STUDY COLLABO
ENGLISH PRIVATE SCHOOL
スタディ・コラボ

高 3 物理総合 S

～後期～

講師：	
氏名：	

私立中高一貫校対象英語数学個別指導　スタディ・コラボ

学習内容

¶1 学習方法について

最難関大学を目指す生徒にとっての、理科の学習は、できる限り実戦に近い形で、できる限り多くの問題に触れることです。物理においては、数学と同様復習が鍵を握ります。“なぜその解き方なのか。”ということを意識しながら，日々復習に励んでください。

コラボのテキストは、基礎レベルからハイレベルな内容まで盛り込んでいます。「学力は復習（回数）に宿る」を肝に銘じて、学習した全てが血肉となるまで、徹底した復習をしてください。

¶2 授業欠席のフォローに関して

平常授業を欠席する場合は、担当講師または事務局まで、事前に連絡をしてください。

連絡の上欠席した場合は、下記の要領にてフォローをします。

集団個別指導	担当講師と相談の上、フォローします。担当講師の空き時間等を利用して授業内容のフォローをします。＊解説が中心です。

＊個別指導と異なり、振替授業はありません。

重要　テキストの使用方法”予習”と”復習”

本テキストは、難解な入試問題への対応力を養成するため、難問～超難問レベルの入試問題で構成されています。以下に、予習と復習のポイントを挙げておきます。テキストを効果的に使用するために、熟読しておいてください。

予習用問題：授業前に予習が必要です。1 題 25～40 分を目安にノートに解答しましょう。

問題に取り組むにあたっては、以下の点に注意してください。

①予習の前にテキストや問題集で基本事項の復習をしておくこと

②解答の際ノートに図を書き直すこと

③該当単元の公式は答えられるようにしておくこと

演習問題：予習用問題の解説後、授業時間内で演習します。

復習：間違った問題だけでなく、解答根拠が曖昧だった問題をすべて再確認してください。確認の回数を増やすことで論理的思考の強化をしましょう。

第 1 段階　＊授業後 3 日以内

基本事項の復習と、間違えた問題・解答根拠が曖昧だった問題の解き直し

第 2 段階　＊授業後 1 週間以内

間違えた問題・解答根拠が曖昧だった問題の解き直し

第 3 段階　＊授業後 1 カ月以内

間違えた問題・解答根拠が曖昧だった問題の解き直し

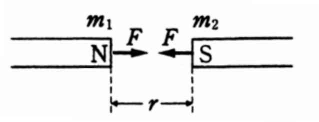
第 4 段階　＊直前期

<NOTE>

◆第１回　誘導回路①◆

＜重要事項＞

【電流と磁場】



■磁気力■

○磁気力に関するクーロンの法則

　2 つの磁極の間にはたらく磁気力の大きさ F は，磁気量を m_1，m_2[Wb]，

磁極間の距離を r とすると $F = k_m \dfrac{m_1 m_2}{r^2}$（$k_m$ は比例定数, 真空中では $k_m = 6.33 \times 10^4$N・m/Wb^2）

※$k_m = \dfrac{1}{4\pi\mu}$　（μ：透磁率，真空の透磁率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ [N/A^2]）

■磁場■

磁気量 m[Wb]の磁極が磁場 $\vec{H}$ [N/Wb]から受ける力：$\vec{F} = m\vec{H}$

■磁束密度■

磁束密度 $\vec{B}$ [Wb/m^2](=[N/A・m]=[T])と磁場の強さ $\vec{H}$ [N/Wb](=[A/m])との関係 $\boxed{\vec{B} = \mu\vec{H}}$

■磁束■

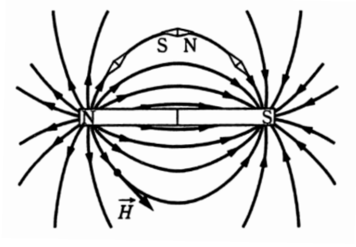
　面積 S [m^2]の平面上の磁束密度の大きさが B [Wb/m^2]であるとき，この面を貫く

磁束 $\boxed{\Phi = BS}$ [Wb]

■磁力線・磁束線■

磁場内に引いた曲線で，その接線が磁場ベクトル $\vec{H}$ の方向を表す。

磁力線：磁場の強さ H [N/Wb]のところでは，磁場に垂直な面に 1m^2 当たり H 本の割合で引く。



磁場が強い⇔磁力線は密集

磁場が弱い⇔磁力線はまばら

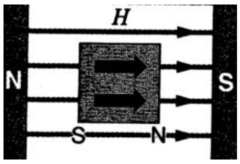
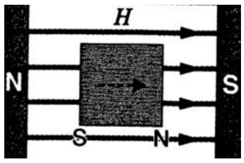
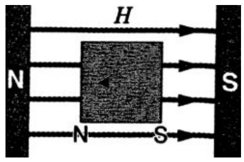
＜磁力線の性質＞

電気力線の性質と同じである。

磁束線：磁場の強さ B [Wb/m^2]のところでは，磁場に垂直な面に 1m^2 当たり B 本の割合で引く。

○地球の磁場（地磁気）

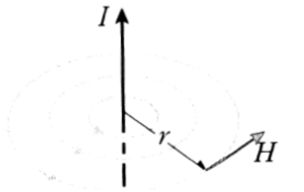
地球は北部に S 極，南部に N 極をもつ 1 つの大きな磁石であると考える。

種類	強磁性体	常磁性体	反磁性体
磁化のされ方	 磁場の向きに強く磁化される	 磁場の向きに弱く磁化される	 磁場と逆向きに弱く磁化される
例	鉄，コバルト， ニッケルなど	アルミニウム，空気 など	銅，水，水素など

■磁化■

■電流のつくる磁場■

場の向き：右ねじの法則で考えること。



○直線電流がつくる磁場

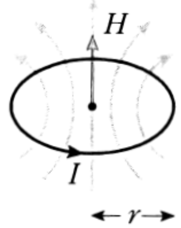
直線電流 I から距離 r の点の磁場の強さ H は

$$\boxed{H = \frac{I}{2\pi r}}$$

○円形電流がつくる磁場

半径 r で N 巻きの円形電流 I の，円の中心の磁場の強さ H は

$$\boxed{H = \frac{NI}{2r}}$$

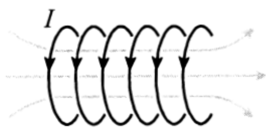


○ソレノイドの電流がつくる磁場

1m 当たりの巻き数を n とすると

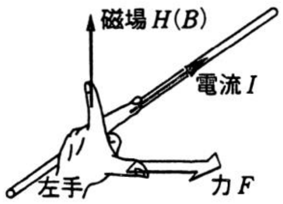
$$\boxed{H = nI}$$

※ソレノイド：円筒形で筒の長さが半径に比べて十分長い場合のこと。



■電流が磁場から受ける力■

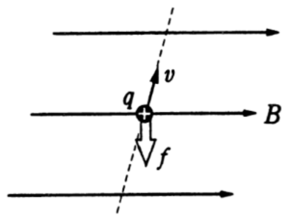
○直線電流が受ける力（電磁力）



(ⅰ)向き：フレミングの左手の法則を用いる。

(ⅱ)大きさ：$\boxed{F = IBl}$

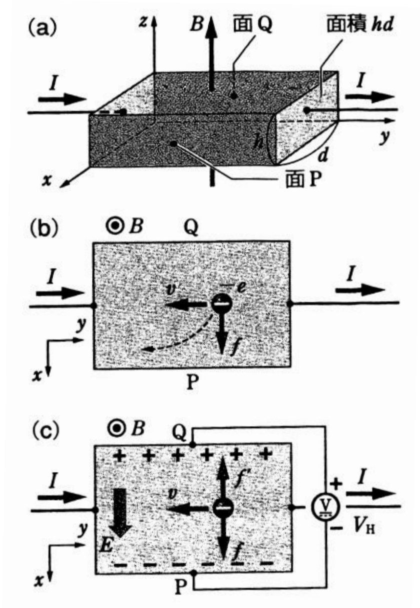
○ローレンツ力



(ⅰ)向き：正電荷の運動の向きを電流の向きとして，
　　　　フレミングの左手の法則を用いる。

(ⅱ)大きさ：$\boxed{f = qvB}$

○ホール効果



図(a)のように，y 軸の正の向きに電流 I [A]が流れている薄い物体に，z 軸の正の向きの磁場（磁束密度 B [Wb/m^2]）を加えると，x 軸方向に電位差が生じる。

これは，電流をになう荷電粒子（キャリアという）にローレンツ力がはたらき（図(b)），運動の方向が曲げられ，キャリアが電流と磁場とに垂直な方向に集められるからである。この現象をホール効果という。

　幅 d [m]，厚さ h [m]の薄片を考える。

速さ v [m/s]で y 軸の負の向きに動いている電子（電気量$-e$ [C]）は，x 軸の正の向きにローレンツ力 evB を受け面 P に集まる。

これは，磁場を加えると瞬時に起こる。これより，面 P は負に，面 Q は正に帯電し，導体中に x 軸の正の向きの電場 E [V/m]ができる。ローレンツ力 evB と電子が電場から受ける力 eE とがつりあうと，電子はまっすぐ進むようになる。つまり，$E = vB$

よって PQ 間の電位差（ホール電圧）は，$V_{\mathrm{H}} = Ed = vBd$

さらに，$I = envS$ より，$v = \dfrac{I}{enhd}$ であるから，$V_{\mathrm{H}} = vBd = \dfrac{IB}{enh}$

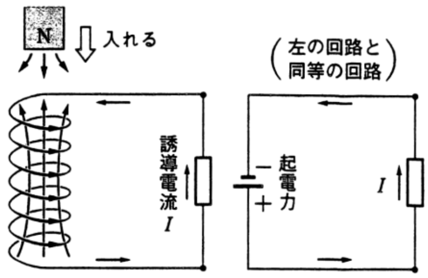
■電磁誘導の法則■

コイルを貫く磁束が変化すると，コイルに誘導起電力が生じる。回路が閉じていると，この起電力によって電流が流れる場合，この電流を誘導電流という。

○レンツの法則

誘導起電力は，それによって流れる誘導電流のつくる磁束が，外から加えられた磁束の変化を打ち消すような向きに生じる。

○ファラデーの電磁誘導の法則

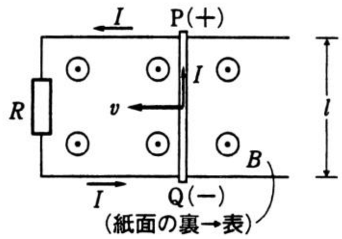


N 巻きコイルを通る磁束 Φ [Wb]が時間 t [s]の関数として変化するとき，そのコイルに生じる

誘導起電力 V [V]は $\boxed{V = -N\dfrac{d\Phi}{dt}}$

※負号は，起電力の向きが磁束の時間変化と逆向きであることを示している。

○磁場を横切る導線と誘導起電力



一様な磁場（磁束密度 B ）の中で導線（磁場内の長さ l ）を速さ v で磁場に垂直に動かすとき，生じる誘導起電力の大きさ $\boxed{V = vBl}$

○渦電流

中心軸まわりに回転できる金属円板の上で棒磁石を軸を中心にまわすことを考える。

棒磁石の N 極が近づくと，下向きの磁束が増すから，これを妨げるように上向きの磁束をつくるような渦上の誘導電流が流れる。逆に，遠ざかる点では，下向きの磁束が減少するため，下向きの磁束をつくるように逆回りの誘導電流が流れる。これらの誘導電流を渦電流という。

渦電流がつくる磁束を磁石とみなすと，それぞれからは斥力，引力を受けるため，これらの力はいずれも磁石の移動の向きと同じ向きであるから，円板は磁石に引きずられるように同じ向きに回転を始める。一方，磁石を固定し，金属円板を回転させる場合は，円板の回転を止めるような渦電流が生じるため，円板にブレーキがかかるようになる。この原理は，大型のトラックやバスで渦電流ブレーキとして補助ブレーキ装置に利用されている。

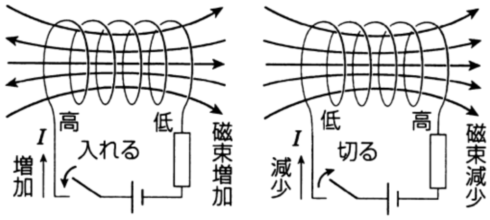
電磁調理器や IH 炊飯器は，渦電流によって発生するジュール熱を利用して加熱する装置である。

