光の経路差は厚さ d の往復分で $2d$ である。下面での反射だけで位相が逆になるから、点Pにおいて弱めあう条件は

$$2d = m\lambda \quad (m=0, 1, 2, \dots)$$

ここで $d = \frac{x^2}{2R}$ 、および $m = 10^{[1]^{-}}$ であるから

$$2 \times \frac{x^2}{2R} = 10 \times \lambda$$

$$\text{よって} \quad R = \frac{x^2}{10 \times \lambda} = \frac{(1.0 \times 10^{-2})^2}{10 \times 5.0 \times 10^{-7}} = 20 \text{ m}$$

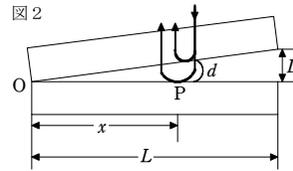
←[1] $m=0$ は中心の点Oの場合であるから、それを除いて10番目の暗環は $m=10$ の場合である。

58

解答 (1) $\frac{db}{l}$ [m] (2) $\frac{l\lambda}{d}$ [m] (3) $\frac{(n-1)al}{d}$ [m] (4) $4 \times 10^{-6} \text{ m}$

指針 l は d 、 b に比べて十分大きいので、 S_1P と S_2P は平行とみなしてよい。このとき、経路差は下図の $d \sin \theta$ としてよく、点Pの方向を示す角 θ は十分小さいの

図2



で、 $\sin \theta \approx \tan \theta$ と近似できる。薄膜でおおったとき、経路 S_1P を進む光は薄膜を斜めに横切るように見えるが、 θ が小さいので、事実上、垂直に横切るとしてよい。また、経路 S_1P の光路長は $(n-1)a$ だけ長くなる。

解説 (1) 点Pの方向を示す角を θ とすると、光路

差は近似的に

$$d \sin \theta \quad [1]^{-}$$

また、 θ は十分小さいので

$$\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{b}{l}$$

これを上の式に代入すると $d \sin \theta = \frac{db}{l}$ [m] ①

(2) 点Pが明線の位置となる条件は、光路差=整数×波数だから

$$\frac{db}{l} = m\lambda \quad \text{したがって} \quad b = m \frac{l\lambda}{d} \quad (m=0, 1, 2, \dots) \quad \dots \dots \text{ ②}$$

明線の間隔を Δb とすると、整数が $m+1$ のときは

$$b + \Delta b = (m+1) \frac{l\lambda}{d} \quad \text{したがって} \quad \Delta b = \frac{l\lambda}{d} \text{ [m]} \quad \dots \dots \text{ ③}$$

(3) ずれた中央明線の位置を O' とし、ずれの大きさを x_0 とする(右図)。

薄膜部分の光路長は、空気中の場合の a から na に変わる。したがって、経路 S_1O' 間の光路長は、右図より $na + (S_1O' - a)$ となる。 O' は中央明線の移動なので、 S_1O' 間の光路長と S_2O' 間の光路

長との差(光路差)は0である。

よって $S_2O' - \{na + (S_1O' - a)\} = 0$

ゆえに $S_2O' - S_1O' = (n-1)a$

一方、①式より $S_2O' - S_1O' = \frac{dx_0}{l}$

よって $\frac{dx_0}{l} = (n-1)a$

ゆえに $x_0 = \frac{(n-1)al}{d}$ [m] $^{[2]^{-}}$ ④

(4) ③、④式と題意より

$$\frac{(n-1)al}{d} = 2 \times \frac{l\lambda}{d} \quad \text{したがって} \quad a = \frac{2\lambda}{n-1}$$

数値を代入して $a = \frac{2 \times 4.0 \times 10^{-7}}{1.2-1} = 4 \times 10^{-6} \text{ m}$

←[1] 空気中では、光路差と経路差は等しい。

←[2] 図のように、ずれは上方へのずれである。

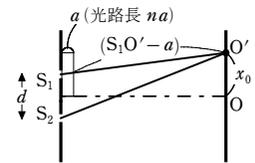
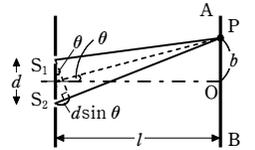
←[1] 空気中では、光路差と経路差は等しい。

←[2] 図のように、ずれは上方へのずれである。

59

解答 (1) $\frac{m\lambda}{d}$ (2) $\sin \theta_0 + \frac{m\lambda}{d}$ (3) 0° (4) (ア)

指針 (2) 隣りあうスリットを通る光について経路差を考える。一方の光を他方と比べると、入射前は $d \sin \theta_0$ だけ短い経路を進み、回折後は $d \sin \theta$ だけ長い経路を進む。したがって、経路差は $d \sin \theta - d \sin \theta_0$ となる。これについて明線条件の式を立てる。



【解説】(1) この場合は $\theta_0 = 0^\circ$ であるから、明線の条件の式は $d \sin \theta = m\lambda$ ^[1]、

よって $\sin \theta = \frac{m\lambda}{d}$

(2) 右図において、光 B は光 A に比べて、入射前は距離 $d \sin \theta_0$ だけ短い経路を進み、回折後は距離 $d \sin \theta$ だけ長い経路を進んでいる。1つの波面上では、光 A と B の位相はそろっているから、光 A と B の経路差は $d(\sin \theta - \sin \theta_0)$ となる。

よって、明線の条件式は

$$d(\sin \theta - \sin \theta_0) = m\lambda$$

ゆえに $\sin \theta = \sin \theta_0 + \frac{m\lambda}{d}$ …… ①

(3) ①式で $m=0$ として

$$\sin \theta = \sin \theta_0 \quad \theta = \theta_0 \text{ なので } \theta - \theta_0 = 0^\circ$$

