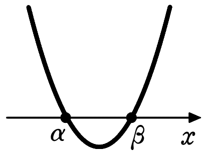
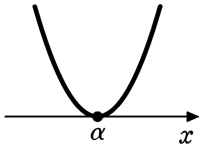
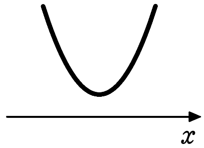
第６講　２次不等式

７　２次不等式

[1]　２次不等式の解

１　$a>0$ とする。

$D=b^2-4ac$ の符号	$D>0$	$D=0$	$D<0$
$y=ax^2+bx+c$ のグラフと x 軸の位置関係			
$ax^2+bx+c=0$ の実数解	$x=\alpha,\ \beta$	$x=\alpha$	ない
$ax^2+bx+c>0$ の解	$x<\alpha,\ \beta<x$	α 以外のすべての実数	すべての実数
$ax^2+bx+c\geqq 0$ の解	$x\leqq\alpha,\ \beta\leqq x$	すべての実数	すべての実数
$ax^2+bx+c<0$ の解	$\alpha<x<\beta$	ない	ない
$ax^2+bx+c\leqq 0$ の解	$\alpha\leqq x\leqq\beta$	$x=\alpha$	ない

$a<0$ のときは，不等式の両辺に -1 を掛けて，x^2 の係数を正にして考える。

２　$\alpha<\beta$ のとき　$(x-\alpha)(x-\beta)>0$ の解は　$x<\alpha,\ \beta<x$

$(x-\alpha)(x-\beta)<0$ の解は　$\alpha<x<\beta$

$(x-\alpha)^2>0$ の解は　α 以外のすべての実数

$(x-\alpha)^2<0$ の解は　ない

３　２次関数 $y=ax^2+bx+c$ に対して

常に $ax^2+bx+c>0 \iff a>0$ かつ $D=b^2-4ac<0$

常に $ax^2+bx+c<0 \iff a<0$ かつ $D=b^2-4ac<0$

第６講　例題

1 ★☆☆

次の２次不等式を解け。

(1)　$x^2-8x+12\leqq 0$　　(2)　$x^2-3x-18>0$　　(3)　$-x^2+7x+8>0$

(4)　$x^2-4x-3\geqq 0$　　(5)　$-x^2+3x+2>0$　　(6)　$x^2-1>2x$

(7)　$x(x-4)\geqq 2(x^2-3)$

2 ★☆☆

次の２次不等式を解け。

(1)　$x^2+10x+25>0$　　(2)　$x^2-12x+36\geqq 0$　　(3)　$4x^2-4x+1<0$

(4)　$9x^2\leqq 6x-1$　　(5)　$2x^2-8x+13>0$　　(6)　$3x^2-6x+6\leqq 0$

3 ★★☆

次の不等式を解け。

(1)　$\begin{cases} 2x^2-5x-3<0 \\ 3x^2-4x-4\leqq 0 \end{cases}$　　(2)　$2-3x-2x^2\leqq 4x-2<x^2$