■インダクタンス■

○自己誘導：コイルに流れる電流を変化させると，コイルを貫く磁束が変化するので，
そのコイル自身に，磁束の変化を打ち消す向きに誘導起電力が生じる。

コイル内の磁束Φ[Wb]はコイルを流れる電流I[A]に比例するから，
自己誘導起電力V_L[V]は，比例定数をL[H]として，

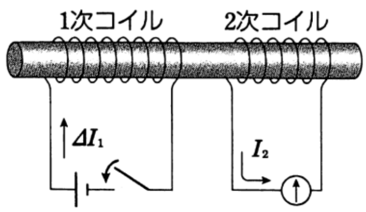
$$\boxed{V_L = -L\frac{dI}{dt}} \quad (L：自己インダクタンス)$$



コイルに蓄えられるエネルギーW[J]は，
自己誘導起電力で消費される電力量に
対応するので，

$$W = \int_0^r i \cdot (-V_L)dt = \int_0^r Li\frac{di}{dt}dt = L\int_0^I idi = \boxed{\frac{1}{2}LI^2} \ \text{[J]}$$

○相互誘導：1 次コイルによる磁界は 1 次コイルを流れる
電流I_1[A]に比例する。そしてこの磁力線が
2 次コイルを通るので，2 次コイル内の
磁束Φ[Wb]もI_1に比例する。よって
2 次コイルで生ずる相互誘導起電力V_M[V]は，
比例定数をM[H]として



$$\boxed{V_M = -M\frac{dI_1}{dt}} \quad (M：相互インダクタンス)$$

○変圧器：相互誘導を利用した例として変圧器がある。1 次側と 2 次側の電圧と電流と
巻き数との間には，一般に次のような関係がある。

$$\boxed{V_1 : V_2 = N_1 : N_2 \qquad I_1V_1 = I_2V_2}$$

○送電

都市から離れた発電所で起こした電気を，遠い消費地に送ることを送電という。
電力$P = IV$[W]を輸送する場合，電圧V[V]を高くすると，電流I[A]は小さくなるので，送電線で熱となって失われる電力RI^2[W]を小さくすることができる。

通常発電所では，交流発電機を用いて交流をつくり，変圧器によって高電圧として消費地に送電し，消費地では再度変圧器によって低電圧に変えて消費者に配電する。直流では変圧器が使えず，また直流発電機はその構造上，高電圧の発電ができないので，電力輸送が経済的に不利である。

<NOTE>

＜予習問題＞

【１】図 1 に示すように，鉛直上向きで磁束密度が B [Wb/m^2]の一様な磁界内に，十分に長い 2 本のレールが水平にかつ d [m]の間隔で平行に置かれている。レール間にスイッチ S と起電力 E_1 [V]，内部抵抗 r [Ω]の電池を接続する。また，レール上にはこれと直角に，長さ d [m]，質量 m [kg]で電気抵抗が R [Ω]の導体棒 GH を置く。レールの電気抵抗はなく，導体棒のレールの接触部分の摩擦力はないものとする。この回路に流れる電流により生じる磁界の影響は無視できるものとして，以下の問いに答えよ。

（１）導体棒を固定しておいて S を閉じる。導体棒中で消費される電力を求めよ。また，導体棒に作用する電磁力の大きさはいくらか。

（２）（１）の状態から導体棒の固定をはずすと，棒は動き始め起電力が生じる。導体棒が動き始めてからある時刻での導体棒の速さを v_1 [m/s]とし，導体棒 GH に生じる起電力の大きさを求めよ。また，このとき回路に流れる電流はいくらか。

（３）導体棒が動き始めてから十分に時間が経ったあと，棒は等速度となる。このとき，電流はいくらか。また，棒の速さを求めよ。

つぎに，図 2 に示すように，導体棒を固定しておいて，磁界の向きは変えずに水平面に対してレールを角度 θ [rad]（θ は鋭角）傾けた。

（４）電池の起電力を E_1 [V]より大きな E_2 [V]に変え，S を閉じてから導体棒の固定をはずすと，十分時間が経った後，導体棒はレール上を等速度で上った。このとき，回路に流れる電流 i [A]を求めよ。また，棒の速さを i を用いて表せ。ただし，重力加速度を g [m/s^2]とし，電池の内部抵抗は変わらないものとする。

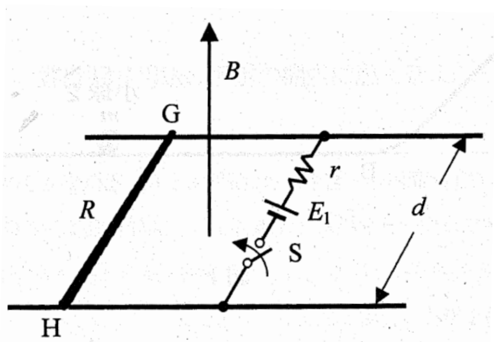


図 1

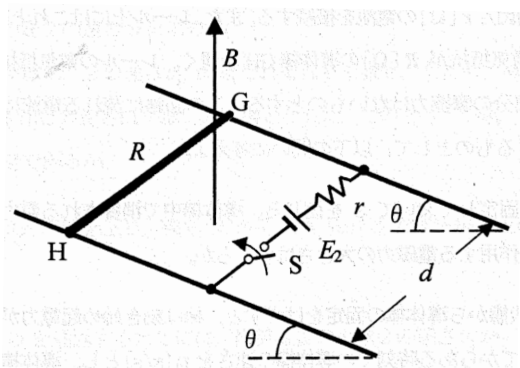
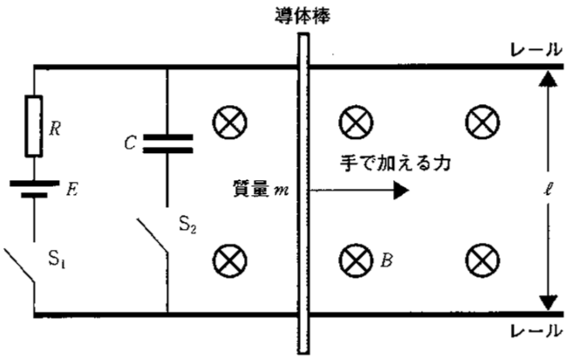


図 2

（2004 年　大阪府立大）

＜NOTE＞

【2】図のように，水平面上に2本の導体のレールを，間隔ℓで平行に置く。そしてレールの左端に，抵抗値Rの抵抗，起電力Eの電池，スイッチS_1を，導線で直列につなぐ。また，それらと並列に，電気容量CのコンデンサーとスイッチS_2を，導線で図のように接続する。2本のレールの上に質量mの導体棒を，レールと垂直に置く。さらに鉛直下向きに，磁束密度Bの一様な磁場をかける。ここで導体棒とレールの間の摩擦は無視でき，また導体棒がレールの上を滑る際，導体棒とレールは常に直交しているものとする。さらに，この回路を流れる電流が作る磁場は無視できるものとし，レール，導体棒，導線の電気抵抗は無視できるものとする。また，導体棒の速度や導体棒に働く力については，図の右向きを正とする。



初めに，スイッチS_1，S_2をともに開き，導体棒をレールの上に静止させた。そしてスイッチS_2を開いたまま，スイッチS_1を閉じた。すると，導体棒は動き始めた。

（1）スイッチS_1を閉じた直後に，導体棒が磁場から受ける力を求めよ。

（2）導体棒が速さvで動いているとき，導体棒に生じる誘導起電力の大きさを求めよ。

（3）スイッチS_1を閉じてから十分に時間が経過したとき，導体棒の速度は一定となった。このときの導体棒の速度を求めよ。

次に，一度スイッチS_1を開き，導体棒をレールの上に静止させ，スイッチS_2を閉じた。このとき，コンデンサーに電荷はたくわえられていない。この状態で，スイッチS_1を閉じた。ここで，スイッチS_1を閉じた直後を時刻$t=0$とする。さらに，時刻$t=0$から$t=T$までの間に，導体棒の重心に手で力を加え，導体棒を等加速度運動させた。ただし，手で加える力の方向はレールと平行な方向で，その大きさは時間と共に変化する。そして時刻$t=T$の直後に導体棒から手を離したところ，その後導体棒は，時刻$t=T$での速度のまま等速度運動を続けた。

（4）$0 \leqq t \leqq T$の時刻tにおける導体棒の速度を求めよ。

（5）$0 \leqq t \leqq T$の時刻tにおける抵抗に流れる電流を求めよ。ただし，電池から抵抗に向かう電流の向きを正とせよ。

（6）時刻$t=0$から$t=T$までの間に，電池がした仕事を求めよ。

（7）$0 \leqq t \leqq T$の時刻tにおけるコンデンサーにたくわえられた電気量を求めよ。

（8）時刻$t=0$から$t=T$までの間に導体棒に流れる電流の向きが反転するために，Tが満たさなければならない条件を求めよ。

以下では，時刻$t=0$から$t=T$までの間に手が導体棒にした仕事と，時刻$t=0$から$t=T$までの間に抵抗で発生したジュール熱が等しい場合を考える。

（9）エネルギー保存の法則を使い，Tを，m，R，B，ℓ，Cを用いて表せ。

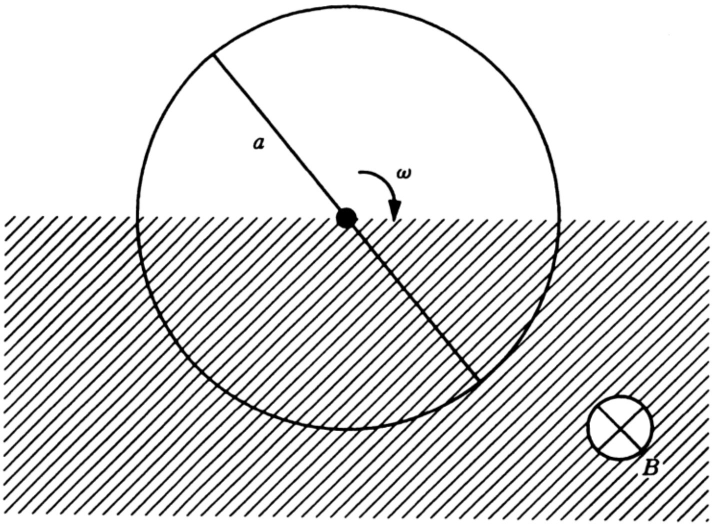
(10) 手を離す直前の時刻$t=T$に，手が導体棒に加える力を，E，R，B，ℓを用いて表せ。

（2010年　早稲田大－理工）

<NOTE>

＜演習問題＞

【１】円状の針金と直線状の針金が図のように接続され，円の中心を軸として回転できるようになっている。斜線の部分にのみ紙面に⊥に紙面の表から裏に向かう一様な磁束密度 B の磁界がある。円の半径を a ，直径部分の電気抵抗を R とし，円周部分の電気抵抗と針金の自己インダクタンスおよび針金の太さは無視できるとせよ。



〔Ｉ〕この針金を角速度ωで回転させる。そのとき直径部分の針金に流れる電流はいくらか。

〔Ⅱ〕直径部分の針金の，中心から距離 r にある長さΔr の微小部分が磁界から受ける力の大きさと向きを記せ。

〔Ⅲ〕一般に，回転軸と直交する平面内に，回転軸を中心とする半径 r の円があり，円の接線方向に大きさ f の力がかかるとき，r と f の積を力のモーメントといい，力のモーメントの総和をトルクという。図２の針金を角速度ωで回転させ続けるには外部からいくらのトルクを与えなければならないか。

〔Ⅳ〕トルクが一定のとき，トルクと回転角度の積は加えられた仕事である。図の装置を角速度ωで回転し続けさせるために必要な単位時間当たりの力学的エネルギーと，単位時間当たり消費される電気的エネルギーを求めよ。

（1996 年　東京大）

<NOTE>

【２】次の文を読んで，$\boxed{\quad}$に適した式をそれぞれの解答欄に記入せよ。また，文中に挿入された問１については解答欄にグラフを描け。

図１のように，水平に間隔 l で平行に置かれた２本のじゅうぶんに長いレールの上に質量 m の導体棒が乗っている。レールは導体でできており，その太さは l に比べてじゅうぶん小さいとする。２本のレールにはそれぞれ端子 1a，1b が取りつけられている。導体棒は常にレールと直交し，レールと平行な方向にのみ滑らかに動くことができ，摩擦は無視できるものとする。導体棒の速度 v は右向きを正とする。２本のレール間には，常に鉛直上向きに一様な磁束密度 B の磁界がかけられているとし，レールや導体棒を流れる電流によって生じる磁界は無視するものとする。導体棒上に示した矢印は，導体棒を流れる電流の正の向きを表す。以下では抵抗と明示したもの以外の電気抵抗は無視できるものとする。

