

7-①

1

等差数列 $\{a_n\}$ と等比数列 $\{b_n\}$ において、公差と公比が同じ値 $d (>0)$ をとる。初項に関しても同じ値 $a_1 = b_1 = a$ をとる。

- (1) $a_3 = b_3, a_9 = b_5$ が成り立つとき、 a, d の値を求めよ。
- (2) (1) で求めた a, d のもとで $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n, T_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$ としたとき、 $T_6 = S_n + 39 - 2\sqrt{3}$ を満たす n を求めよ。

2

数列 $1, 1, 3, 1, 3, 5, 1, 3, 5, 7, 1, 3, 5, 7, 9, 1, \dots$ において、次の問いに答えよ。ただし、 k, m, n は自然数とする。

- (1) $k+1$ 回目に現れる 1 は第何項か。
- (2) m 回目に現れる 17 は第何項か。
- (3) 初項から $k+1$ 回目の 1 までの項の和を求めよ。
- (4) 初項から第 n 項までの和を S_n とするとき、 $S_n > 1300$ となる最小の n を求めよ。

3

数列 $\{a_n\}$ が $a_1=0$, $a_2=1$, $a_{n+2}=a_{n+1}+6a_n$ ($n=1, 2, 3, \dots$) を満たしているとき

(1) $b_n = a_{n+1} - \alpha a_n$ (α は定数) で数列 $\{b_n\}$ を定義する。 ($n=1, 2, 3, \dots$)

この数列 $\{b_n\}$ が公比 r の等比数列になるように α の値を定めると

$$r > 0 \text{ のとき } \alpha = \overset{\text{ア}}{\square}, r = \overset{\text{イ}}{\square},$$

$$r < 0 \text{ のとき } \alpha = \overset{\text{ウ}}{\square}, r = \overset{\text{エ}}{\square} \text{ である。}$$

(2) a_n を n の式で表すと $a_n = \overset{\text{オ}}{\square}$ である。

4

自然数 n に対して、正の整数 a_n, b_n を $(3+\sqrt{2})^n = a_n + b_n\sqrt{2}$ によって定める。

(1) a_1, b_1 と a_2, b_2 を求めよ。

(2) a_{n+1}, b_{n+1} を a_n, b_n を用いて表せ。

(3) n が奇数のとき、 a_n, b_n はともに奇数であって、 n が偶数のとき、 a_n は奇数で、 b_n は偶数であることを数学的帰納法によって示せ。

5

袋の中に青玉，黄玉，赤玉が1個ずつ合計3個の玉が入っている。袋から無作為に1個の玉を取り出し，その玉を袋の中に戻す操作を繰り返す。

この操作を n 回繰り返したとき，青玉が奇数回取り出される確率を p_n とする。

(1) p_{n+1} を p_n で表せ。

(2) p_n を求めよ。