# 第　1　回

（70 分/100 点）

◆　問題を解いたら必ず自己採点により学力チェックを行い，解答・解説，学習対策を参考にしてください。

## 配点と標準解答時間

| | 設　問 | 配点 | 標準解答時間 |
|---|---|---|---|
| 必答 | 第 1 問　三角関数 | 15点 | 10　分 |
| 必答 | 第 2 問　指数関数・対数関数 | 15点 | 10　分 |
| 必答 | 第 3 問　微分法・積分法 | 22点 | 14　分 |
| 3問選択 | 第 4 問　数　列 | 16点 | 12　分 |
| 3問選択 | 第 5 問　統計的な推測 | 16点 | 12　分 |
| 3問選択 | 第 6 問　ベクトル | 16点 | 12　分 |
| 3問選択 | 第 7 問　平面上の曲線と複素数平面 | 16点 | 12　分 |

## 第１問 （必答問題） （配点　15）

(1)　$\cos\dfrac{\pi}{3}=\boxed{\text{ア}}$，$\sin\dfrac{\pi}{3}=\boxed{\text{イ}}$ であるから，三角関数の加法定理により

$$\cos\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)=\boxed{\text{ウ}}\cos\theta-\boxed{\text{エ}}\sin\theta$$

である。

$\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{エ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

| | | |
|---|---|---|
| ⓪ $\dfrac{1}{2}$ | ① $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ | ② $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ |
| ③ $-\dfrac{1}{2}$ | ④ $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ | ⑤ $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ |

(2)　三角関数の合成により

$$\sin\theta+\sqrt{3}\cos\theta=\boxed{\text{オ}}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{\boxed{\text{カ}}}\right)$$

である。

(3)　O を原点とする座標平面上に点 $\mathrm{P}(\cos\theta-\sqrt{3}\sin\theta,\ \sin\theta+\sqrt{3}\cos\theta)$ をとる。

(1) と (2) より

$$\mathrm{P}\left(\boxed{\text{キ}}\cos\left(\theta+\frac{\pi}{\boxed{\text{ク}}}\right),\ \boxed{\text{オ}}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{\boxed{\text{カ}}}\right)\right)$$

と表せるから，$\theta$ が $0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき，点 P の描く図形 $K$ は $\boxed{\text{ケ}}$ の実線部分である。

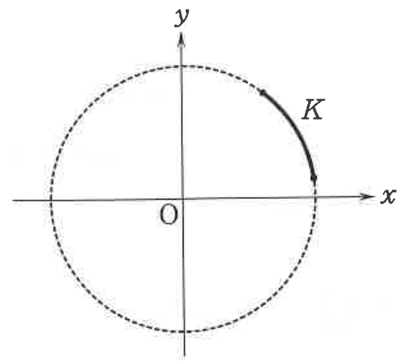
（数学Ⅱ，数学B，数学C 第１問は次ページに続く。）



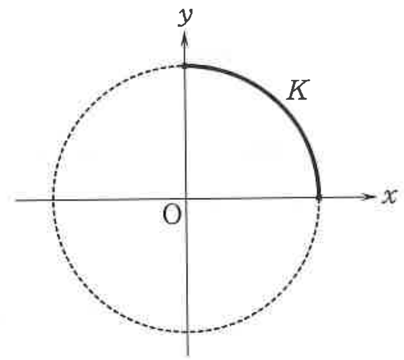


$\boxed{\text{ケ}}$ については，最も適当なものを，次の ⓪～③ のうちから一つ選べ。

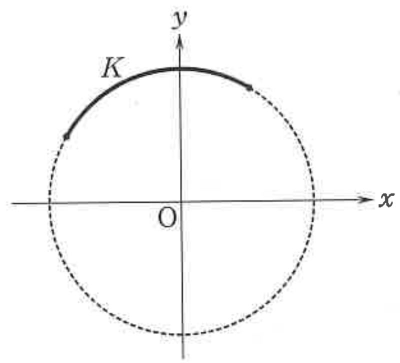
⓪



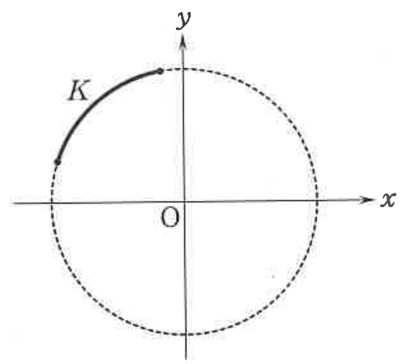

①




②




③




また，$K$ と２直線 $x=\boxed{\text{キ}}\cos\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ク}}}$，$x=\boxed{\text{キ}}\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{\pi}{\boxed{\text{ク}}}\right)$ および $x$ 軸で囲まれた図形の面積は $\boxed{\text{コ}}$ である。