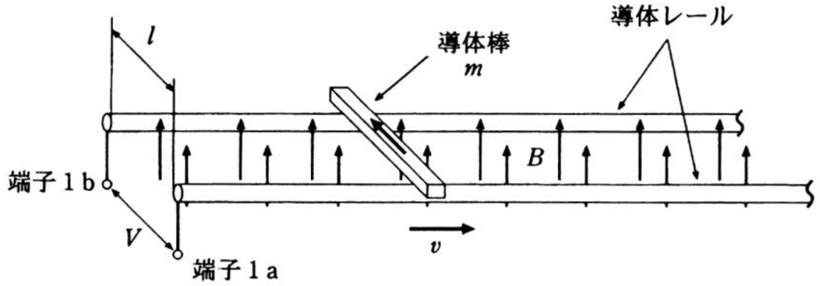


図１

（１）この系を，端子 1a，1b をもつ回路素子と見たときのはたらきについて調べよう。まず，この回路素子に電流が流れる様子を微視的な視点から考察する。レール上に置かれた導体棒中を電荷 q を持った１つの荷電粒子が一定の速度 u で手前から奥に向かって移動する状況を仮想的に考える。ただし，導体棒の速度 v は u に比べて無視できるものとする。このとき電荷は磁場からレールと平行右向きに$\boxed{\text{イ}}$の力を受ける。電荷が手前側のレールとの接点から出発してもう一方のレールとの接点に到達する間に，導体棒がこの荷電粒子を通じて受ける力積は$\boxed{\text{ロ}}$である。この答えからわかるように，導体棒が受ける力積は電荷の移動速度にはよらない。したがって，他の外力がはたらかない状況で，静止している導体棒が速度 v まで加速されたならば，その間に導体棒を流れた電荷の総量は，$Q = \boxed{\text{ハ}} \times v$ であたえられる。また，このとき導体棒が磁界中を運動していることによって生じる起電力，すなわち，端子 1a に対する端子 1b の電圧 V は v をもちいない表式で

$V = \dfrac{Q}{\boxed{\text{ニ}}}$ とあたえられる。

（2）次に，図 2 に示した電気容量 C のコンデンサー，電気抵抗 R の抵抗，起電力が E の直流電源と 2 つのスイッチ a，b からなる回路の端子 2a，2b を，図 1 の端子 1a，1b にそれぞれつないだ。各スイッチは最初，左側にたおされており，導体棒は静止していた。この状態から，時刻 $t=0$ においてスイッチ a を右にたおし，直流電源側につないだところ，導体棒の速度 v は図 3 に示すように，次第に増加し，一定値 $v_1 =$ $\boxed{\text{ホ}}$ に近づいた。ここで図 3 中の T_0 は，v が 0 から $\frac{v_1}{2}$ になるのに要した時間である。導体棒の速度が v のとき，導体棒を流れる電流は，v を用いて $\boxed{\text{ヘ}}$ と表される。

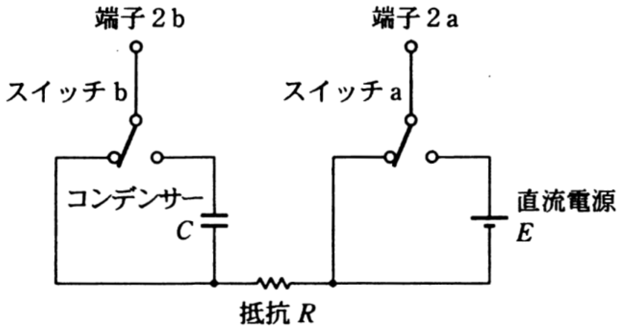


図 2

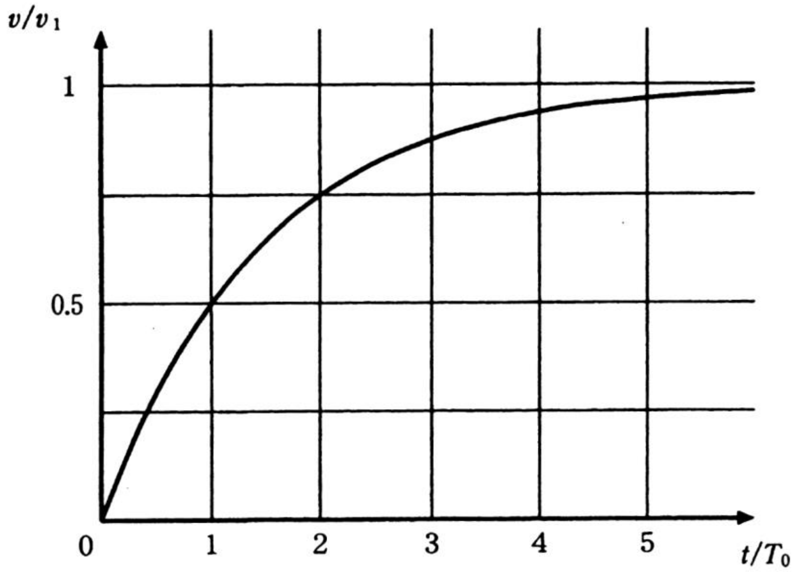
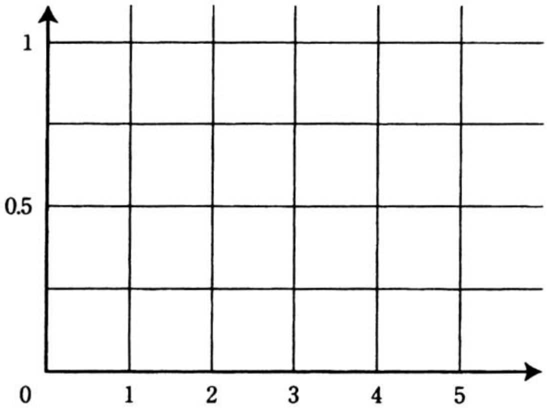


図 3

問 1　解答欄に，このときの，直流電源の仕事率，抵抗における消費電力，および導体棒にはたらく力の仕事率の時間変化のグラフを，それぞれ実線（――）,破線（－－－），点線（…………）で描け。なお，横軸の目盛は図 3 と同じものを用い，縦軸の目盛は，スイッチ a を右にたおした直後の直流電源の仕事率が 1 となるように選べ。また，記号や式など，3 つの曲線以外のものは記入しないこと。

〔解答欄〕



（3）今度は，スイッチ b を右側にたおして回路をコンデンサー側につないだ場合を考える。前と同様に，スイッチ a は左にたおしておき，導体棒は静止させておく。スイッチ a を右にたおすと導体棒は動きはじめ，じゅうぶん時間が経過した後に導体棒は等速運動をした。等速運動になった後にコンデンサーに蓄えられている電荷は $\boxed{\text{ ト }}$，導体棒の速度は $\boxed{\text{ チ }}$ である。

（2005 年　京都大）

＜NOTE＞

◆第２回　誘導回路②◆

＜予習問題＞

【１】次の文章は，放課後の職員室での先生 T と，生徒 S との間で交わされた会話文である。会話文中の$\boxed{}$に入る式を答えよ。

S：力学で単振動について学習したとき，電磁気の分野でも単振動現象があると聞きました。その例を説明してください。

T：それでは，図 1 のような装置を考えてみよう。装置全体には，磁束密度 B の一様な磁場が鉛直上向きにかかっている。二本の導線が水平面上に，距離 l だけ離れて固定され，それぞれの左端 P と Q の間には自己インダクタンス L のコイルが接続されている。導線上に置かれた質量 m の導体棒には軽い糸がつけられ，滑車を通して質量 m のおもりにつながっていて，導体棒は導線に直交したまま導線上をなめらかに動けるようになっているんだ。

図 1 は，導体棒を位置 $x=0$ に手で静止させている状態を示している。ここで静かに手を離すとしよう。その瞬間を時刻 $t=0$ とし，時刻 t における，導体棒の位置を x ，速度を v とし，コイルを流れる電流の大きさを i とする（図 2)。導体棒が右に進むとき時刻 t において，導体棒に発生する誘導起電力の大きさと，導体棒が磁場から受ける力の大きさはいくらだろうか。ただし，電気抵抗は無視できるとしよう。

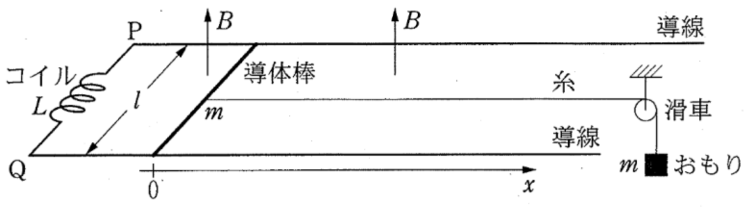


図 1

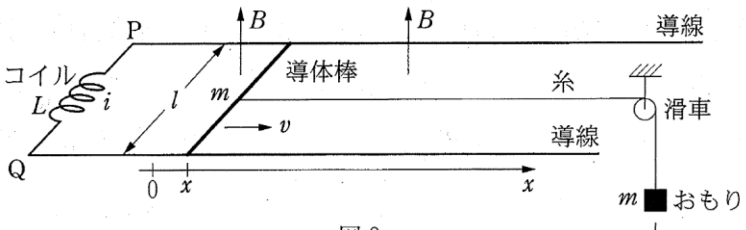


図 2

S：導体棒に発生する誘導起電力の大きさは$\boxed{\text{イ}}$で，導体棒が磁場から受ける力の大きさは$\boxed{\text{ロ}}$です。

T：そうだね。では，導体棒とおもりについての運動方程式をつくってごらん。糸の張力の大きさを T ，重力加速度の大きさを g としよう。

S：導体棒については，加速度を右向きに a とすると，

$ma=T-\boxed{\text{ロ}}$　…①　となります。おもりについては，加速度は鉛直下向きに a となるので，$ma=\boxed{\text{ハ}}$　…②となります。

T：そうだね。では，時刻 t から $t+\Delta t$ までの微小時間の間に，導体棒の位置が x から $x+\Delta x$ に，電流の大きさが i から $i+\Delta i$ に変化したとすると，「回路中の起電力と電圧降下は等しい」というキルヒホッフの第 2 法則からどんな式が得られるだろうか。

S：電気抵抗を無視しているので，次式が得られます。

$$\boxed{\text{イ}} = L \times \boxed{\text{ニ}} \quad \cdots ③$$

T：そうだね。ところで，$v=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ だから，これを式③に代入すると，$\Delta i = \boxed{\text{ホ}} \times \Delta x$ が得られるね。時刻 $t=0$ で $x=0$ ，$i=0$ だから，これから $i=\boxed{\text{ホ}}\times x$ …④ となる。では，式①，②と式④から導体棒についての運動方程式をつくってごらん。

S：i と T を消去すると，次のようになります。

$$ma = -\boxed{\text{ヘ}}(x - \boxed{\text{ト}}) \quad \cdots ⑤$$

T：そうだね。この式⑤から，導体棒に働く力は，$x=\boxed{\text{ト}}$ で 0 になり，その位置を点 C とすると，その力はいつも点 C からのずれに比例し，点 C に向かうことが分かる。この式は，導体棒が左に進むときにも成り立つので，導体棒が振動の中心を点 C とする単振動をすることを意味している。では，導体棒が単振動するとして，導体棒がどこにあるとき，コイルを流れる電流が最大になるだろうか。その最大値 I も求めてごらん。

S：この振動の振幅は $\boxed{\text{ト}}$ なので，x の最大値は $\boxed{\text{チ}}$ です。式④から電流は x に比例するので，x が最大となる位置に導体棒があるとき，電流も最大になります。I は，式④を用いると $\boxed{\text{リ}}$ となります。

T：そうだね。実は，I はエネルギー保存則を用いて求めることもできる。つまり，電気抵抗を無視できるので，おもりが失った位置エネルギーの分だけ，コイルに蓄えられるエネルギーが増加すると考えれば，$mg \times \boxed{\text{チ}} = \boxed{\text{ヌ}}$ を得る。これから I を求めることができるね。

