高３物理総合S～夏期講習会第６回～　＜解答＞◆総合演習◆

＜演習問題＞

【１】＜解答＞

(1)　$\dfrac{V_0}{R}$ [A]　　(2)　C_1：CV_0 [C]　　C_2：0 C　(3)　電位：$-V_0$ [V]　　電流：流れない

(4)　$C(V_0+V)$ [C]　　(5)　電気量保存の式：$0+CV_0=C(V_0+V)+CV$　　V：0 V

(6)　$2V_0$ [V]　　(7)　C_1：CV_0 [C]　　C_2：CV_0 [C]　(8)　C_1：$\dfrac{1}{2}CV_0$ [C]　　C_2：$\dfrac{3}{2}CV_0$ [C]

＜解説＞

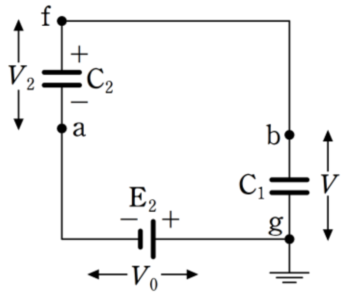
(1)　ダイオードの性質により，C_2 と D_2 には電流が流れない。D_1 は R [Ω]の抵抗としてはたらき，C_1 は導線とみなせる。点 a を流れる電流を I [A]とすると，これは D_1 を流れる電流と等しい。オームの法則より　$V_0=RI$　すなわち　$I=\boldsymbol{\dfrac{V_0}{R}}$ [A]

(2)　C_1 には電位差が V_0 [V]になるまで電荷が移動する。C_2 には電流が流れないので，電荷は蓄えられない。C_1，C_2 に蓄えられている電気量をそれぞれ $Q_1\boxed{1,+}$[C]，$Q_2\boxed{1,+}$[C]とすると「$Q=CV$」より　　$Q_1\boxed{1,+}=\boldsymbol{CV_0}$ **[C]**，$Q_2\boxed{1,+}=\boldsymbol{0}$ **C**

(3)　S_2 につなぐと点 a は点 g よりも電源 E_2 の電位差 V_0 [V]の分だけ電位が低くなる。点 g の電位は 0 V であるので，S_2 につないだ瞬間の点 a の電位 V_{a0} [V]とすると　$V_{a0}=\boldsymbol{-V_0}$ [V]

　また，S_2 につないでから，電荷の移動が終わるまでの間は，D_2 には電圧降下が生じるので，f よりも b のほうが高電位となる。さらに，C_2 には電荷が蓄えられ，点 a 側の極板よりも点 f 側の極板が高電位となる。よって, その間の点 a, b, f の電位をそれぞれ V_a [V], V_b [V], V_f [V]とすると $V_b>V_f>V_a$ がいえる。　$V_b>V_a$ であるので，D_1 上に電流が**流れない**。

(4)　$\boxed{1,-}$の状態を簡略化して図 a に表す。



図a

このとき D_2 は電圧降下のない導線，D_1 は断線と考えることができる。ここで C_2 の電位差を V_2 [V]とおく。

点 b の電位を点 g，a，f，b の順に電源やコンデンサーの極の向きに注意しながらたどって書くと

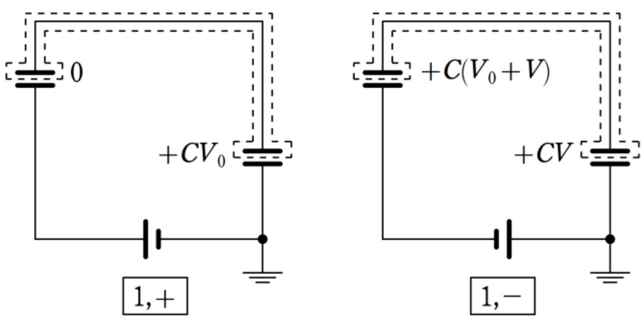
　$V=-V_0+V_2$　つまり　$V_2=V_0+V$

と表せる。

よって，C_2 に蓄えられた電気量を $Q_2\boxed{1,-}$[C]とすると「$Q=CV$」より

　　$Q_2\boxed{1,-}=CV_2=\boldsymbol{C(V_0+V)}$ [C]