$\boxed{\text{コ}}$ の解答群

| | | |
|---|---|---|
| ⓪ $\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ | ① $\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ | ② $\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{1}{2}$ |
| ③ $\pi+\sqrt{2}$ | ④ $\pi+\sqrt{3}$ | ⑤ $\pi+2$ |

## 第２問 （必答問題）（配点　15）

(1)　次の**問題**について考えよう。

| |
|---|
| **問題**　$a=\dfrac{7}{3}$，$b=\log_2 6$，$c=\sqrt{5}$ とする。$a$，$b$，$c$ の大小関係を調べよ。 |

$$a-b=\frac{1}{3}\left(\log_2 2^{\boxed{\text{ア}}}-\log_2 6^{\boxed{\text{イ}}}\right)$$

なので，$2^{\boxed{\text{ア}}}$ と $6^{\boxed{\text{イ}}}$ の大小を比較することにより $a\ \boxed{\text{ウ}}\ b$ が成り立つ。

$\boxed{\text{ウ}}$ の解答群

| | | |
|---|---|---|
| ⓪ $<$ | ① $=$ | ② $>$ |

また，$a$，$b$，$c$ の大小関係について $\boxed{\text{エ}}$ が成り立つ。

$\boxed{\text{エ}}$ の解答群

| | | |
|---|---|---|
| ⓪ $a<b<c$ | ① $a<c<b$ | ② $b<a<c$ |
| ③ $b<c<a$ | ④ $c<a<b$ | ⑤ $c<b<a$ |

（数学Ⅱ，数学Ｂ，数学Ｃ 第２問は次ページに続く。）



(2)　$2^n$ が 12 桁（けた）の整数であるような自然数 $n$ の最小値を求めよう。

$$10^{\boxed{\text{オカ}}-1}\leqq 2^n<10^{\boxed{\text{オカ}}}$$

なので，各辺の 10 を底とする対数をとると

$$\boxed{\text{オカ}}-1\leqq n\log_{10}\boxed{\text{キ}}<\boxed{\text{オカ}}$$

である。ここで $\log_{10}2=0.3010$ であるとすると，求める自然数 $n$ の最小値は $\boxed{\text{クケ}}$ である。

$2^{\boxed{\text{クケ}}}$ の一の位の数は $\boxed{\text{コ}}$ であり，$2^{\boxed{\text{クケ}}}+7$ は $\boxed{\text{サシ}}$ 桁の整数である。

## 第３問 （必答問題） （配点　22）

［1］ ３次関数 $f(x)=x^3-3x^2-6$ を考える。座標平面上の曲線 $y=f(x)$ を $C$ とする。

$f'(x)=$ $\boxed{ア}x^2-\boxed{イ}x$ であるから，$f(x)$ は $x=\boxed{ウ}$ で極大値をとり，$x=\boxed{エ}$ で極小値をとる。

$C$ 上の点 $(-1,\ f(-1))$ における $C$ の接線を $\ell$ とすると $\ell$ の方程式は

$$y=\boxed{オ}x-\boxed{カ}$$

である。$g(x)=\boxed{オ}x-\boxed{カ}$ とおく。

太郎さんと花子さんが $C$ と $\ell$ の共有点の $x$ 座標を求めることについて話している。

> 太郎：方程式 $f(x)=g(x)$ の実数解を求めればいいんだね。
> 花子：$C$ と $\ell$ は点 $(-1,\ f(-1))$ で接しているから，方程式 $f(x)=g(x)$ が $x=-1$ を重解にもつことから考えるといいね。

$C$ と $\ell$ の共有点の $x$ 座標は $-1$ と $\boxed{キ}$ である。

$t$ を $-1<t<\boxed{キ}$ を満たす実数とする。

直線 $x=t$ と曲線 $C$ の交点を P，直線 $x=t$ と直線 $\ell$ の交点を Q とする。線分 PQ の長さを $L(t)$ とすると，$L(t)=\boxed{ク}$ が成り立つ。

$t$ が $-1<t<\boxed{キ}$ の範囲を動くとき，$L(t)$ の最大値は $\boxed{ケコ}$ である。

$\boxed{ク}$ の解答群

| | | | |
|---|---|---|---|
| ⓪ $f(t)+g(t)$ | ① $f(t)-g(t)$ | ② $g(t)-f(t)$ | ③ $f(t)g(t)$ |

