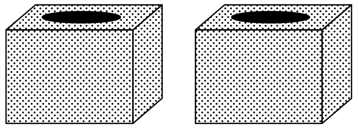
高3共通テスト数学　5月度第1講確認テスト　氏名（　　　　　　　　　　　　　　　）

$\boxed{1}$

くじが100本ずつ入った2つの箱A，Bがある。箱Aに入っている当たりくじの本数は10本である。これらの箱からS，Tの2人が順にどちらかの箱を選んで1本ずつくじを引く。ただし，引いたくじはもとに戻さないものとする。また，S，Tの2人は，最初にそれぞれの箱に入っている当たりくじの本数は知っているが，箱A，Bの区別はつかないものとする。



今，Sが一方の箱からくじを1本引いたところ，当たりくじであったとする。

Tが当たりくじを引く確率を大きくするためには，Sが引いた箱と同じ箱，異なる箱のどちらを選ぶべきかを考察しよう。

Sがくじを引いた箱がAである事象を A，Bである事象を B とし，Sが箱A，Bを選ぶ確率はそれぞれ $\frac{1}{2}$ とする。また，Sが当たりくじを引く事象を W とする。

太郎さんは，箱A，箱Bに入っている当たりくじの本数によって，Tが当たりくじを引く確率がどのようになるかを調べている。

(1)　箱Bに当たりくじが5本入っている場合を考える。

太郎さんは，Sが当たりくじを引いたから，その箱が箱Aである可能性が高いのでは，と考えた。その場合，箱Aには当たりくじが9本残っているから，Tは，Sと同じ箱からくじを引いた方がよいだろうと判断し，次のように計算して確かめた。Sが引いた箱が箱Aで，かつ当たりくじを引く確率は，$P(A\cap W)=P(A)\cdot P_A(W)=\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$

である。一方で，Sが当たりくじを引く事象 W は，箱Aから当たりくじを引くか箱Bから当たりくじを引くかのいずれかであるので，その確率は，$P(W)=\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。よって，Sが当たりくじを引いたという条件のもとで，その箱が箱Aであるという条件付き確率 $P_W(A)$ は，$P_W(A)=\frac{P(A\cap W)}{P(W)}=\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ と求められる。

また，Sが当たりくじを引いた後，同じ箱からTがくじを引くとき，そのくじが当たりくじである確率は，$P_W(A)\times\frac{9}{99}+P_W(B)\times\frac{\boxed{\text{ケ}}}{99}=\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

それに対して，Sが当たりくじを引いた後，異なる箱からTがくじを引くとき，そのくじが当たりくじである確率は，$\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ である。

この考察により，TはSと同じ箱から引く方がよいことを確かめることができたが，思っていたよりも確率に差がないことに疑問をもった。そこで，箱Bに入っている当たりくじの本数がもう少し多い場合にどうなるか，次のように考察した。

(2)　箱Bに当たりくじが7本入っている場合を考える。

Sが当たりくじを引いた後，同じ箱からTがくじを引くとき，そのくじが当たりくじである確率は $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ である。それに対して，異なる箱からTがくじを引くとき，そのくじが当たりくじである確率は $\frac{7}{85}$ である。

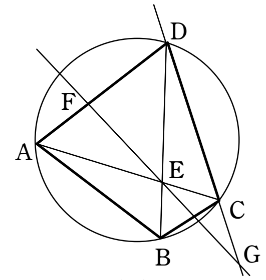
この考察により，箱Bに入っている当たりくじの本数が，箱Aに入っている当たりくじの本数より少ないときでも，異なる箱から引く方が当たりくじを引く確率が大きくなる場合があることがわかった。太郎さんは，10本の当たりくじが入っている箱Aに対し，箱Bに入っている当たりくじが何本であれば同じ箱から引く方がよいか，さらに調べることにした。

(3)　Sが当たりくじを引いたとき，Tが当たりくじを引く確率を大きくするためには，Sが引いた箱と同じ箱，異なる箱のどちらを選ぶべきか。箱Bに入っている当たりくじの本数が4本，5本，6本，7本のそれぞれの場合において選ぶべき箱の組み合わせとして正しいものを，次の ⓪ ～ ④ のうちから一つ選べ。$\boxed{\text{テ}}$

	箱Bに入っている当たりくじの本数			
	4本	5本	6本	7本
⓪	同じ箱	同じ箱	同じ箱	同じ箱
①	同じ箱	同じ箱	同じ箱	異なる箱
②	同じ箱	同じ箱	異なる箱	異なる箱
③	同じ箱	異なる箱	異なる箱	異なる箱
④	異なる箱	異なる箱	異なる箱	異なる箱

$\boxed{2}$

四角形ABCDにおいて，AB＝4，BC＝2，DA＝DCであり，4つの頂点A，B，C，Dは同一円周上にある。対角線ACと対角線BDの交点をE，線分ADを2：3の比に内分する点をF，直線FEと直線DCの交点をGとする。