4 ★★☆

２次不等式 $ax^2+5x+b>0$ の解が $2<x<3$ となるように，定数 a，b の値を定めよ。

5 ★★☆

次の２次不等式の解がすべての実数であるとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

(1)　$x^2-mx+1>0$　　(2)　$-x^2+mx+2m<0$

6 ★★★

次の２次不等式を解け。ただし，a は定数とする。

(1)　$x^2-(2a+1)x+a^2+a<0$　　(2)　$x^2-(a+2)x+2a>0$

第６講　例題演習

$\boxed{1}$

次の２次不等式を解け。

(1)　$x^2+5x-6>0$　　(2)　$x^2+8x+15\leqq 0$　　(3)　$2x^2-5x+3>0$

(4)　$2(x^2-1)<3x$　　(5)　$-x^2+5x-5<0$　　(6)　$x^2+4x+2\leqq 0$

(7)　$4x-x^2\geqq -7$　　(8)　$2x^2\leqq x^2+4x-1$　　(9)　$3x^2<x(x-3)+5$

(10)　$(2x+1)^2+24>(x+5)^2$

$\boxed{2}$

次の２次不等式を解け。

(1)　$x^2-8x+16>0$　　(2)　$4x^2+4x+1\leqq 0$

(3)　$x^2-4x+8\geqq 0$　　(4)　$-3x^2+12x-13\geqq 0$

$\boxed{3}$

次の不等式を解け。

(1)　$\begin{cases} x^2-6x+5<0 \\ x^2-7x+12>0 \end{cases}$　　(2)　$\begin{cases} x^2+4x\geqq 0 \\ x^2-9>0 \end{cases}$

(3)　$\begin{cases} 1-4x+x^2\leqq 0 \\ -3x^2+11x+4>0 \end{cases}$　　(4)　$-8\leqq x^2-6x<16$

$\boxed{4}$

(1)　x についての２次不等式 $x^2+ax+b\geqq 0$ の解が $x\leqq -1$，$3\leqq x$ となるように，定数 a，b の値を定めよ。

(2)　x についての２次不等式 $ax^2-2x+b>0$ の解が $-2<x<1$ となるように，定数 a，b の値を定めよ。

$\boxed{5}$

次の条件を満たすとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

(1)　２次不等式 $x^2-(m-1)x+3>0$ の解がすべての実数となる。

(2)　２次不等式 $-x^2+2mx+m\geqq 0$ が解をもつ。

$\boxed{6}$

次の２次不等式を解け。ただし，a は定数とする。

(1)　$x^2+(a-1)x-a>0$　　(2)　$x^2-ax-2a^2\leqq 0$

第６講　レベルＡ

$\boxed{1}$

次の不等式を解け。

(1)　$x^2-3|x-1|>7$　　　　(2)　$|x^2-2x-3|\geqq 3-x$

$\boxed{2}$

m は定数とする。放物線 $y=x^2+(m-4)x+m-1$ と x 軸の共有点の個数を調べよ。

$\boxed{3}$

2 つの 2 次方程式

$$x^2+px+1=0 \quad \cdots\cdots ①, \qquad x^2+px+p=0 \quad \cdots\cdots ②$$

が次の条件を満たすとき，定数 p の値の範囲を求めよ。

(1)　① が実数解をもつ。　　　　(2)　② が実数解をもつ。

(3)　①，② がともに実数解をもつ。

(4)　①，② のうち，少なくとも一方が実数解をもつ。

$\boxed{4}$

2 次不等式 $ax^2+(a-1)x+a-1>0$ の解がすべての実数であるとき，定数 a の値の範囲を求めよ。

$\boxed{5}$ [福岡大]

a，b を定数とし，$x^2-5x+6\leqq 0$ …… ①，$x^2+ax+b<0$ …… ② とする。①，② を同時に満たす x の値はなく，① または ② を満たす x の値の範囲が $2\leqq x<5$ であるとき，

$a=$ ア $\boxed{}$，$b=$ イ $\boxed{}$ である。

$\boxed{6}$

次の x についての不等式を解け。ただし，a は定数とする。

$$x^2-(a^2-a+2)x-a^3+2a^2\leqq 0$$

第６講　レベルＢ

$\boxed{1}$

4 次不等式 $2x^4-11x^2+5>0$ を解け。

$\boxed{2}$

$x^2+y^2=4$ のとき，x^2-y^2+4x の最大値と最小値を求めよ。

$\boxed{3}$

(1)　関数 $y=|x^2-x-2|-2x$ のグラフをかけ。

(2)　方程式 $|x^2-x-2|=2x+k$ の異なる実数解の個数を調べよ。

$\boxed{4}$

2 次不等式 $x^2-(2a+3)x+a^2+3a<0$ …… ①，$x^2+3x-4a^2+6a<0$ …… ② について，次の各問いに答えよ。ただし，a は定数で $0<a<4$ とする。