(5)



図b

図 b の破線で表した部分で電気量の保存が成り立つ。　$\boldsymbol{0+CV_0=C(V_0+V)+CV}$

整理すると　$2CV=0$　すなわち　$V=\mathbf{0}$ V

また，これにより　$Q_{2\boxed{1,-}}=CV_0$ [C]が示される。

(6)　S_1 につないだ瞬間，点 ga 間には E_1 の電位差 V_0 [V]があり，点 af 間には C_2 の電位差 V_0 [V]があるので，点 f の電位は合わせて **$2V_0$ [V]**

(7)　$\boxed{2,+}$の状態で C_1，C_2 に蓄えられている電気量を $Q_{1\boxed{2,+}}$[C]，$Q_{2\boxed{2,+}}$[C]とする。S_1 につなぐと D_1 に電流が流れる。$\boxed{2,+}$の状態では D_1 の電圧降下はなくなり，C_1 の電位差は電源と等しく V_0 [V]となるので「$Q=CV$」より

$$Q_{1\boxed{2,+}}=\boldsymbol{CV_0}\ [\mathrm{C}]$$

また，この間 D_2 には電流が流れないので，C_2 の電荷は$\boxed{1,-}$と変わらず

$$Q_{2\boxed{2,+}}=Q_{2\boxed{1,-}}=\boldsymbol{CV_0}\ [\mathrm{C}]$$

(8)

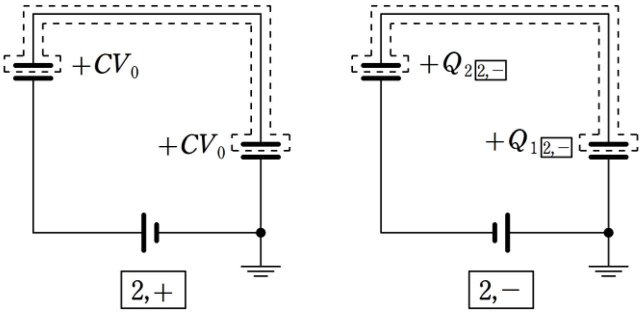


図 c

図 b と同様に回路を簡略化させ(図 c)，それぞれの電気量を $Q_{1\boxed{2,-}}$[C]および $Q_{2\boxed{2,-}}$[C]とする。電気量の保存より

$$CV_0+CV_0=Q_{1\boxed{2,-}}+Q_{2\boxed{2,-}}\ [\mathrm{C}]\quad\cdots①$$

また C_1，C_2 それぞれの電位差は「$Q=CV$」より　$\dfrac{Q_{1\boxed{2,-}}}{C}$[V]，$\dfrac{Q_{2\boxed{2,-}}}{C}$[V]と表すことができる。

図 d に示すように，電源と 2 つのコンデンサーの符号に注意して，電位差の関係を表すと

$$-\frac{Q_{1\boxed{2,-}}}{C}+\frac{Q_{2\boxed{2,-}}}{C}=V_0\quad\cdots②$$

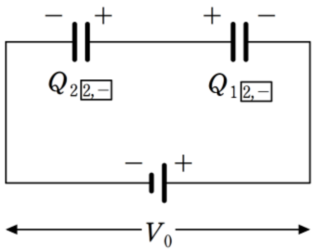


図 d

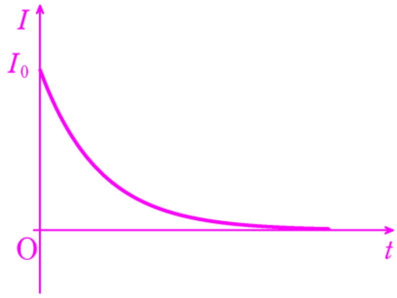
①，②より　$Q_{1\boxed{2,-}}=\boldsymbol{\frac{1}{2}CV_0}$ [C]　　$Q_{2\boxed{2,-}}=\boldsymbol{\frac{3}{2}CV_0}$ [C]