S：はい。よく分かりました。ありがとうございました。

（2005 年　東京慈恵会医科大）

【２】次の文中の空欄に当てはまる答えを，解答用紙の該当欄に記入せよ。

図 1 のように真空中の xy 面内に，十分に長い直線状導線 L とコの字型回路 EABF が固定されている。L は y 軸上にあり，辺 AE と BF は x 軸に平行であって，z 軸の正方向は紙面に垂直上向きである。辺 AB は L に平行で $x=d$ の位置にあり，その長さは b である。これに長さ b の直線状導線 CD を接続し，長方形の閉回路 ABCDA（以下では K と記す）をつくる。ただし，辺 CD は x 方向に平行移動できるようになっている。辺 AB は電気抵抗 R をもつが，それ以外の K の部分の電気抵抗は無視でき，また K の自己インダクタンスも無視できるものとする。真空の透磁率を μ_0 とする。

L に y 軸の正の向きに直流電流 I が流れるとき，L から x 軸の正方向に x だけ離れた xy 面上の点における磁界 H の大きさと向き（x ，y ，z に正負の符号をつけて表せ）は $\boxed{\quad ① \quad}$ である。また，L を流れる電流 $I(t)$ が時間的に変化するとき，磁界 $H(t)$ も変化するが，電流の変化があまり速くなければ，各時刻 t での $I(t)$ と $H(t)$ との関係は直流の場合と同じと考えられる。

まず，CD が $x=d+a$ の位置に固定されている場合を考えよう。L を流れる電流 $I(t)$ が時刻 t と共に変化するとき，K をつらぬく磁束 $\Phi(t)$ も t と共に変化し，K には誘導起電力が生じて誘導電流が流れる。いま，y 軸の正の向きに流れる電流 $I(t)$ が，図 2 に示すように変化したとしよう。ここで，I_0 と T は正の定数であり，$I(t)=I_0$ のとき $\Phi(t)=\Phi_0$ とする。時間区間 $0<t<T$ 内の時刻 t で K を流れる誘導電流の向きは，xy 面を上（z の正方向）からみて時計まわりを正とするとき $\boxed{\quad ② \quad}$ であり，L を流れる電流 $I(t)$ が K におよぼす力の総和の大きさとその向き（x ，y ，z に正負の符号をつけて表せ）は $\boxed{\quad ③ \quad}$ である。また，この時間 T の間に，K を形作る導線の任意の断面を通過する電荷の総量は $\boxed{\quad ④ \quad}$ であり，K で発生する総熱量は $\boxed{\quad ⑤ \quad}$ である。

さらに，d が a に比べて十分大きいものとして，$I(t)$ が図 2 で与えられたときの $\Phi(t)$ と Φ_0 を求めてみよう。この場合，$x=d$ と $x=d+a$ での磁界は近似的に等しいので，K で囲まれる領域内の磁界 H は空間的に一様であるとすることができて，$x=d$ での値を使うことができる。したがって，K をつらぬく磁束 $\Phi(t)$ は $I(t)$ を用いて $\boxed{\quad ⑥ \quad}$ と求められ，Φ_0 は $\boxed{\quad ⑦ \quad}$ となる。

つぎに，導線 L に y 軸の正の向きに直流電流 $I=I_0$ を流し，辺 CD を AB に平行に保ちながら一定速度 v で x 方向に動かす場合を考えよう。ただし，CD は AB に一致したり，AE と BF からはずれたりしない範囲で動くものとし，CD と AB との間の距離は d に比べて十分小さいものとする。このとき閉回路 ABCDA を流れる電流の大きさと向きが，前述の⑥の磁束の場合に K を流れた電流の大きさと向きに等しくなるためには，v は $\boxed{\quad ⑧ \quad}$（符号にも注意せよ）でなければならない。

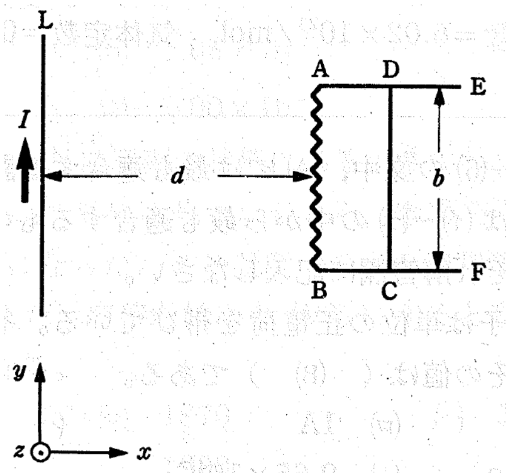


図　1

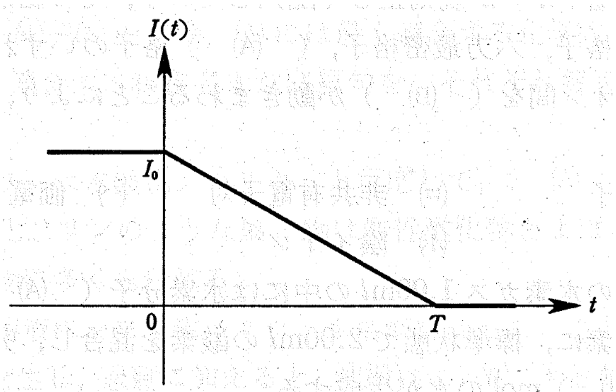
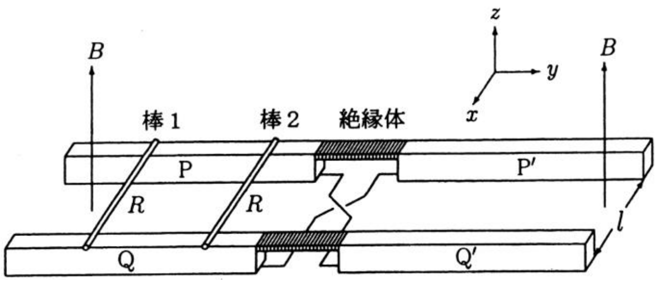


図　2

（1993 年　早稲田大）

＜演習問題＞

【１】図のように，直方体の導体 P，P’，Q，Q’ が，水平な xy 面上に y 軸と平行に設置されている。これらの導体は十分細長く，その太さは無視できるとする。導体 P と P’ および Q と Q’ の間には絶縁体がはさまれており，全体で間隔 l の 2 本の平行なレールをなしている。導体 P，Q の右端はそれぞれ導体 Q’， P’ の左端と導線で交差して結ばれている。二つの絶縁体は x 軸方向の平行移動でちょうど重なりあう位置にある。



2 本のレール上には，質量が等しく，ともに抵抗 R をもつ細い棒 1，2 が x 軸に平行に置かれている。それらは y 軸方向に摩擦なしに滑ることができ，棒 2 の方が棒 1 より右にあって接触しないものとする。系全体には磁束密度 B の一様な磁界が鉛直上向きにかけられている。

以下では棒を流れる電流は x 軸正方向，棒に働く力とその速度は y 軸正方向を正とする。棒と絶縁体以外の電気抵抗は無視できるとする。また，棒を流れる電流により発生する磁界の影響も無視できるとする。

〔Ⅰ〕棒 1 も棒 2 も導体 P，Q 上にあるとして以下の問いに答えよ。

（１）棒 1 を導体 P，Q に固定し，棒 2 だけを一定速度 v_0 で動かした。このとき，棒 2 に流れる電流 I_0 を求めよ。

（２）棒 1 の速度が u，棒 2 の速度が v であるとき，棒 1 に働く力 F_1，棒 2 に働く力 F_2 を求めよ。

〔Ⅱ〕棒 1 が導体 P，Q 上，棒 2 が導体 P’，Q’上にあるとして以下の問いに答えよ。

（１）棒 1 の速度が u，棒 2 の速度が v であるとき，棒 2 に流れる電流 I を求めよ。

（２）〔Ⅱ〕（１）の状況で，P の電位は P’の電位よりどれだけ高いか。

〔Ⅲ〕ある時刻において棒 1，2 は同じ正の速度を持ち，棒 2 は P，Q の右端，棒 1 はそれより左にあったとする。その後棒 1，2 は間隔を一定に保ったまま右へ進んでいった。二つの棒の間隔が絶縁体の長さより大きいとすると，次の四つの状況が順次起こる。

(a)　棒 1 は P，Q 上で棒 2 は絶縁体上

(b)　棒 1 は P，Q 上で棒 2 は P’，Q’上

(c)　棒 1 は絶縁体上で棒 2 は P’，Q’上

(d)　棒 1，棒 2 ともに P’，Q’上

それぞれの場合に，棒 1 の速度（棒 2 の速度に等しい）はどうなるか。以下の（ア），（イ），（ウ）のいずれかを選んで答えよ。

（ア）加速する　　　（イ）減速する　　　（ウ）変わらない

（2003 年　東京大）

<NOTE>

【２】図のように，磁束密度の大きさが B で鉛直上向きの一様な磁場（磁界）がかかった水平面に，十分に長い 2 本の金属レールが間隔 L で平行に置かれている。また，2 本のレールの上をなめらかに移動できる，質量 m_1 の金属棒 A_1 と質量 m_2 の金属棒 A_2 がある。これは太さが無視でき，レール上では，レールに対していつも垂直である。A_1 と A_2 は，どちらも抵抗値 R の電気抵抗をもっている。レールの電気抵抗とすべての接点の電気抵抗は無視できる。

まず，A_1 だけがレール上にあり，レールに沿って速さ v_0 で右方向に運動している。この状態で，時刻 t_0 に，A_1 から距離 d だけ右側に離れたレール上に，A_2 をそっと置いた。その後の A_1 と A_2 の運動を観察したが，これらが接触することはなかった。レールや金属棒を流れる電流によって発生する磁場の影響は無視できる。速度や力は右向きを正として，以下の問いに答えよ。

問 1　時刻 t_0 以降の任意の時刻における A_1，A_2 の速度を，それぞれ v_1，v_2 とする。このとき，A_1 の A_2 に対する相対速度 v_1-v_2 と，金属棒を流れる電流の大きさ I との間には，$I=\boxed{}\times(v_1-v_2)$ の関係が成り立つ。$\boxed{}$に入る数式を，m_1，m_2，B，L，R のうちの必要なものを用いて表せ。なお，$v_1 \geqq v_2$ が成り立っている。

問 2　問 1 と同時刻に，A_1 および A_2 が磁場から受ける力 F_1，F_2 を，B，I，L，R のうちの必要なものを用いて，それぞれ符号を含めて表せ。

問 3　A_1 と A_2 の運動量の和は保存する。この理由を，F_1，F_2 を用いて，30 字程度で記せ。

問 4　時刻 t_0 から十分に長い時間がたつと，A_1，A_2 は磁場から力を受けなくなる。このときの A_1，A_2 の速度を，m_1，m_2，v_0 を用いて，それぞれ符号を含めて表せ。

導体を流れる電流は，単位時間あたりに，その導体の断面を通過した電気量である。そこで，問 2 で考察した電流と力の関係から，金属棒の断面を通過する電気量と金属棒が得た運動量の関係を考えてみる。

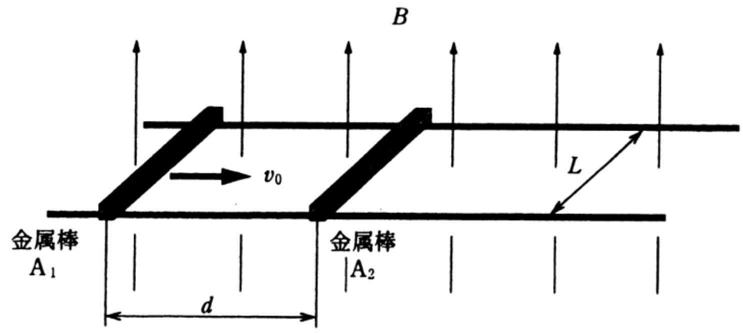
問 5　時刻 t_0 以降の任意の時刻 t から $t+\Delta t$ までの短い時間 Δt の間に，A_2 の断面を電気量 ΔQ（$\Delta Q>0$）が通過したとする。その間の A_2 の運動量の変化量を ΔP_2 とするとき，$\dfrac{\Delta P_2}{\Delta Q}$ を，m_2，B，L，R のうちの必要なものを用いて，符号を含めて表せ。

ここで求めた $\dfrac{\Delta P_2}{\Delta Q}$ は，時間に依存しない定数である。それゆえ，時刻 t_0 以降の任意の時刻までに A_2 の断面を通過した電気量と，その間に A_2 が得た運動量の間には，比例関係が成り立つ。