(1)　①，② を解け。

(2)　①，② を同時に満たす x が存在するのは，a がどんな範囲にあるときか。

(3)　①，② を同時に満たす整数 x が存在しないのは，a がどんな範囲にあるときか。

$\boxed{5}$ [東京慈恵会医科大]

x の 2 次不等式 $6x^2-(16a+7)x+(2a+1)(5a+2)<0$ を満たす整数 x が 10 個となるように，正の整数 a の値を定めよ。

８　２次不等式の応用

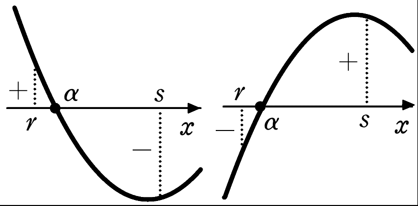
補　２次関数のグラフと２次方程式の解の範囲

１　２次方程式の解の存在範囲

2 次関数 $y=f(x)$ について，$f(r)$，$f(s)$ の符号が異なると，r と s の間に $f(x)=0$ となる x の値 α が存在する。

すなわち，$r<s$ とすると

$f(r)f(s)<0 \Longrightarrow$ 解 $x=\alpha$　$(r<\alpha<s)$ が存在



第７講　例題

$\boxed{1}$ ★★☆

(1)　2次関数 $y=x^2-2ax+2a^2-5$ のグラフが，x 軸の $x>1$ の部分と異なる2点で交わるように，定数 a の値の範囲を定めよ。

(2)　2次方程式 $x^2-(m-4)x+m-1=0$ が，異なる2つの正の解をもつように，定数 m の値の範囲を定めよ。

$\boxed{2}$ ★★☆

2次方程式 $2x^2-ax+a-1=0$ が，$-1<x<1$ の範囲に異なる2つの実数解をもつとき，定数 a の値の範囲を求めよ。

$\boxed{3}$ ★★☆

(1)　放物線 $y=x^2-2ax+a+2$ と x 軸が，1点は $x<1$，他の1点は $x>1$ で異なる2点で交わるとき，定数 a の値の範囲を求めよ。

(2)　2次方程式 $2x^2+ax+a=0$ が，3より大きい解と3より小さい解をもつように，定数 a の値の範囲を定めよ。

$\boxed{4}$ ★★☆

2次方程式 $x^2-ax+1=0$ の1つの解が0と1の間にあり，他の解が2と3の間にあるように，定数 a の値の範囲を定めよ。

$\boxed{5}$ ★★★

$0\leqq x\leqq 2$ において，常に $x^2-2ax+3a>0$ が成り立つように定数 a の値の範囲を定めよ。

第７講　例題演習

$\boxed{1}$

(1)　２次関数 $y=x^2+mx+2$ が次の条件を満たすように，定数 m の値の範囲を定めよ。

(ア)　この２次関数のグラフと x 軸の正の部分が異なる２点で交わる。

(イ)　この２次関数のグラフと x 軸の $x<-1$ の部分が異なる２点で交わる。

(2)　２次関数 $y=x^2+2(m-1)x+3-m$ のグラフが x 軸の $x<1$ の部分と，異なる２点で交わるとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

(3)　２次方程式 $x^2+2mx+2m+3=0$ が次のような実数解をもつように，定数 m の値の範囲を定めよ。

(ア)　異なる２つの負の解　　　　　(イ)　-4 より大きい異なる２つの解

$\boxed{2}$

(1)　x についての２次方程式 $3x^2+4ax+a^2+a=0$ が，$-2<x<1$ の範囲に異なる２つの実数解をもつとき，定数 a の値の範囲を求めよ。

(2)　２次方程式 $x^2-2ax+2a+3=0$ が異なる２つの実数解をもち，その２つの実数解がともに１以上５以下であるように，定数 a の値の範囲を定めよ。