【２】<解答>

(1)　$C_A=\dfrac{C}{2a}\{-(\varepsilon_r-1)x+(\varepsilon_r+1)a\}$，$C_B=\dfrac{C}{2a}\{(\varepsilon_r-1)x+(\varepsilon_r+1)a\}$

(2)　Q_A：$\dfrac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r+1}Q$，$Q_B$：$\dfrac{1}{\varepsilon_r+1}Q$

(3)　$U_A=\dfrac{\varepsilon_r{}^2aQ^2}{(\varepsilon_r+1)^2\{-(\varepsilon_r-1)x+(\varepsilon_r+1)a\}C}$　$U_B=\dfrac{aQ^2}{(\varepsilon_r+1)^2\{(\varepsilon_r-1)x+(\varepsilon_r+1)a\}C}$

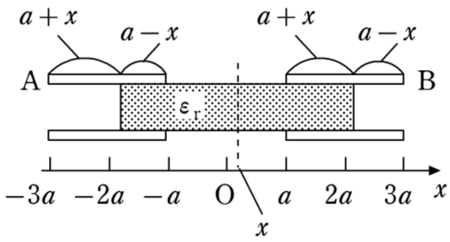


(4)　$\dfrac{Q(\varepsilon_r-1)}{\varepsilon_r CR}$，右向き　右図

(5)　$\dfrac{(\varepsilon_r-1)^2Q^2}{2\varepsilon_r(\varepsilon_r+1)C}$

＜解説＞

(1)　平行板コンデンサーの電気容量の式「$C=\varepsilon\dfrac{S}{d}$」より，電気容量は 1 辺の極板の長さに比例している。また，誘電率を入れた場合の電気容量は「$C=\varepsilon_r C_0$」である。
コンデンサーの並行接続と考えて



図a

$$C_A=\frac{a+x}{2a}C+\varepsilon_r\frac{a-x}{2a}C$$

よって　$\boldsymbol{C_A=\dfrac{C}{2a}\{-(\varepsilon_r-1)x+(\varepsilon_r+1)a\}}$

また　$C_B=\varepsilon_r\dfrac{a+x}{2a}C+\dfrac{a-x}{2a}C$

よって　$\boldsymbol{C_B=\dfrac{C}{2a}\{(\varepsilon_r-1)x+(\varepsilon_r+1)a\}}$

(2)　$x=-a$ のときのコンデンサーA，B の電気容量を C_{A0}，C_{B0} とすると，(1)の結果より

$$C_{A0}=\varepsilon_r C,\quad C_{B0}=C$$

並列接続されたコンデンサーの電気量の比は電気容量の比と等しい。よって，電気量 Q を電気容量の比に分配すればよいから

$$Q_A=Q\cdot\frac{C_{A0}}{C_{A0}+C_{B0}}=\boldsymbol{\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r+1}Q}\qquad Q_A=Q\cdot\frac{C_{B0}}{C_{A0}+C_{B0}}=\boldsymbol{\frac{1}{\varepsilon_r+1}Q}$$

(3)　スイッチ S を開くから，コンデンサーA，B の電気量 Q_A，Q_B と変化しない。静電エネルギーの式「$U=\dfrac{Q^2}{2C}$」を用いて　$U_A=\dfrac{{Q_A}^2}{2C_A}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r+1}\right)^2Q\cdot\dfrac{2a}{C\{-(\varepsilon_r-1)x+(\varepsilon_r+1)a\}}$