参考図

次の $\boxed{\text{ア}}$ には，下の ⓪～④ のうちから当てはまるものを一つ選べ。

∠ABCの大きさが変化するとき四角形ABCDの外接円の大きさも変化することに注意すると，∠ABCの大きさがいくらであっても，∠DACと大きさが等しい角は，∠DCAと∠DBCと $\boxed{\text{ア}}$ である。

⓪　∠ABD　　①　∠ACB　　②　∠ADB

③　∠BCG　　④　∠BEG

このことより $\frac{\mathrm{EC}}{\mathrm{AE}}=\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

次に，△ACDと直線FEに着目すると，$\frac{\mathrm{GC}}{\mathrm{DG}}=\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(1)　直線ABが点Gを通る場合について考える。

このとき，△AGDの辺AG上に点Bがあるので，BG＝$\boxed{\text{カ}}$ である。

また，直線ABと直線DCが点Gで交わり，4点A，B，C，Dは同一円周上にあるので，DC＝$\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ である。

(2)　四角形ABCDの外接円の直径が最小となる場合について考える。

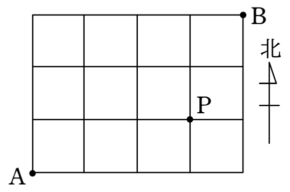
このとき，四角形ABCDの外接円の直径は $\boxed{\text{ケ}}$ であり，∠BAC＝$\boxed{\text{コサ}}$° である。

また，直線FEと直線ABの交点をHとするとき，$\frac{\mathrm{GC}}{\mathrm{DG}}=\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ の関係に着目してAHを求めると，AH＝$\boxed{\text{シ}}$ である。

$\boxed{3}$

次の三人の会話を読み，問いに答えよ。

先生：今日は，経路の数と確率の次の問題について考えてみましょう。

> **問題**　右の図のように，東西に 4 本，南北に 5 本の道路がある。A 地点から出発した人が最短の道順を通って B 地点に向かう。ただし，各交差点で，東に行くか，北へ行くかは等確率であるとし，一方しか行けないときは確率 1 でその方向に行くものとする。
>
> 
>
>
> [1]　A 地点から B 地点に行く経路の総数は何通りあるか。
> [2]　A 地点から P 地点を経由して B 地点に行く経路は何通りあるか。
> [3]　A 地点から P 地点を経由して B 地点に行く確率を求めよ。

花子：[1] は，北へ 1 区画進むことを ↑，東へ 1 区画進むことを → で表すことにして，その並び方の総数を考えればよいと授業で習ったよ。

太郎：そうだね。その考えで求めると経路の総数は $\boxed{\text{アイ}}$ 通りだね。

花子：続いて [2] は，A 地点から P 地点に行く経路が $\boxed{\text{ウ}}$ 通りあって，P 地点から B 地点に行く経路が $\boxed{\text{エ}}$ 通りあるから，A 地点から P 地点を経由して B 地点に行く経路は $\boxed{\text{オカ}}$ 通りとなるよ。

太郎：[3] の確率は，$\dfrac{(\text{その事象の起こる場合の数})}{(\text{すべての場合の数})}$ から $\dfrac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{アイ}}}$ で簡単に求まるよ。

先生：[3] は本当にそれでよいですか。

花子：ちょっと待って。確率を求めるときに，分母の (すべての場合の数) が同様に確からしいことを確認する必要があったよね。
[1] で求めた経路の総数の 1 つ 1 つは同様に確からしいのかな。例えば，

〔図 1〕

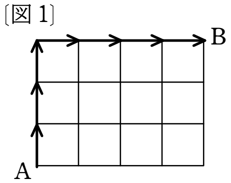


図 1 の経路をとる確率は $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\boxed{\text{キ}}}$ だけど，

〔図 2〕

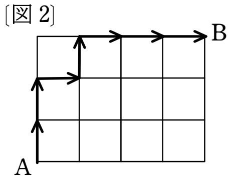


図 2 の経路をとる確率は $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\boxed{\text{ク}}}$ となるよ。

太郎：なるほど。確かにそうだね。ということは，A 地点から P 地点に行く確率は $\boxed{\text{ケ}}$，P 地点から B 地点に行く確率は $\boxed{\text{コ}}$ だから求める [3] の確率は $\boxed{\text{サ}}$ となるね。

先生：よく考えましたね。確率を求めるときには，「1 つ 1 つの事象が同様に確からしい」ことをつねに確認することが大切です。

(1)　$\boxed{\text{アイ}}$ ～ $\boxed{\text{ク}}$ に当てはまる数値を記入せよ。

(2)　$\boxed{\text{ケ}}$ ～ $\boxed{\text{サ}}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑨ のうちから一つずつ選べ。
ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ $\dfrac{12}{35}$　① $\dfrac{4}{35}$　② $\dfrac{1}{32}$　③ $\dfrac{1}{16}$　④ $\dfrac{3}{8}$

⑤ $\dfrac{1}{8}$　⑥ $\dfrac{3}{4}$　⑦ $\dfrac{1}{4}$　⑧ $\dfrac{1}{2}$　⑨ 1