$\boxed{3}$

(1)　放物線 $y=x^2+2(m-1)x+3-m^2$ が x 軸の正の部分と負の部分のそれぞれと交わるように，定数 m の値の範囲を定めよ。

(2)　２次方程式 $x^2-4ax+3a=0$ が，１より大きい解と１より小さい解をもつように，定数 a の値の範囲を定めよ。

$\boxed{4}$

次の条件を満たすような定数 a の値の範囲を求めよ。

(1)　２次方程式 $2x^2-3x+a=0$ の１つの解が０と１の間にあり，他の解が１と２の間にある。

(2)　２次方程式 $2ax^2-(a+2)x-5=0$ の１つの解が -1 と０の間にあり，他の解が２と３の間にある。ただし，$a>0$ とする。

$\boxed{5}$

$0\leqq x\leqq 8$ のすべての x の値に対して，不等式 $x^2-2mx+m+6>0$ が成り立つような定数 m の値の範囲を求めよ。

第７講　レベルＡ

$\boxed{1}$

a を 0 でない実数の定数とする。x の方程式 $ax^2+2(a-2)x+2a-7=0$ が異なる 2 つの負の実数解をもつような a の値の範囲を求めよ。

$\boxed{2}$

不等式 $x^2-6x+8\leqq 0$ を満たすすべての x に対して，次の不等式を満たすように定数 a の値の範囲を定めよ。

(1)　$x^2+4ax+5\leqq 0$　　　　(2)　$x^2+4ax+5\geqq 0$

第７講　レベルＢ

$\boxed{1}$

方程式 $x^2+(2-a)x+4-2a=0$ が $-1<x<1$ の範囲に少なくとも１つの実数解をもつような定数 a の値の範囲を求めよ。

$\boxed{2}$

$a<b<c$ のとき，次の方程式は異なる２つの解をもち，２つの解のうち，１つは a と b の間にあり，他の１つは b と c の間にあることを示せ。

$$(x-b)(x-c)+(x-c)(x-a)+(x-a)(x-b)=0$$

第８講　総復習問題

1

$f(x)=-2x^2-10x-3$ とおく。

(1)　2 次関数 $y=f(x)$ のグラフをかけ。また，その軸と頂点を求めよ。

(2)　$f\left(a-\dfrac{5}{2}\right)=5$ となる定数 a の値を求めよ。

2 [北海学園大]

放物線 $y=x^2+ax+b$ を原点に関して対称移動し，さらに y 軸方向に 8 だけ平行移動すると，放物線 $y=-x^2+7x+5$ が得られるという。定数 a，b の値を求めよ。

3

最大値が 5 で，そのグラフが 2 点 $(-3,\ 2)$，$(1,\ 2)$ を通るような 2 次関数を求めよ。

4

(1)　関数 $y=x^2-4x$ $(0<x\leqq 5)$ に最大値，最小値があれば，それを求めよ。

(2)　関数 $y=-3x^2-4x+2$ $(-1\leqq x<0)$ の値域を求めよ。

5

周の長さが 80 である長方形の対角線の長さ l の最小値を求めよ。

6

a を正の定数とするとき，$0\leqq x\leqq a$ における関数 $y=-x^2+6x$ について

(1)　最大値を求めよ。　　(2)　最小値を求めよ。

7

(1)　関数 $y=x^2+ax+a$ のグラフが直線 $y=x+1$ と接するように，定数 a の値を定めよ。また，そのときの接点の座標を求めよ。

(2)　k は定数とする。関数 $y=x^2-2kx$ のグラフと直線 $y=2x-k^2$ の共有点の個数を調べよ。

8 [東京農業大]

次の連立不等式を解け。

$$\begin{cases} x^2\leqq 4 \\ 3x^2-2x>1 \end{cases}$$

$\boxed{9}$

(1)　放物線 $y=x^2+mx+1$ において，x 軸と共有点をもたないように，定数 m の値の範囲を求めよ。

(2)　2 次不等式 $x^2-mx-2m>0$ の解がすべての実数であるとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