問 6　時刻 t_0 から十分に長い時間がたったとき，それまでに A_2 の断面を通過した総電気量 Q（$Q>0$）を，m_1，m_2，v_0，B，L，R のうちの必要なものを用いて表せ。

任意の時刻 t における A_1 の A_2 に対する相対速度 v_1-v_2 を考えると，時刻 t から $t+\Delta t$ までの短い時間 Δt の間に，A_1 と A_2 は，$(v_1-v_2)\Delta t$ だけ近づく。A_1 と A_2 が接触しないためには，d がある値 d_c より大きくなければならない。

問 7　問 1 で求めた相対速度と電流の関係を利用し，d_c を，Q ，B ，L ，R を用いて表せ。



（2005 年　大阪大）

◆第３回　磁束①◆

＜予習問題＞

【１】図１のように，透磁率μ [N/A^2] の鉄しんに，巻き数N_1 のコイル１および巻き数N_2 のコイル２を巻きつけてある。鉄しんおよび２つのコイルの断面積はS [m^2]であり，コイル１，２の長さはそれぞれl_1[m]，l_2[m]であり，l_1[m]はコイルの半径より十分長いものとする。

鉄しん内部を貫く磁束も磁束の変化も両コイルに共通であるとし，コイルの直流抵抗は無視できるものとして，以下の問いに答えよ。

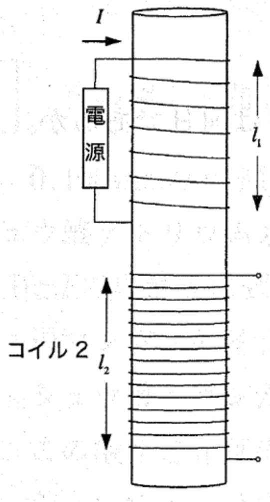


図　1

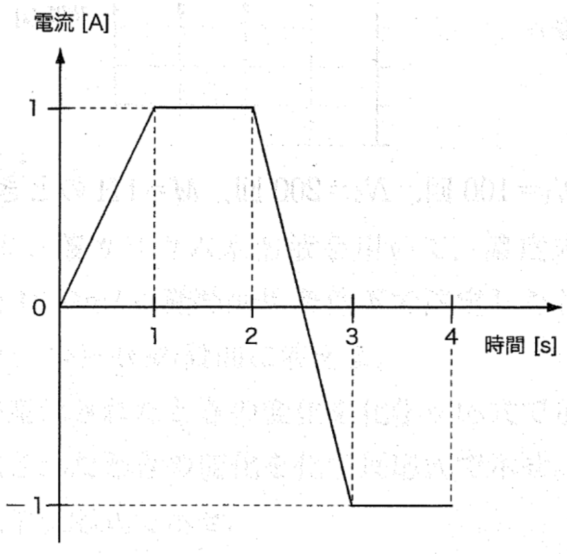


図　2

（１）コイル１に図１の矢印の向きに大きさI [A]の電流を流したとき，コイル１が鉄しん内部につくる磁場の強さH [A/m]はいくらか。

（２）コイル１，２の１巻きを貫く磁束Φ [Wb]はいくらか。

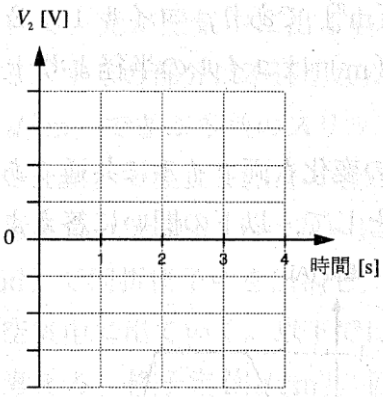
（３）時間Δt [s]の間に電流がΔI [A]変化するとき，コイル１に生じる誘導起電力V_1 [V]をμ，N_1，S，l_1，Δt，ΔI を用いて表せ。

（４）コイル１の自己インダクタンスL_1 [H]をμ，N_1，S，l_1 を用いて表せ。

（５）コイル１，２の間の相互インダクタンスM [H]をμ，N_1，N_2，S，l_1，l_2 を用いて表せ。ただし，すべての記号を用いるとはかぎらない。

（6）時刻 0s から 4s の間にコイル 1 に流れる電流を図 2 のように変化させるとき，コイル 2 の a ，b 端子に生じる誘導起電力 V_2 [V]の時間的な変化をグラフに描け。ただし，$M = 1$H（ヘンリー）とし，縦軸の 1 目盛りの大きさは自由に決めてよい。また，コイル 1 に流れる電流の向きは図 1 の矢印の向きを正とし，V_2 は図 1 の a 端子を基準とし，b 端子が高電位のとき正とする。

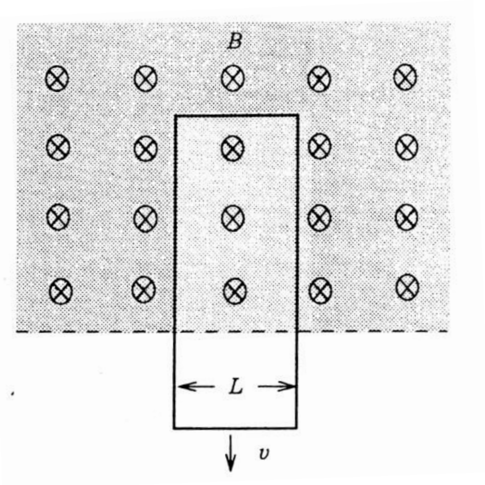
〔解答欄〕



（7）$N_1 = 100$ 回，$N_2 = 200$ 回，$M = 1$H のとき，L_1 は何 H であるか。

（2008 年　近畿大ー医）

【２】図のように，ある水平面より上部の空間に水平方向を向いた一様な磁場（磁界）がある。この磁場中を長方形の 1 巻きのコイルが落下している。コイル面は磁場に垂直である。コイルの下の部分が磁場の中から出はじめた後に落下速度が一定の大きさ v [m/s]となった。磁場の磁束密度の大きさは B [T] ，向きは紙面に垂直で表から裏の方向である。コイルの横幅は L [m] ，電気抵抗は R [Ω] ，質量は M [kg]である。重力加速度の大きさを g [m/s^2]とする。一定の速さ v で落下中のコイルについて，以下の問いに答えよ。



問 1　コイルを流れる電流の大きさ I [A] と方向を求めよ。

問 2　コイルに働く力のつりあいから速さ v を求めよ。

問 3　コイルで単位時間あたりに発生するジュール熱 P [W]を求めよ。

問 4　このジュール熱を生み出すエネルギーはどこから供給されるか，数式を用いて説明せよ。

問 5　次の場合，速さ v の値はどう変わるか，理由をつけて答えよ。

（１）コイルの導線の断面積を 2 倍にしたとき。

（２）コイルを 2 巻きにしたとき。

（３）コイルを相似形で導線の全長を 2 倍にしたとき。

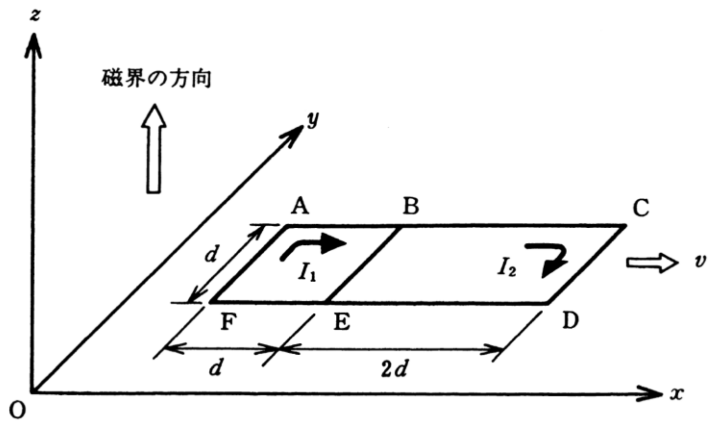
（2002 年　大阪市立大）

【３】図のような xyz 座標系をもつ空間に，z 方向を向いた磁界がある。点$(x,\ y,\ z)$における その磁束密度は，y，z によらず x に比例し，正の定数 b を用いて bx [Wb/m^2]であらわされる。また，単位長さあたりの抵抗 r[Ω/m]をもつ細い導線があり，これを用いて図に示すようなはしご形回路をつくり，その長辺を x 軸，短辺を y 軸に平行におく。導線の長さは，$\overline{\mathrm{BC}}$ と $\overline{\mathrm{DE}}$ がそれぞれ $2d$[m]，$\overline{\mathrm{AB}}$，$\overline{\mathrm{EF}}$，$\overline{\mathrm{AF}}$，$\overline{\mathrm{BE}}$，$\overline{\mathrm{CD}}$ はそれぞれ d[m]である。この回路に外力 f[N]を x 方向に加えて引っ張り続けたところ，一定速度 v[m/s]で動くようになった。回路は変形も回転もせず，電磁誘導による電流の作る磁界の影響は無視できるものとして，以下の設問に答えよ。

〔Ⅰ〕正方形の巡回路（ひとまわりする回路）ABEFA に誘導される起電力 V_1[V]を求めよ。

〔Ⅱ〕巡回路 ABEFA および巡回路 BCDEB のそれぞれに誘導される起電力 V_1[V]，V_2[V]と，導線 $\overline{\mathrm{AB}}$，$\overline{\mathrm{BC}}$ を図に示すように流れる電流 I_1[A]，I_2[A]との間の関係式を導け。また，導線 $\overline{\mathrm{BE}}$ を流れる電流[A]を b，d，r，v によってあらわせ。

〔Ⅲ〕外力 f は各導線に働く力の合力とつりあっている。この条件から f を求め，b，d，r，v によってあらわせ。また，外力 f が単位時間あたりにする仕事は，回路に発生するジュール熱と等しいことを示せ。



（1988 年　東京大）

＜演習問題＞

【１】次の文を読んで，$\boxed{}$には適した式を，｛　ホ　｝には適した語句を，それぞれの解答欄に記入せよ。

図 1 に示すように，抵抗値 r[Ω]の 3 本の抵抗と 1 つの半導体ダイオード D で構成した回路がある。四辺形 PUTQ は 1 辺の長さが a[m]の正方形で，四辺形 QTSR は，縦が a[m]，横が b[m]の長方形であり，ともに xy 平面上にある。この回路を，辺 PU と辺 US がそれぞれ y 軸，x 軸に平行になるように置き，この方向を保ったままで，x の正方向に一定の速さ v[m/s]で動かす。この空間には，$x = 0$ から幅 L[m]の領域（$0 \leqq x \leqq L$）に，一様な磁束密度 B[N/(A・m)]（または[Wb/m^2]）の磁界が，z の正方向（紙面の裏から表へ向かい，紙面に垂直な方向）にかけられている。ただし，$a < L < b$ である。

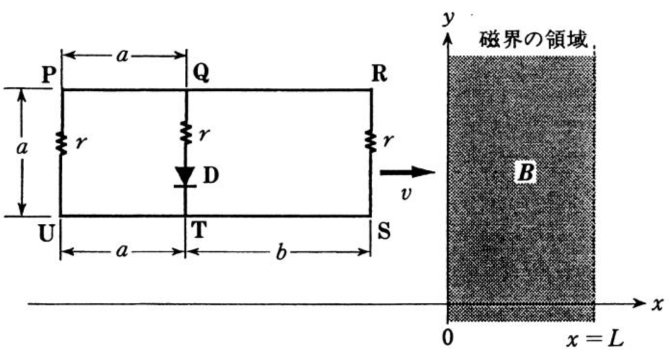


図 1

図 2

回路が磁界の領域を通過し始めてから通過し終わるまでに起こる電磁誘導現象について，使っているダイオードの向きに注意しながら考えてみよう。ここでは，使用した導線の抵抗は無視できるものとし，また，ダイオード D の特性は理想化して考え，順方向の抵抗は 0（零），逆方向の抵抗は無限大とする。ダイオードの記号と，順方向/逆方向の対応は，図 2 に示すとおりである。さらに，使用した抵抗とダイオードの空間的な大きさは，回路の大きさに比べて十分に小さく，無視できる。また，ダイオードの電気的特性に対する磁界の影響と，回路の自己インダクタンスの影響は，ともに無視できるものとする。

