$\boxed{1}$

四面体ABCDは，AC＝BD，AD＝BCを満たし，点OはOA＝OB＝OC＝ODを満たすものとする。Oに関する点A，B，C，Dの位置ベクトルをそれぞれ$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{d}$とするとき，次の問いに答えよ。

(1)　$(\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{c}+\vec{d})=0$を証明せよ。

(2)　AB，CDの中点をそれぞれM，Nとするとき，$\overrightarrow{\mathrm{MN}}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{d}$を用いて表せ。

(3)　MNとABは直交することを証明せよ。

$\boxed{2}$

平面上の異なる3点O，A，Bは同一直線上にないものとする。この平面上の点Pが$2|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|^2-\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OP}}+2\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OP}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=0$を満たす。

(1)　Pの軌跡が円となることを示せ。

(2)　(1)の円の中心をCとするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$を$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$と$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$で表せ。

(3)　Oとの距離が最小となる(1)の円周上の点を$\mathrm{P_0}$とする。A，Bが条件$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|^2+5\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}+4|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|^2=0$を満たすとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP_0}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$となる$s$，$t$の値を求めよ。

$\boxed{3}$

座標空間内の球面 $x^2+y^2+z^2=9$ 上に 3 点 A (3, 0, 0), B (2, 1, 2), C (1, −2, 2) をとる。

(1) △ABC の面積を求めよ。

(2) 3 点 A, B, C を通る平面に，原点 O から下ろした垂線の足 H の座標を求めよ。

(3) 球面上を動く点 P を頂点とする四面体 PABC を考え，その体積を V とする。V の最大値と，そのときの点 P の座標を求めよ。

$\boxed{4}$

空間内に 4 点 A (0, 0, 1), B (3, 1, 1), C (1, 4, 4), D (1, 1, 2) がある。点 A を含み，直線 AD に垂直な平面を L とし，2 点 B, C の中点を M とする。

(1) 点 M から平面 L に下ろした垂線と L の交点を H とするとき，点 H の座標を求めよ。

(2) P を平面 L 上を動く点とするとき，線分 PB および線分 PC の長さの 2 乗の和 $\mathrm{PB}^2+\mathrm{PC}^2$ の最小値を求めよ。