(3)　すべての実数 x について，不等式 $x^2+ax+a+3>0$ が成り立つように，定数 a の値の範囲を求めよ。

$\boxed{10}$［佛教大］

m を定数とする。2 次不等式 $mx^2-3x+m-4<0$ がすべての実数 x で成り立つような m の値の範囲を求めよ。

$\boxed{11}$

2 次関数 $y=-x^2+(m-10)x-m-14$ のグラフが次の条件を満たすとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

(1)　x 軸の正の部分と負の部分で交わる。　　(2)　x 軸の負の部分とのみ共有点をもつ。

(3)　x 軸の $x>1$ の部分と，異なる 2 点で交わる。

章末問題A

$\boxed{1}$

次の関数のグラフをかけ。

(1)　$y=|x+2|-|x|$　　　(2)　$y=|x+1|+2|x-1|$

$\boxed{2}$

関数 $y=2(x-1)(x+4)$ $(-3<x<3)$ に最大値，最小値があれば，それを求めよ。

$\boxed{3}$ ［愛知工業大］

xy 平面において，2 次関数 $y=2x^2+ax+b$ $(a>0)$ のグラフは x 軸と点 P で接し，y 軸と点 Q で交わるとする。線分 PQ の長さが $\sqrt{3}$ であるとき，a，b の値を求めよ。

$\boxed{4}$ ［摂南大］

(1)　$1\leqq x\leqq 5$ の範囲で $x=2$ のとき最大値 2 をとり，最小値が -1 である 2 次関数を求めよ。

(2)　2 次関数 $f(x)=ax^2+bx+c$ が，$f(-1)=f(3)=0$ を満たし，その最大値が 4 であるとき，定数 a，b，c の値を求めよ。

$\boxed{5}$ ［京都文教大］

関数 $y=x^4-4x^3+8x$ を考える。$t=x^2-2x$ とおくと $y=t^2-{}^{ア}\boxed{}\,t$ と表される。

$x=1+2\sqrt{3}$ のとき $y={}^{イ}\boxed{}$ であり，$y=5$ となる実数 x の値は ${}^{ウ}\boxed{}$ 個ある。

また，x が $0\leqq x\leqq 3$ の範囲を動くとき，y のとりうる値の範囲は ${}^{エ}\boxed{}$ である。

$\boxed{6}$ ［北星学園大］

$x\geqq 0$，$y\geqq 0$ のとき，x，y の関数 $f(x,\ y)=x^2-4xy+5y^2+2y+2$ の最小値を求めよ。また，このときの x，y の値を求めよ。

$\boxed{7}$ ［北里大］

x が $0\leqq x\leqq 5$ の範囲を動くとき，関数 $f(x)=-x^2+ax-a$ について考える。ただし，a は定数とする。

(1)　$f(x)$ の最大値を求めよ。

(2)　$f(x)$ の最大値が 3 であるとき，a の値を求めよ。

章末問題A

$\boxed{8}$ ［甲南大］

$f(x)=x^2-2x+2$ とする。また，関数 $y=f(x)$ のグラフを x 軸方向に 3，y 軸方向に -3 だけ平行移動して得られるグラフを表す関数を $y=g(x)$ とする。

(1) $g(x)$ の式を求め，$y=g(x)$ のグラフをかけ。

(2) $h(x)$ を次のように定める。

$$\begin{cases} f(x) \leqq g(x) \text{ のとき，} h(x)=f(x) \\ f(x) > g(x) \text{ のとき，} h(x)=g(x) \end{cases}$$