（１）まず，辺 RS が磁界の中（$0 \leqq x \leqq L$ の領域）にある期間を考えよう。辺 RS には，y 軸の正の方向を正として，$\boxed{\text{イ}}$[V]の誘導起電力が発生し，辺 RS には，大きさ$\boxed{\text{ロ}}$[A]の電流が流れる。

　したがって，この期間では，回路を一定の速さ v で動かすためには，運動方向に大きさ$\boxed{\text{ハ}}$[N]の外力を加える必要があり，この期間中に外力がした仕事は，$\boxed{\text{ニ}}$[J]となる。この仕事は，回路の｛　ホ　｝として消費される。

（２）辺 QT が $0 \leqq x \leqq L$ の領域にあり，辺 PU が $x < 0$ の領域にある期間では，辺 QT に流れる電流の大きさは$\boxed{\text{ヘ}}$[A]である。

（３）辺 QT，辺 PU がともに $0 \leqq x \leqq L$ の領域にある期間では，辺 QT と辺 PU に等しい起電力が発生し，辺 QT には $\boxed{\text{ ト }}$[A]，辺 PU には $\boxed{\text{ チ }}$[A]の大きさの電流が流れる。

（４）最後に，辺 PU が $0 \leqq x \leqq L$ の領域にあり，辺 QT が，$x > L$ の領域にある期間では，辺 PU に流れる電流の大きさは $\boxed{\text{ リ }}$[A]となる。

（1994 年　京都大）

【２】図 1 のように，一辺の長さが L の正方形導線が，磁場中を，鉛直上向きにとった z 軸に沿って原点に向かって落下している。この磁場（磁束密度）$\vec{B}$ の x 成分と z 成分は，それぞれ，$B_x = -Cx$ ，$B_z = Cz$（C は正の定数）で与えられる。y 成分は 0 である。正方形の面は，xy 平面に平行で，各辺は x 軸または y 軸に平行であり，正方形の中心は z 軸上にある。導線は変形しない。導線の質量を m，電気抵抗を R とし，導線の太さは無視できるものとする。また，この実験は，真空中で行うものとする。

このとき，以下の設問に答えよ。

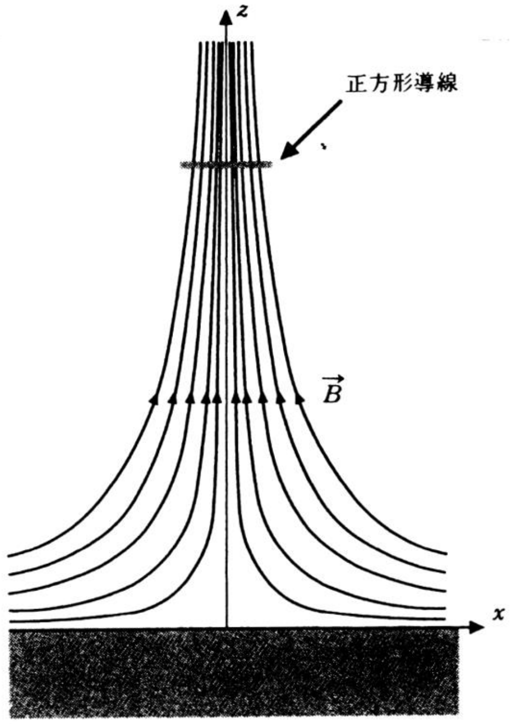


図 1

〔Ⅰ〕落下する導線中には，ファラデーの電磁誘導の法則に従って，誘導起電力が発生し，誘導電流が流れる。

（１）導線が z の位置にあるとき，導線を貫く磁束 Φ が，$\Phi = L^2B_z = L^2Cz$ で与えられることに注意し，誘導電流の向きとして正しいものを，次の(a)，(b)のうちから選び，かつ，その理由を述べよ。

(a)　正方形を上から見て時計まわり

(b)　正方形を上から見て反時計まわり

（２）導線が z の位置にあるときの落下速度の大きさを v とすると，導線中に生じる誘導起電力の大きさ V と誘導電流の大きさ I を求めよ。

〔Ⅱ〕電流が磁場 $\vec{B}$ から受ける力は，磁場の x 成分と z 成分（図 2 参照）のそれぞれから受ける力の和として表すことができる。以下の設問では，誘導電流のつくる磁場は無視してよい。

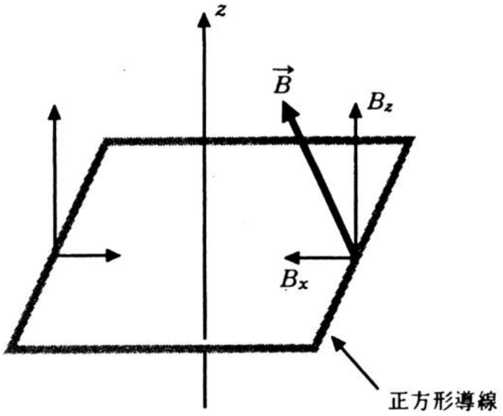


図 2

（１）誘導電流と $B_x = -Cx$ によって，導線全体が受ける力 $\vec{F}$ の大きさを求めよ。

（２）誘導電流と $B_z = Cz$ によって，導線全体が受ける力 $\vec{G}$ の大きさを求めよ。

〔Ⅲ〕十分に大きな z の位置から落下させた導線の落下速度の大きさは，やがて，ある値 v_f で一定となる。

（１）v_f を求めよ。ただし，重力加速度の大きさを g とする。

（２）導線の落下速度が v_f に達した状態において，導線の失う位置エネルギーは何に変わるか，簡潔に述べよ。

（2001 年　東京大）

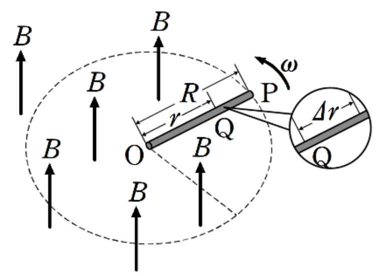
＜NOTE＞

◆第 4 回　磁束②◆

＜予習問題＞

【１】

図のように，鉛直上向きで磁束密度の大きさ B の一様な磁界(磁場)中を，長さ R の細い導体棒 OP がその一端の点 O を中心として，水平面内を一定の角速度 ω で回転している。このとき，導体棒 OP 中の自由電子が磁界からローレンツ力を受けるために，OP 間には誘導起電力が生じる。点 O から距離 r の点を Q，電子の電気量を $-e$，質量を m として，次の問いに答えよ。



(1)　点 Q における自由電子が，磁界から受けるローレンツ力の大きさ f を，B，ω，r，e を用いて表せ。また，その向きは“O から P”，“P から O”のうちどちらか，答えよ。

(2)　(1)のローレンツ力を受けた自由電子が移動することにより，導体棒中には電界(電場)がつくられる。点 Q における電界の強さ E を，B，ω，r を用いて表せ。

(3)　点 Q における電界の強さ E を r の関数($0 \leqq r \leqq R$)としてグラフに示せ。グラフには，必要とされる物理量の値を記入すること。

(4)　図において，点 Q 近傍の長さ Δr の微小部位を考える。Δr の両端には，自由電子の移動により電界がつくられ，微小電位差 ΔV が生じる。ΔV を B，ω，r，Δr を用いて表せ。

(5)　OP 間に生じる誘導起電力の大きさ V は，Δr の導体棒を長さ R になるまでつなぎあわせたものと等価となる。V を B，R，ω を用いて表せ。

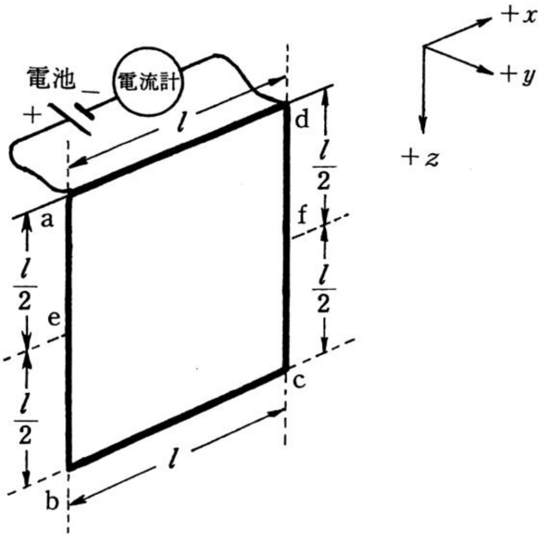
(6)　$B = 0.50$ T，ω＝86 rad/s のとき，点 Q において，自由電子が受けるローレンツ力の大きさ f に対し，遠心力の大きさ F が十分に小さいことを確かめたい。$\dfrac{F}{f}$ の値を有効数字 2 桁で求めよ。ただし，電子の比電荷 $\dfrac{e}{m} = 1.76 \times 10^{11}$ C/kg とする。

（2017 年　浜松医科大）

<NOTE>

【２】次の文の$\boxed{\quad}$に適した式あるいは記号を，＜　　＞に適した数値を，また，｛　　｝については，正しいものの番号を選び，それぞれの解答欄に記入せよ。

図に示すように，一辺の長さ l [m]，質量 M [kg]，抵抗 R[Ω]の一様な導線 4 個からなる正方形のコイル abcd がある。このコイルは，辺 $\overline{\mathrm{ad}}$ を通る水平な固定軸（x 軸）のまわりに自由に回転できるように点 a，d で支えられている。また，このコイルには起電力 E[V]の電池の+（プラス）極が点 a に，－（マイナス）極が電流計を通して点 d に抵抗のない導線で接続されている。電池および電流計の内部抵抗，点 a および d における接触抵抗は十分小さく無視できる。また，コイルは変形しないものとし，導線の太さは無視できるものとする。電流によって生じた磁界は無視する。



(a)　点 a，d 間のコイルの合成抵抗は$\boxed{\text{イ}}$[Ω]であるので，電流計に流れる電流は$\boxed{\text{ロ}}$[A]である。このうち辺 $\overline{\mathrm{ad}}$ 部を流れる電流は$\boxed{\text{ハ}}$[A]であり，a→b→c→d 部を流れる電流は$\boxed{\text{ニ}}$[A]である。

(b)　いま，加速度 g[m/s^2]の重力の作用のもとで静止していたコイルに，鉛直上向き（$-z$ 方向）に外部から一様な磁界をかける。この磁界の磁束密度 B[N/A・m または Wb/m^2]に達するまでゆっくり増加させたところ，コイルは $+x$ 方向をみて｛ホ：①時計回り，②反時計回り｝に回転し，その面が $+z$ 軸と角度 θ をなして静止した。このとき，θを求める方程式は$\boxed{\text{ヘ}}$である。とくに，$\theta = 45°$ であったとすれば，そのときの磁束密度は，$B =$ $\boxed{\text{ト}}$[N/A・m または Wb/m^2]で与えられる。

(c)　(b)の最後で考察した $\theta = 45°$ の状態のもとで，コイル abcd の辺 $\overline{\mathrm{ab}}$ および $\overline{\mathrm{cd}}$ のそれぞれの中点 e および f の間に，長さ l [m]，質量 M [kg]の一様で，かつまっすぐな導線を接触抵抗なしに接続したところ，コイルは $\theta = 45°$ のまま静止していた。このとき点 e，f 間に接続した導線の抵抗は，$\boxed{\text{チ}}$[Ω]である。

(d)　点 e，f 間に接続した導線をはずし，(b)の最後で考察した $\theta = 45°$ の状態に戻す。このときの磁束密度の大きさを変えずに，磁界の方向を $+x$ 方向をみて反時計回りにゆっくりと鉛直上向きから角度 α（$0° < \alpha < 90°$）だけ回転させたところ，コイルは回転し，その面と $+z$ 軸とがなす角度が φ のところで静止した。φを求める方程式は$\boxed{\text{リ}}$である。とくに $\alpha = 30°$ のとき，$\varphi =$ ＜　ヌ　＞° となる。