（数学Ⅱ，数学B，数学C 第３問は次ページに続く。）



［2］ 正の実数 $k$ に対して $h(x)=-kx^2+k$ とし，座標平面上の曲線 $y=h(x)$ を $D$ とする。

曲線 $D$ と $x$ 軸の交点のうち，$x$ 座標が正である方を A，負である方を B とすると，点 A の $x$ 座標は $\boxed{サ}$ である。

点 $\left(0,\ -\dfrac{1}{k}\right)$ を E とし，線分 AE と線分 BE および曲線 $D$ で囲まれた図形の面積を $S$ とする。

曲線 $D$ と $x$ 軸で囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}k$ であるから

$$S=\frac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}k+\frac{\boxed{セ}}{k}$$

である。したがって，相加平均と相乗平均の関係から，$k$ が $k>0$ の範囲を動くとき，$S$ は $k=\dfrac{\sqrt{\boxed{ソ}}}{\boxed{タ}}$ で最小値 $\dfrac{\boxed{チ}\sqrt{\boxed{ツ}}}{\boxed{テ}}$ をとることがわかる。

第4問～第7問は，いずれか3問を選択し，解答しなさい。

## 第4問 （選択問題）（配点 16）

数列 $\{a_n\}$ は初項 $a_1$ が 1，公差が $d$ の等差数列であり，$a_4=10$ を満たすとする。

$a_4=1+\boxed{\text{ア}}\,d$ であるから，$d=\boxed{\text{イ}}$ である。

よって，数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n=\boxed{\text{イ}}\,n-\boxed{\text{ウ}}$$

である。

数列 $\{b_n\}$ の一般項は $b_n=2^{n-1}$ であるとする。

数列 $\{a_n\}$ を，次のように群に分ける。

$$\underset{\text{第1群}}{a_1}\ \Big|\ \underset{\text{第2群}}{a_2,\ a_3}\ \Big|\ \underset{\text{第3群}}{a_4,\ a_5,\ a_6,\ a_7}\ \Big|\ \cdots$$

ここで，第 $k$ 群は $b_k$ 個の項からなるものとし，第 $k$ 群に含まれる項の総和を $T_k$ で表す。

(1) 第4群の最後の項は，数列 $\{a_n\}$ の第 $\boxed{\text{エオ}}$ 項であり，$a_{\boxed{\text{エオ}}}=\boxed{\text{カキ}}$ である。

(2) $a_m=55$ を満たす $m$ は $\boxed{\text{クケ}}$ であり，$a_{\boxed{\text{クケ}}}$ は第 $\boxed{\text{コ}}$ 群に含まれる。

第 $\boxed{\text{コ}}$ 群の最初の項は $a_{\boxed{\text{サシ}}}$ であり，第 $\boxed{\text{コ}}$ 群に含まれる項の総和 $T_{\boxed{\text{コ}}}$ は $\boxed{\text{スセソタ}}$ である。

（数学Ⅱ，数学B，数学C 第4問は次ページに続く。）





(3) 花子さんと太郎さんは $T_k$ を $k$ の式で表すことについて話している。

花子：第 $k$ 群に含まれる項の個数は $b_k$ だね。

太郎：あとは，第 $k$ 群の最初の項と最後の項を調べるといいね。

第 $k$ 群に含まれる項の総和 $T_k$ は

$$T_k=2^{\boxed{\text{チ}}}\left(\boxed{\text{ツ}}\cdot 2^{\boxed{\text{テ}}}-\boxed{\text{ト}}\right)$$

である。

$\boxed{\text{チ}}$，$\boxed{\text{テ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ⓪ $k-2$ | ① $k-1$ | ② $k$ | ③ $k+1$ | ④ $k+2$ |

第4問～第7問は，いずれか3問を選択し，解答しなさい。

## 第5問 （選択問題）（配点　16）

袋の中に赤球2個と白球4個が入っている。この袋から，3個の球を同時に取り出し，それらの球の色を確認して袋に戻すという試行をＴとする。Ｔを1回行ったとき，取り出した3個の球のうち赤球の個数を $Y$ とする。

(1)　$P(Y=0)=\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$，$P(Y=1)=\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$

であり，確率変数 $Y$ の平均(期待値)は $\boxed{\text{オ}}$，$Y$ の分散は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