このとき，関数 $y=h(x)$ のグラフをかけ。

(3) $a>0$ とするとき，$0 \leqq x \leqq a$ における $h(x)$ の最小値 m を a を用いて表せ。

$\boxed{9}$

a を定数とする x についての次の 3 つの 2 次方程式がある。

$x^2+ax+a+3=0 \cdots$ ①，$x^2-2(a-2)x+a=0 \cdots$ ②，$x^2+4x+a^2-a-2=0 \cdots$ ③

(1) ①～③ がいずれも実数解をもたないような a の値の範囲を求めよ。

(2) ①～③ の中で 1 つだけが実数解をもつような a の値の範囲を求めよ。

$\boxed{10}$ ［福岡大］

関数 $y=|x(x-4)|$ のグラフと直線 $y=-\dfrac{9}{2}x+4$ の 2 つの共有点のうち，x 座標が正である点の座標を求めよ。

また，関数 $y=|x(x-4)|$ のグラフと直線 $y=ax+4$ (a は定数) が 4 つの共有点をもつとき，a の値の範囲を求めよ。

$\boxed{11}$

x のすべての実数の値に対して $(k^2-1)x^2+2(k+1)x+3>0$ が成り立つように，k の値の範囲を定めよ。

$\boxed{12}$

2 次不等式 $x^2-(a+3)x+3a<0$ を満たす整数 x がちょうど 2 個だけあるように，定数 a の値の範囲を定めよ。

章末問題B

$\boxed{1}$ [北海道大]

実数 x に対して $k \leqq x < k+1$ を満たす整数 k を $[x]$ で表す。

例えば，$[2]=2$，$\left[\dfrac{5}{2}\right]=2$，$[-2.1]=-3$ である。

(1)　$n^2-n-\dfrac{5}{4}<0$ を満たす整数 n をすべて求めよ。

(2)　$[x]^2-[x]-\dfrac{5}{4}<0$ を満たす実数 x の範囲を求めよ。

(3)　x は (2) で求めた範囲にあるものとする。$x^2-[x]-\dfrac{5}{4}=0$ を満たす x をすべて求めよ。

$\boxed{2}$

次の関数のグラフをかけ。ただし，$[a]$ は a を超えない最大の整数を表す。

(1)　$y=x-[x]$　$(-2 \leqq x \leqq 3)$　　(2)　$y=x[x-1]$　$(-2 \leqq x \leqq 4)$

$\boxed{3}$ [東京電機大]

(1)　グラフの頂点が放物線 $y=2x^2+6x+4$ の頂点と一致し，点 $(-1,\ -2)$ を通るような2次関数を求めよ。

(2)　放物線 $y=4x^2+ax+b$ は点 $(1,\ 1)$ を通って x 軸に接するとする。この条件を満たす a，b の組をすべて求めよ。

(3)　放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ は，x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動すると，直線 $y=-x$ と直線 $y=3x$ の両方に接する。p，q の値を求めよ。

$\boxed{4}$ [岐阜聖徳学園大]

$0 \leqq x \leqq 1$，$0 \leqq y \leqq 1$ のとき，$(x+y-1)^2+(x-y+1)^2$ の最大値，最小値を求めよ。

$\boxed{5}$ [神戸大]

a を実数とし，$f(x)=x^2-2x+2$，$g(x)=-x^2+ax+a$ とする。

(1)　すべての実数 s，t に対して，$f(s) \geqq g(t)$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ。

(2)　$0 \leqq x \leqq 1$ を満たすすべての x に対して，$f(x) \geqq g(x)$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ。

$\boxed{6}$ [広島工業大]

a は定数とする。x の関数を $f(x)=(x^2+2x+2)^2-2a(x^2+2x+2)+a$ とし，$f(x)$ の最小値を m とする。

(1) $t=x^2+2x+2$ とおく。x がすべての実数値をとって変化するとき，t のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) m を a を用いて表せ。

$\boxed{7}$ [同志社大]

$f(x)=x(|x-a|-|x|)$ (a は正の定数) について，次の問いに答えよ。

(1) $y=f(x)$ のグラフの概形を図示せよ。

(2) $a-1\leqq x\leqq a+1$ での $f(x)$ の最大値 $M(a)$ を求めよ。

$\boxed{8}$ [近畿大]

k を実数の定数とする。x についての 2 次方程式 $x^2+kx+k^2+3k-9=0$ ……① について

(1) 方程式 ① が実数解をもつとき，その解の値の範囲を求めよ。

(2) 方程式 ① が異なる 2 つの整数解をもつような整数 k の値をすべて求めよ。

$\boxed{9}$ [学習院大]