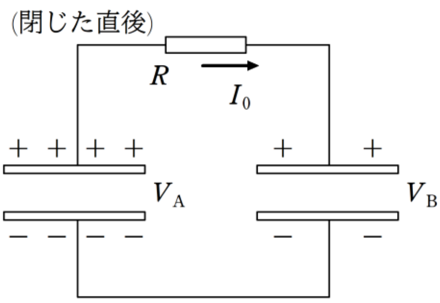
よって　$\boldsymbol{U_A=\dfrac{{\varepsilon_r}^2aQ^2}{(\varepsilon_r+1)^2\{-(\varepsilon_r-1)x+(\varepsilon_r+1)a\}C}}$

$$U_B=\frac{{Q_A}^2}{2C_A}=\boldsymbol{\frac{aQ^2}{(\varepsilon_r+1)^2\{(\varepsilon_r-1)x+(\varepsilon_r+1)a\}C}}$$

(4)　$x=a$ での電気容量 C_{A1}，C_{B1} は　　$C_{A1}=C$，$C_{B1}=\varepsilon_r C$
となるから，スイッチ S を閉じる前の電位差 V_A，V_B はコンデンサーの基本式「$Q=CV$」より

$$V_A=\frac{Q_A}{C_{A1}}=\frac{1}{C}\cdot\frac{\varepsilon_r Q}{\varepsilon_r+1}=\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r+1}\cdot\frac{Q}{C}\qquad V_B=\frac{Q_B}{C_{B1}}=\frac{1}{\varepsilon_r C}\cdot\frac{Q}{\varepsilon_r+1}=\frac{1}{\varepsilon_r(\varepsilon_r+1)}\cdot\frac{Q}{C}$$

$V_A>V_B$ だから，電流は図 b のように**右向き**に流れる。スイッチ S を閉じた直後の電流を I_0 として，キルヒホッフの法則Ⅱを用いて　$V_A-V_B=RI_0$
よって



図b

$$I_0=\frac{V_A-V_B}{R}=\frac{Q}{CR}\left\{\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r+1}-\frac{1}{\varepsilon_r(\varepsilon_r+1)}\right\}=\boldsymbol{\frac{Q(\varepsilon_r-1)}{\varepsilon_r CR}}$$

また，電流は時間とともに減少し，0 となるから，
概略は**図 c**。

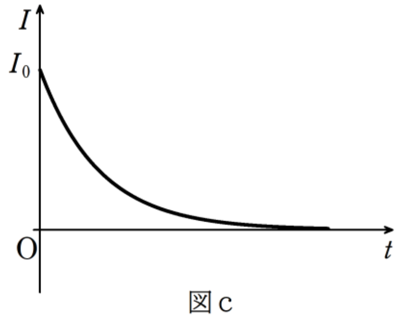


図 c

(5)　スイッチ S を閉じる前の，コンデンサーの静電エネル

$$U_0=\frac{Q_A{}^2}{2C_{A1}}+\frac{Q_B{}^2}{2C_{B1}}$$

$$=\frac{1}{2C}\left(\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r+1}\right)^2Q^2+\frac{1}{2\varepsilon_r C}\left(\frac{1}{\varepsilon_r+1}\right)^2Q^2=\frac{(\varepsilon_r{}^3+1)Q^2}{2\varepsilon_r(\varepsilon_r+1)^2C}$$

S を閉じた後，A，B を 1 つのコンデンサーとして見たとき，電気量 Q は保存され，電気容量(合成容量)が$(\varepsilon_r+1)C$ となるから，静電エネルギーU'は　$U'=\frac{Q^2}{2(\varepsilon_r+1)C}$

よって，抵抗で発生するジュール熱 H は

$$H=U_0-U'=\frac{Q^2}{2C}\left\{\frac{\varepsilon_r{}^3+1}{\varepsilon_r(\varepsilon_r+1)^2}-\frac{1}{\varepsilon_r+1}\right\}=\frac{Q^2}{2C}\cdot\frac{\varepsilon_r{}^3+1-\varepsilon_r{}^2-\varepsilon_r}{\varepsilon_r(\varepsilon_r+1)^2}=\boldsymbol{\frac{(\varepsilon_r-1)^2Q^2}{2\varepsilon_r(\varepsilon_r+1)C}}$$