（数学Ⅱ，数学B，数学C 第5問は次ページに続く。）





(2)　Ｔを1回行うごとに，$Y=0$ であれば3点を獲得し，$Y\neq 0$ であれば1点を獲得するとする。

Ｔを繰り返し50回行ったとき，得点の合計を $Z$ とする。このとき，50回のうち $Y=0$ となった回数を $W$ とする。

確率変数 $W$ は $\boxed{\text{ク}}$ に従うので，$W$ の平均は $\boxed{\text{ケコ}}$，$W$ の分散は $\boxed{\text{サ}}$ である。

$Z=\boxed{\text{シ}}\,W+\boxed{\text{スセ}}$ であるから，確率変数 $Z$ の平均は $\boxed{\text{ソタ}}$，$Z$ の標準偏差は $\boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

$\boxed{\text{ク}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

| | |
|---|---|
| ⓪　正規分布 $N(0,\ 1)$ | ①　二項分布 $B(0,\ 1)$ |
| ②　正規分布 $N\left(50,\ \dfrac{1}{5}\right)$ | ③　二項分布 $B\left(50,\ \dfrac{1}{5}\right)$ |
| ④　正規分布 $N(10,\ 8)$ | ⑤　二項分布 $B(10,\ 8)$ |

第4問～第7問は，いずれか3問を選択し，解答しなさい。

## 第6問 （選択問題） （配点 16）

平面上に三角形OABがある。辺OAを3:1に内分する点をC，辺ABの中点をM，線分OMの中点をNとする。

$$\overrightarrow{OM}=\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})$$

であり

$$\overrightarrow{ON}=\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}\overrightarrow{OM}$$

$$=\frac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}\overrightarrow{OA}+\frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}\overrightarrow{OB}$$

である。

（数学Ⅱ，数学B，数学C 第6問は次ページに続く。）





点Pが直線CN上にあるとする。実数$k$を用いて

$$\overrightarrow{CP}=k\overrightarrow{CN}$$

と表すことができるから

$$\overrightarrow{OP}=\left(\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}-\frac{k}{\boxed{サ}}\right)\overrightarrow{OA}+\frac{k}{\boxed{シ}}\overrightarrow{OB}$$

となる。

さらに，Pは直線OB上の点でもあるとすると，$k=\frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}$であり，

$\overrightarrow{OP}=\frac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}\overrightarrow{OB}$である。

直線CNと直線ABの交点をQとする。$\overrightarrow{OQ}$を$\overrightarrow{OA}$と$\overrightarrow{OB}$を用いて表すと

$$\overrightarrow{OQ}=\frac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}\left(\boxed{テ}\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}\right)$$

である。

$OA=2$，$OB=3$，$\cos\angle AOB=\frac{1}{3}$とする。$\overrightarrow{OP}=\frac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}\overrightarrow{OB}$，

$\overrightarrow{OQ}=\frac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}\left(\boxed{テ}\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}\right)$とすると線分PQの長さは$\frac{\boxed{ト}\sqrt{\boxed{ナニ}}}{\boxed{ヌ}}$である。

## 第７問 （選択問題）（配点　16）

複素数平面で，方程式

$$z\bar{z}-4z-4\bar{z}+12=0$$

で与えられる曲線を $C$ とする。この方程式は

$$(z-4)(\bar{z}-4)=\boxed{\text{ア}}$$

と変形できるので，$C$ は点 $\boxed{\text{イ}}$ を中心とする半径 $\boxed{\text{ウ}}$ の円である。

$C$ 上の点 $z$ について，$|z|$ のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{エ}} \leqq |z| \leqq \boxed{\text{オ}}$$

である。また，$z$ の偏角を $\arg z$ $(-\pi<\arg z \leqq \pi)$ とすると，$\arg z$ のとり得る値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}\pi \leqq \arg z \leqq \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\pi$$

である。

（数学Ⅱ，数学B，数学C 第７問は次ページに続く。）





(1) 複素数 $v$ は，$v=(1+i)z$ を満たしている。点 $z$ が $C$ 上を動くとき，$v$ の偏角 $\arg v$ $(-\pi<\arg v \leqq \pi)$ のとり得る値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}}\pi \leqq \arg v \leqq \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}\pi$$

である。

(2) 複素数 $w$ は，$w=(1+i)^n z$ を満たしている。ただし，$n$ は $1 \leqq n \leqq 100$ を満たす整数である。点 $z$ が $C$ 上を動くとき，点 $w$ が描く図形を $D_n$ とする。$D_n$ 上のすべての点の虚部が正となるような $n$ は全部で $\boxed{\text{チツ}}$ 個ある。