（1984 年　京都大）

<NOTE>

＜演習問題＞

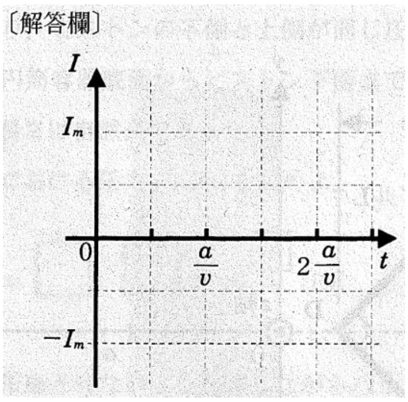
【１】図のように，$+z$ 方向を向いている磁界の磁束密度の大きさ B が，xy 平面内で $0 \leqq x \leqq a$ では $B = B_0$（定数），それ以外では $B = 0$ となっている空間がある。
この空間に底辺の長さが $2a$ ，高さが a であるような直角二等辺三角形 DEF（頂点 D が直角）の 1 回巻きコイル L を，そのコイル面が xy 平面と一致するように置く。そして図のように線分 EF の中点から頂点 D に向かう方向が x 軸と一致するようにして，$+x$ 方向に一定の速さ v で移動させる。なお，コイルの抵抗を R とし，導線の太さは無視する。設問(a)～(d)では，コイルの自己インダクタンスは無視するものとする。
また，時刻 $t = 0$ では頂点 D が $x = 0$ にある。

(a)　下記の枠内に入る式を答えよ。

コイル L を貫く磁束 Φ は，$+z$ 方向を正として $0 < t \leqq \dfrac{a}{v}$ では $\Phi_1(t) =$ $\boxed{①}$ となり，

$\dfrac{a}{v} < t \leqq 2\dfrac{a}{v}$ では $\Phi_2(t) =$ $\boxed{②}$ となる。$0 < t \leqq \dfrac{a}{v}$ では，時刻が t から

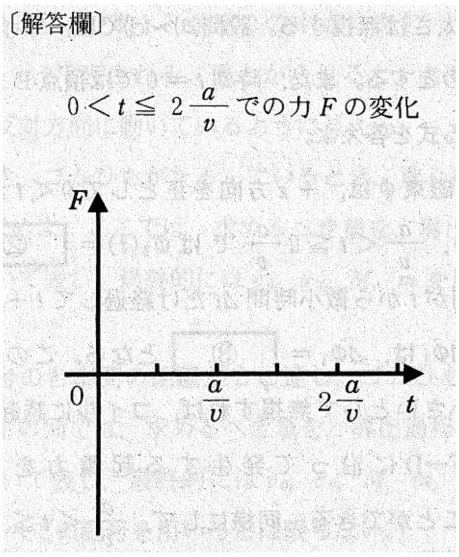
微小時間 Δt だけ経過して $t + \Delta t$ になったときの磁束 Φ_1 の変化量 $\Delta\Phi_1$ は，
$\Delta\Phi_1 =$ $\boxed{③}$ となる。このとき Δt の項に比較して $(\Delta t)^2$ の項が小さいとして無視すれば，コイルに誘起される誘導起電力 $V_1(t)$ は，D→E→F→D に沿って発生する起電力を正として $V_1(t) =$ $\boxed{④}$ と表すことができる。同様にして，$\dfrac{a}{v} < t \leqq 2\dfrac{a}{v}$ での誘導起電力は $V_2(t) =$ $\boxed{⑤}$ となる。



(b)　$0 < t \leqq 2\dfrac{a}{v}$ でコイル L に流れる電流 I の時間変化を解答欄のグラフに示せ。この間での電流 I の大きさの最大値 I_m を求めよ。
ただし，D→E→F→D に沿って流れる電流の向きを正とせよ。

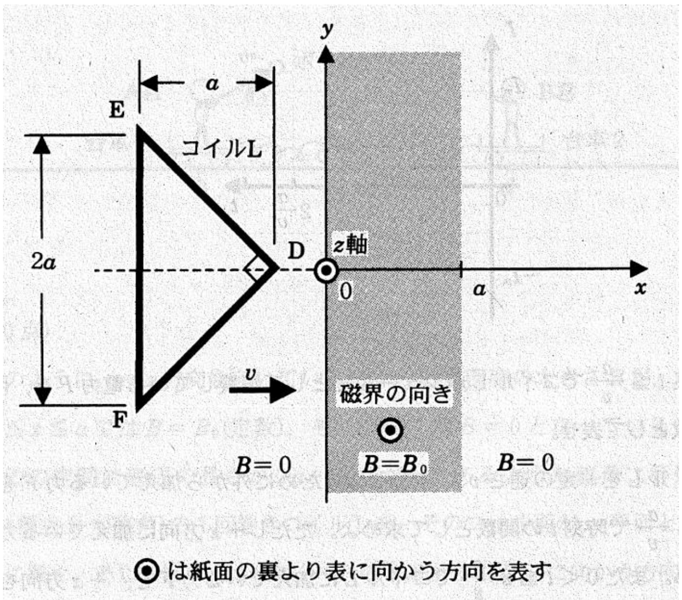
(c)　$0 < t \leqq \dfrac{a}{v}$ でコイル L がジュール熱として消費している電力 P を，時刻 t の関数として表せ。

(d)　コイル L を一定の速さ v で移動させるために外から加えている力 F を，$0<t\leqq\dfrac{a}{v}$ で時刻 t の関数として求めよ。ただし+x 方向に加えている力を正とする。また $\dfrac{a}{v}<t\leqq 2\dfrac{a}{v}$ でコイル L に加えている力 F を，+x 方向を正として解答欄のグラフにおおよその形を示せ。



(e)　つぎに，コイル L の自己インダクタンスが無視できない場合を考える。

$0<t\leqq\dfrac{a}{v}$ のときの電流の大きさは，同じ時刻 t で比較した場合，上記(b)で調べた電流の大きさよりも大きくなるか，小さくなるか，あるいは変わらないかを答えよ。またそのように考えた理由を 50 字以内で記せ。



（2003 年　東京工業大）

【２】図１のような長方形回路が紙面と同じ平面上に置かれている。右側にある２つの回路，ABCFA と FCDEF は，それぞれが１辺の長さ L の正方形をしており，各辺の抵抗値は r である。ED の左側には，コンデンサー（電気容量 C），抵抗（電気抵抗 R），スイッチおよび電流計を導線で繋いだ回路が接続されている。辺 AE と辺 BD は x 軸に平行であり，回路全体は x 軸に沿って平行移動できるようになっている。回路が移動する平面内における $x>0$ の領域には，紙面の表から裏に向かう紙面に垂直な磁束密度 B の磁場（磁界）がある。

導線および電流計の抵抗は無視できるとして，以下の問いに答えよ。解答は，所定の場所に記入せよ。また，結果だけでなく，考え方や計算の過程も記せ。

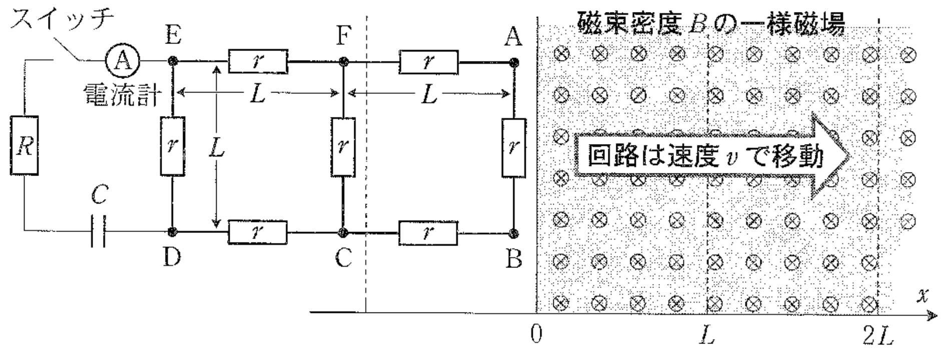


図１

問（１）コンデンサーを完全に放電した後，スイッチを開き，回路全体を磁場のない $x<0$ の領域から一定速度 v で x 軸の正方向に移動させた。辺 AB は時刻 $t=0$ で $x=0$ を通過した。$T=\dfrac{L}{v}$ として，時刻 $t=2T$ で回路を静止させた。

(a) 端子 ED 間の合成抵抗 r' を r で表せ。

(b) 時刻が $0<t<T$ のとき，正方形回路 ABCFA の内部を貫く磁束 $\Phi(t)$ を，v，t，L，B を用いて表せ。

(c) 時刻が $0<t<T$ のとき，導線 EF を流れる電流 i_1 と導線 FA を流れる電流 i_2 を，v，r，L，B を用いて表せ。それぞれの電流は，E から F および F から A を正の向きとする。

(d) 時刻が $0<t<T$ のとき，端子 ED 間の電位差の大きさ $|V_1|$ を，v，L，B を用いて表せ。

(e) 時刻が $T<t<2T$ のとき，端子 ED 間の電位差の大きさ $|V_2|$ を，v，L，B を用いて表せ。

(f) 時刻が $T<t<2T$ のとき，回路の移動速度 v を維持させるために必要な外力の大きさ $|F|$ を，v，r，L，B を用いて表せ。また外力を加える向きを，x 軸方向の正または負で答えよ。

問（２）次に，回路全体を $x<0$ の領域にもどした。スイッチを閉じ，回路を一定速度 v で x 軸の正方向に移動させた。辺 AB は時刻 $t=0$ で $x=0$ を通過した。問（１）と同様に $T=\dfrac{L}{v}$ として，時刻 $t=2T$ で回路を静止させた。

(a)　電流計の値の時間変化はどのようになるかを，図 2 のグラフ(ア)〜(カ)の中から 1 つ選び，記号で答えよ。ただし，各グラフの縦軸と横軸は同じである。また，電流計を流れる電流の向きは左から右を正とする。

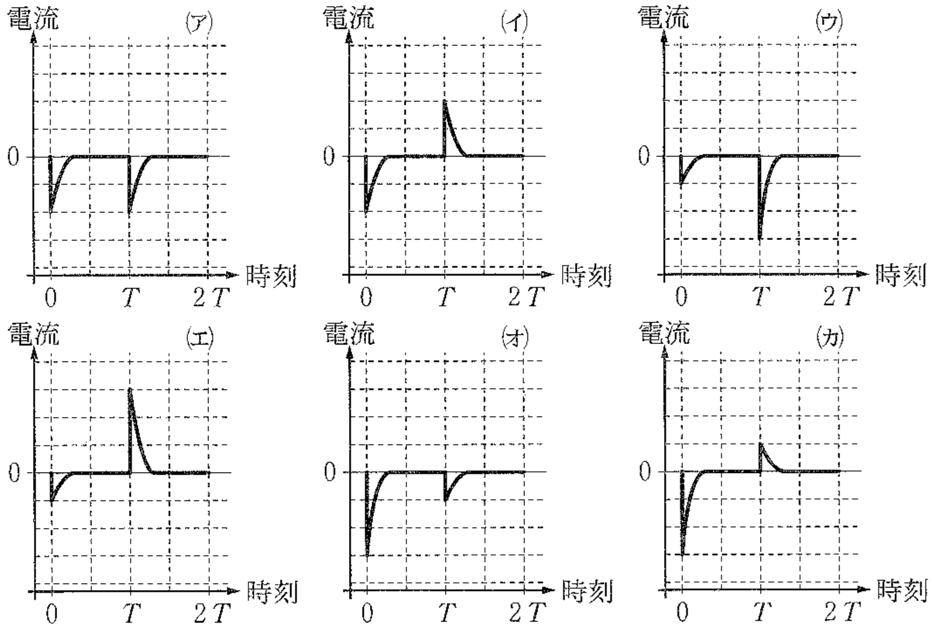


図 2

(b)　時刻 $t=2T$ のとき，コンデンサーに蓄積されている静電エネルギー U を，r，v，L，C，R，B の中から必要なものを用いて表せ。

（2009 年　東北大）

【３】質量 M [kg]の銅の塊がある。これを針金や円板にして電気的性質その他を調べた。以下の設問に答えよ。ただし，銅の密度を D [kg/m^3]，電気抵抗率をρ [Ω・m]とする。

〔Ⅰ〕与えられた銅の塊全部を延ばして，長さ l [m]の一様な太さの細い針金にした。この針金に I [A]の電流を流すとき，両端に現れる電位差を求めよ。

〔Ⅱ〕設問Ⅰの針金を丸く曲げて両端を接続し，均一な円形の輪を作る（図 1)。この輪の面に垂直に一様な磁界を加え，この磁界の磁束密度 B [Wb/m^2]を時間的に一定の割合 K [Wb/m^2・s]で増加させる。このとき，輪に流れる電流の向きとこの電流による磁力線の様子を簡単に図示せよ。また，この電流の大きさを求めよ。