(4) $\theta_0 = 30^\circ$, $\lambda = 0.4d$ を ①式に代入して

$$\sin \theta = \sin 30^\circ + 0.4m = 0.4m + 0.5 \quad \dots\dots ②$$

$-90^\circ < \theta < 90^\circ$ なので $-1 < \sin \theta < 1$

よって $-1 < 0.4m + 0.5 < 1$ $-1.5 < 0.4m < 0.5$

したがって、 $-3.75 < m < 1.25$ より、 m の整数値は $-3, -2, -1, 0, 1$

②式に m の整数値を代入して

$$\sin \theta = -0.7, -0.3, 0.1, 0.5, 0.9$$

$\theta < 0^\circ$ の範囲に 2本の明線、 $\theta > 0^\circ$ の範囲に 3本の明線が現れるので、正しい図は (ア)

←[1] $-90^\circ < \theta < 90^\circ$ でこの場合の整数 m は

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\dots$$

←[2] $\theta = \theta_0$ なので $m=0$ の明線は、入射方向と同じ方向にできる。

60

【解答】(1) $m\lambda$ [m] (2) 暗く見える (3) $\sqrt{mR\lambda}$ [m] (4) $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 倍

(5) 明暗の環の位置が逆

【指針】中心 O から r の距離での空気層の厚さ d を求めるには、 d が R に比べて非常に小さいときの近似を用いる。(5) で下から観察する場合は、上から下へストレートに透過する光と、上から空気層へ入り、下側のガラス板で反射して上側の球面で反射し、ガラス板を透過して下へ出てくる光の干渉を考える。

【解説】(1) 空気層の上面と下面で反射する 2

つの光の経路差は厚さ d の往復分で $2d$ である。図 1 のように、下面での反射だけ位相が逆になるから、位置 P が暗く見える条件は

$$2d = m\lambda \text{ [m]} \quad (m = 0, 1, 2, \dots\dots) \quad \dots\dots ①$$

(2) 接点 O では、空気層上面と下面での反射光が、経路差 0 で反対の位相で重なり、打ち消しあうので、接点 O の付近は暗く見える^[1]。

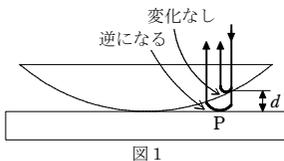


図 1

(3) 図 2 の $\triangle ABD$ と $\triangle DBO$ は相似だから

$$\frac{d}{r} = \frac{r}{2R-d}$$

右辺の分母の $2R-d$ において、 d は $2R$ に比べて非常に小さいのでこれを無視すると

$$\frac{d}{r} = \frac{r}{2R} \text{ したがって } d = \frac{r^2}{2R}$$

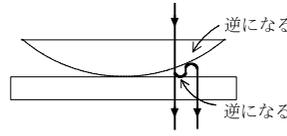
これを ①式に代入すると

$$2 \times \frac{r^2}{2R} = m\lambda \text{ したがって, } r = \sqrt{mR\lambda} \text{ [m]} \quad \dots\dots ②$$

(4) 液体の屈折率 n はガラスの屈折率より小さいので、反射による位相の変化のしかたは、液体で満たす前と同じである。したがって、 r' を求めるには、②式の λ を液体中での波長 $\frac{\lambda}{n}$ で置きかえるだけでよい^[2]。

$$r' = \sqrt{\frac{mR\lambda}{n}} \text{ したがって } \frac{r'}{r} = \frac{1}{\sqrt{n}} \text{ 倍}$$

(5) 空気層下面で反射し、さらに上面で反射して下へ出てくる光は、空気層の厚さの往復分だけ長い道のりを進むから、経路差は上から観察する場合と同じである。反射してから下へ出てくる光は、空気層の下面と上面の両面での反射で位相が 2度逆になるから、(3) の ②式は明線の式になる。すなわち、下から透過光を観察する場合、上から反射光を観察した場合と明暗の環の位置が逆になる。



←[1] 接点 O を中心とする暗い小円が見える。O は同心円状の縞模様を中心となる。

←[2] ①式の左辺 $2d$ は、液体で満たした場合は経路差であるから、空気中の波長を液体中の波長で置きかえなければならない。

61

【解答】(1) $2d = m\lambda_1$ (2) $2d = (m-1)\lambda_2$ (3) $m = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$, $d = \frac{\lambda_1\lambda_2}{2(\lambda_2 - \lambda_1)}$

【指針】光が反射する場合、位相の変化を考慮しなければならないが、この問題では 2つの光はそれぞれ 2回ずつ反射するため、結果として位相の変化はないものとして考えてよい。

【解説】(1) 2つの光はどちらも同じ回数ずつ反射しているので、D に到達したときの位相差は考えない。経路差は距離 d の往復分の $2d$ であるから、2つの光が強めあう条件は

$$2d = m\lambda_1 \quad (m \text{ は整数})$$

(2) 問題文より、 $d = OA - OB > 0$ と考えられるので、 $m > 0$ である。

$\lambda_2 > \lambda_1$ より、波長 λ_2 で強めあうとき

$$2d = (m-1)\lambda_2$$

(3) (1) と (2) の結果より

$$m\lambda_1 = (m-1)\lambda_2$$

$$(\lambda_2 - \lambda_1)m = \lambda_2 \quad \text{よって } m = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

(1) に代入して $d = \frac{\lambda_1\lambda_2}{2(\lambda_2 - \lambda_1)}$

