$\boxed{1}$

2 つの放物線 $y=x^2+x+2$，$y=x^2-7x+10$ の両方に接する直線とこの 2 つの放物線で囲まれる部分の面積を求めよ。

$\boxed{2}$

直線 ℓ_a：$y=ax$ と曲線 C：$y=x^3-2x^2+x$ が相異なる 3 点で交わり，かつ原点以外の 2 つの交点の x 座標はともに正である。ただし，a は 0 でない定数である。

(1)　a の値の範囲を求めよ。

(2)　a が (1) で求めた範囲を動くとき，ℓ_a と C で囲まれてできる 2 つの図形の面積を等しくするような a の値を求めよ。

3

$f(x)=\dfrac{1}{3}\displaystyle\int_0^3 (x+t)|x-t|\,dt$ とする。

(1)　$f(x)$ を計算せよ。

(2)　関数 $y=f(x)$ のグラフをかけ。

(3)　$-1 \leqq x \leqq 2$ における関数 $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。

4

座標平面上の直線 $y=-1$ を ℓ_1，直線 $y=1$ を ℓ_2 とし，x 軸上の 2 点 O$(0,\ 0)$，A$(a,\ 0)$ を考える。点 P$(x,\ y)$ について，次の条件を考える。

$$d(\mathrm{P},\ \ell_1) \geqq \mathrm{PO} \quad \text{かつ} \quad d(\mathrm{P},\ \ell_2) \geqq \mathrm{PA} \quad \cdots\cdots ①$$

ただし，$d(\mathrm{P},\ \ell)$ は点 P と直線 ℓ の距離である。

(1)　条件 ① を満たす点 P が存在するような a の値の範囲を求めよ。

(2)　条件 ① を 満たす点 P 全体がなす図形の面積 S を a を用いて表せ。ただし，a の値は (1) で求めた範囲にあるとする。