$0\leqq x\leqq 1$ であるすべての値に対して，$x(x-2a)\leqq a^2$ が成り立つためには，実数 a はどんな範囲にあればよいか。

章末問題C

$\boxed{1}$ [芝浦工業大]

関数 $f(x)=(2-x)|x+1|$ に対して，$t \leqq x \leqq t+1$ における $f(x)$ の最大値を $g(t)$ とおく。

(1) $y=f(x)$ のグラフの概形をかけ。

(2) 最大値 $g(t)$ を与える x の値が 2 つあるときの t の値を求めよ。

(3) $g(t)=f(t)$ を満たす t の範囲を求めよ。

$\boxed{2}$ [千葉大]

a を実数とする。x についての方程式 $|x^2+ax+2a|=a+1$ が異なる実数解をちょうど 2 個もつような a の値の範囲を求めよ。

$\boxed{3}$ [慶応義塾大]

座標平面上の点 $(x,\ y)$ が $x^2-2xy+2y^2=4$ を満たして動くとき

(1) $x+y$ の最大値と，最大値をとるときの x，y の値を求めよ。

(2) $\dfrac{x}{y+4}$ の最大値と，最大値をとるときの x，y の値を求めよ。

$\boxed{4}$ [日本獣医生命科学大]

変数 x の範囲が実数全体であるとき，$\dfrac{x^2+4x+1}{x^2+x+1}$ のとりうる値の範囲を求めよ。

$\boxed{5}$ [島根大]

a，b を異なる定数とし，2 つの 2 次方程式

$$x^2+ax+ab^2=0 \quad \cdots\cdots ① \qquad x^2+bx+a^2b=0 \quad \cdots\cdots ②$$

は共通の解をもつものとする。

(1) ① と ② のどちらか一方が重解をもつとき，共通の解を求めよ。

(2) ① と ② のどちらも重解をもたないとき，共通でない解の少なくとも一方は負であることを示せ。

$\boxed{6}$ [信州大]

a，b，c，d を正の実数とする。2 次方程式 $x^2-(a+b)x+ab-cd=0$ について

(1) 異なる 2 つの実数解をもつことを示せ。

(2) 2 つの解のうち少なくとも 1 つは必ず正の数であることを示せ。

(3) 2 つの解を α，β とし $0<\alpha<\beta$ とするとき，a，$a+b$，α，β の大小関係を示せ。

$\boxed{7}$ [防衛医科大学校]

実数 x についての連立不等式 $\begin{cases} x^2-2kx+k<0 \\ kx^2-2x<0 \end{cases}$ が解をもつような自然数 k は全部で何個あるか。

$\boxed{8}$ [滋賀県立大]

不等式 $ax^2+y^2+az^2-xy-yz-zx \geqq 0$ が任意の実数 x, y, z に対して成り立つような定数 a の値の範囲を求めよ。

$\boxed{9}$

a を 2 以上の実数とし，$f(x)=(x+a)(x+2)$ とする。このとき $f(f(x))>0$ がすべての実数 x に対して成り立つような a の範囲を求めよ。

$\boxed{10}$ [東京学芸大]

関数 $f(x)$ は次の 2 つの条件を満たす。

(A)　$0 \leqq x < 1$ のとき $f(x)=x$

(B)　すべての実数 x に対して $f(x+1)=-f(x)+1$ が成り立つ。

このとき，方程式 $f(x)-\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}=0$ の解を求めよ。

$\boxed{11}$ [一橋大]

k は正の整数とする。$5n^2-2kn+1<0$ を満たす整数 n が，ちょうど 1 個であるような k をすべて求めよ。