【３】(a)　$Q_1=\dfrac{\varepsilon_0L^2(V_0-V_D)}{x}$

(b)　P2 に蓄えられている電荷を Q_0 とすると，Q_0 は $x=0$ のときに蓄えられていた電荷に等しいから，$Q_0=\dfrac{\varepsilon_0L^2V_0}{D}$　…①　と表される。P2 が P1 から離れると，P2 の上の面の電荷は P1 と等量で反対符号の電荷（これを Q_{2u} とする）が，P2 の下の面には P3 と等量で反対符号の電荷（これを Q_{2d} とする）が誘起される。よって，(a)より

$Q_{2u}=-Q_1=-\dfrac{\varepsilon_0L^2(V_0-V_D)}{x}$　…②となる。また，P2 と P3 間のコンデンサーの電気容量は$\dfrac{\varepsilon_0L^2}{D-x}$ だから $Q_{2d}=\dfrac{\varepsilon_0L^2V_D}{D-x}$　…③となる。P2 の全電気量は Q_0 に等しいので，①，②，③を用いて$\dfrac{\varepsilon_0L^2V_0}{D}=-\dfrac{\varepsilon_0L^2(V_0-V_D)}{x}+\dfrac{\varepsilon_0L^2V_D}{D-x}$

$$\therefore V_D=\left(1-\frac{x^2}{D^2}\right)V_0$$

(c)　P2 が P3 に接触した後，P2 に蓄えられている電荷（これを Q_0'とする）は

$Q_0'=-\dfrac{\varepsilon_0L^2V_0}{D}$ であるから，(b)と同様にして

$$-\frac{\varepsilon_0L^2V_0}{D}=-\frac{\varepsilon_0L^2(V_0-V_U)}{x}+\frac{\varepsilon_0L^2V_U}{D-x}\qquad\therefore V_U=\left(1-\frac{x}{D}\right)^2V_0$$

(d)　$0<t<t_1$ において，(a)，(b)の結果より

$Q_1=\dfrac{\varepsilon_0L^2}{x}\left\{V_0-\left(1-\dfrac{x^2}{D^2}\right)V_0\right\}=\dfrac{\varepsilon_0L^2xV_0}{D^2}$となる。これに $x=vt$ を代入すると

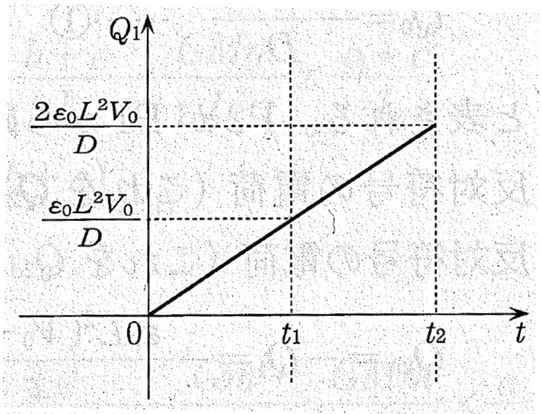
$Q_1 = \dfrac{\varepsilon_0 L^2 V_0 v}{D^2} t$　と表される。また，$t_1 < t < t_2$においては

$Q_1 = \dfrac{\varepsilon_0 L^2}{x}\left\{V_0 - \left(1 - \dfrac{x}{D}\right)^2 V_0\right\} = \dfrac{\varepsilon_0 L^2 V_0}{D^2}(2D - x)$となり，

$x = D - v(t - t_1) = D - v\left(t - \dfrac{D}{v}\right) = 2D - vt$ を

代入すると，$Q_1 = \dfrac{\varepsilon_0 L^2 V_0 v}{D^2} t$　…④　となる。

これをグラフに表すと右図のようになる。



(e)　時間Δt の間に電荷 Q_1 がΔQ_1 だけ

増加したとすると流れる電流 I は$\dfrac{\Delta Q_1}{\Delta t}$

と表される。

④式より，$I = \dfrac{\dfrac{\varepsilon_0 L^2 V_0 v}{D^2}\Delta t}{\Delta t} = \dfrac{\varepsilon_0 L^2 V_0 v}{D^2}$となり，

グラフは右図のようになる。