

1

$x$  が任意の実数値をとるとき  $\frac{x+2}{x^2+2x+16}$  の最大値を求めよ。

2

$x, y$  は  $xy+x+y=20, x^2y+xy^2=91$  を満たす実数とする。このとき  $x^2+y^2, x^3+y^3$  の値を求めよ。

3

$a$  を実数の定数とする。2つの関数  $f(x) = 3x^2 + 2x - 3$ ,  $g(x) = x^2 + 2x + a$  について、次の問いに答えよ。

- (1) すべての実数  $x$  に対して、 $f(x) > g(x)$  が成り立つような  $a$  の値の範囲を求めよ。
- (2) ある実数  $x$  に対して、 $f(x) < g(x)$  が成り立つような  $a$  の値の範囲を求めよ。
- (3)  $0 \leq x \leq 2$  を満たすすべての実数  $x$  に対して、 $f(x) < g(x)$  が成り立つような  $a$  の値の範囲を求めよ。
- (4)  $0 \leq x \leq 2$  を満たすある実数  $x$  に対して、 $f(x) = g(x)$  が成り立つような  $a$  の値の範囲を求めよ。

4

$m$  を実数とする。 $x$  の関数  $f(x) = x^2 + 3x + m$  の  $m \leq x \leq m + 2$  における最小値を  $g$  とおく。

- (1)  $m > -\frac{3}{2}$  のとき、 $g$  を  $m$  を用いて表せ。
- (2)  $m \leq -\frac{3}{2}$  のとき、 $g$  を  $m$  を用いて表せ。
- (3)  $m$  の値がすべての実数を変化するとき、 $g$  の最小値を求めよ。