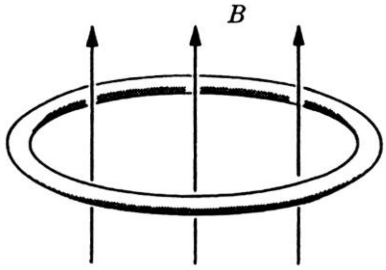


図 1

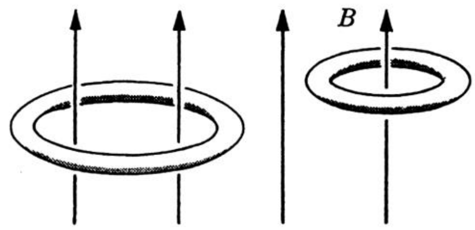


図 2

〔Ⅲ〕設問Ⅰの針金を質量 m_1[kg]と m_2[kg]の 2 本の針金に切断し，設問Ⅱの場合と同じようにして円形の輪を 2 個作る（図 2)。$m_1 + m_2 = M$ である。一様な磁界の中に 2 個の輪を輪の面が磁界に垂直になるようにおき，設問Ⅱと同様にこの磁界の強さを変化させる。このとき，それぞれの輪に流れる電流の大きさの和を求めよ。また，質量 m_1 の輪に，単位時間，単位長さあたりに発生するジュール熱 Q_1[J/m・s]と，同じく質量 m_2 の輪に発生する熱 Q_2[J/m・s]との比を求めよ。

〔Ⅳ〕最初の銅の塊全部を使って，厚さ d[m]の薄い円板を作り，設問Ⅱ，Ⅲと同様に一様な磁界を円板に垂直にかけその強さをやはり一定の割合 K で変化させる（図 3)。このとき，円板内に流れる電流および熱の流れの様子を図示せよ。また，円板の中心軸を含む断面（図 3 に斜線で示した部分）を通過する全電流の大きさを求めよ。

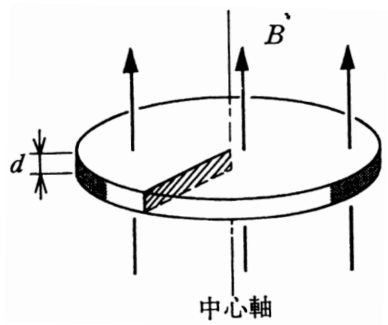


図 3

（1985 年　東京大）

＜NOTE＞

◆第５回　交流と電気振動◆

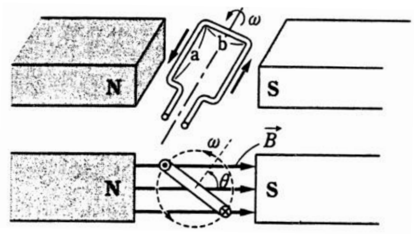
＜重要事項＞

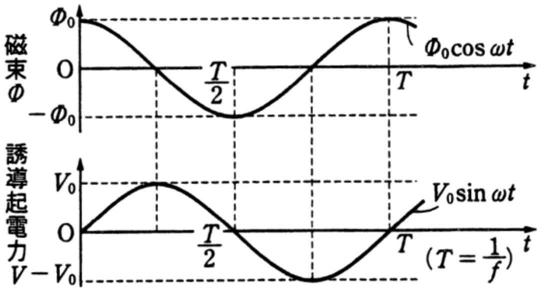
■交流の発生■

磁場の磁束密度を B ，コイル（1 巻き）の面積を S ，角周波数を ω（周波数 f ，周期 T ）とすると，時刻 t のときのコイルを貫く磁束 Φ および誘導起電力 V は，それぞれの最大値を Φ_0 ，V_0 とすると

$\Phi = \Phi_0 \cos\omega t$　（ただし，$\Phi_0 = BS = Bab$ ）

$V = \dfrac{d\Phi}{dt} = V_0 \sin\omega t$　（ただし，$V_0 = \omega\Phi_0$）





○交流の実効値：交流の電流や電圧の大きさの時間的な平均値（2 乗の平均値の平方根）

$I = I_0 \sin\omega t$，$V = V_0 \sin\omega t$ とすると，

$$V_e{}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T V^2 dt = \frac{V_0{}^2}{T}\int_0^T \sin^2 \omega t dt = \frac{V_0{}^2}{2} \qquad \therefore \boxed{V_e = \frac{V_0}{\sqrt{2}}}$$

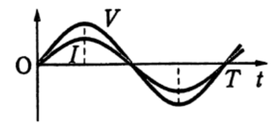
$$I_e{}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T I^2 dt = \frac{I_0{}^2}{T}\int_0^T \sin^2 \omega t dt = \frac{I_0{}^2}{2} \qquad \therefore \boxed{I_e = \frac{I_0}{\sqrt{2}}}$$

■交流回路■

○　交流電圧 $V = V_0 \sin \omega t$ をかけたとき，電流は

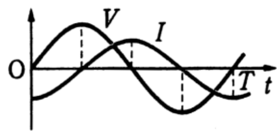
(ⅰ)抵抗 R のみの回路

$$V = RI \text{ より，} \quad I = \frac{V_0}{R} \sin \omega t = I_0 \sin \omega t$$

抵抗としての働き	電流	位相	消費電力の平均
抵抗値 R	$I_0 \sin \omega t$ 実効値 $I_e = \dfrac{V_e}{R}$	 同位相	$I_e V_e = \dfrac{I_0 V_0}{2}$

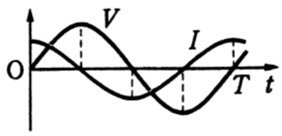
(ⅱ)コイル L のみの回路

$$V = -L\frac{dI}{dt} \text{ より，} \quad I = \frac{1}{L}\int V dt = \frac{1}{L}\int V_0 \sin \omega t dt = -\frac{V_0}{\omega L}\cos \omega t$$

抵抗としての働き	電流	位相	消費電力の平均
リアクタンス ωL	$-I_0 \cos \omega t$ 実効値 $I_e = \dfrac{V_e}{\omega L}$	 電圧の位相 ＝ 電流の位相 ＋ $\dfrac{\pi}{2}$	0

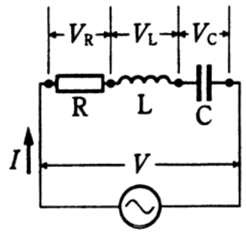
(ⅲ)コンデンサーC のみの回路

$$Q = CV \text{，} \quad Q = It \ (Q = \int I dt) \text{ より，} \quad I = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}CV = \frac{d}{dt}CV_0 \sin \omega t = \omega C V_0 \cos \omega t$$

抵抗としての働き	電流	位相	消費電力の平均
リアクタンス $\dfrac{1}{\omega C}$	$I_0 \cos \omega t$ 実効値 $I_e = \omega C V_e$	 電圧の位相 ＝ 電流の位相 － $\dfrac{\pi}{2}$	0

■RLC 直列回路■

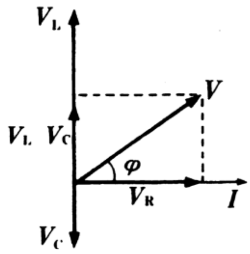
$I=I_0\sin\omega t$ の電流が流れるとすると，



$$V_R=RI_0\sin\omega t$$

$$V_L=L\frac{dI}{dt}=\omega LI_0\cos\omega t$$

$$V_C=\frac{Q}{C}=\frac{1}{C}\int Idt=\frac{1}{C}\int I_0\sin\omega tdt=-\frac{I_0}{\omega C}\cos\omega t$$



$$\begin{aligned}V&=V_R+V_L+V_C\\&=RI_0\sin\omega t+\omega LI_0\cos\omega t-\frac{I_0}{\omega C}\cos\omega t\\&=\underbrace{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}}_{\text{インピーダンス Z}}\ I_0\sin(\omega t+\varphi)\end{aligned}$$

※直列⇒電流共通，並列⇒電圧共通として解く。

■共振■

(ⅰ)直列の共振回路について

共振：RLC 直列回路において，交流電源の周波数を変化させながら流れる電流の実効値を測定すると，特定の周波数で大きな電流が流れる。

共振回路：共振を起こしている回路。

大きな電流を流すためには，インピーダンスが最小となればよいので，$\omega L=\dfrac{1}{\omega C}$ より，

$\omega=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$　　∴共振周波数 $f_0=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

(ⅱ)並列の共振回路について

共振周波数 $f_0=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ のとき，位相は逆転しており，$\omega L=\dfrac{1}{\omega C}$ であることから，大きさは同じである。

つまり，回路全体を流れる電流は 0 となる。

■振動回路■

充電したコンデンサーにコイルをつなぎ，スイッチを入れると，電気振動が始まる。

コイルとコンデンサーの両端の電圧はつねに等しいので，$\omega L = \dfrac{1}{\omega C}$ が成立する。

よって，固有周波数 $f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ のもと，以下の現象が起こる。

①→②…コンデンサーは放電を始め，電流が流れだす。スイッチを入れた直後は，電流の流れを妨げる向きにコイルに誘導起電力が生じるので，電流は流れないが，しだいに電流はゆっくりと増加する。やがてコンデンサーにたくわえられた電気量が 0 になる。

②→③…コイルの自己誘導起電力のため，同じ向きに電流が流れ続け，コンデンサーの両極板ははじめと反対の符号に対電子，電流は 0 となる。

③→④…この瞬間を境として電流は逆に流れ始め，同様の経過でコンデンサーははじめと同じ状態に充電され，1 周期が終わる。

電気振動は，コンデンサーにたくわえられるエネルギーと，コイルにたくわえられるエネルギーとのやりとりによって起こると考えられ，回路に抵抗がない場合は，その和は一定に保存される。

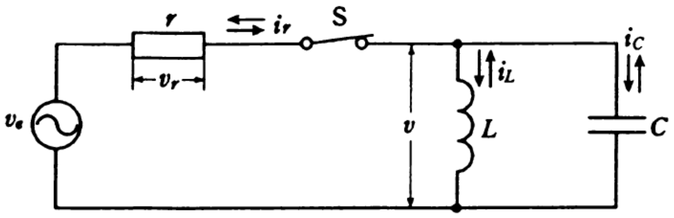
$$\boxed{\frac{1}{2}CV^2 + \frac{1}{2}LI^2 = \text{一定}}$$

※なめらかな水平面上でのばね振り子の単振動での，ばねの弾性エネルギーと小球の運動エネルギーの関係に似ている。

※回路に抵抗があると振動はしだいに弱まり，減衰振動となって，やがて電流は流れなくなる。

＜予習問題＞

【１】図の交流回路で，最初スイッチ S は閉じている。時刻 t [s]におけるコイル L [H]およびコンデンサーC [F]の両端の電圧が $v = V_0\cos\omega t$ [V]となるとき，以下の設問に答えよ。ただし，ω [rad/s]は角周波数である。



（１）コイルに流れる電流 i_L の大きさ（最大値）I_{L0} [A]およびコンデンサーに流れる電流 i_C の大きさ（最大値）I_{C0} を求めよ。

（２）このとき電流 i_L は電圧 v に比べ$\dfrac{\pi}{2}$ [rad]位相が遅れ，電流 i_C は電圧 v に比べ$\dfrac{\pi}{2}$ [rad]位相が進む。この結果，電流 i_L は電流 i_C に比べπ [rad]位相が遅れ，i_L と i_C は互いに逆位相の電流となる。抵抗 r [Ω]を流れる電流 $i_r = i_L + i_C$ で与えられるから，$I_{L0} < I_{C0}$ のときは，電流 i_r と電流 i_C は同位相となる。このとき電流 i_r の大きさ（最大値）I_{r0} [A]を求めよ。

（３）$I_{L0} < I_{C0}$ のとき抵抗 r の両端の電圧 v_r は電流 i_C と同位相となり，電圧 v に比べ$\dfrac{\pi}{2}$ [rad]位相が進んでいる。交流電源の電圧 v_e は $v_e = v_r + v$ と書ける。電圧 v_e の大きさ（最大値）を V_{e0} [V]とするとき，V_{e0} を V_{r0} 及び V_0 を用いて表せ。ただし，V_{r0} は v_r の最大値である。

（４）（２）及び（３）の結果を用いて，V_0 を，r ，ω，L ，C 及び V_{e0} を用いて表せ。

（５）交流電源の電圧 v_e の周波数 f [Hz]をゆっくりと変えていくとき，電圧 v の大きさ V_0 が最大となる周波数 f_0 [Hz]を求めよ。またこのときの V_0 及び電流 i_r の大きさ I_{r0} を求めよ。

（６）交流電源の周波数を $f = f_0$ [Hz]としてからしばらくしてスイッチ S を開いた。この後コイル及びコンデンサーに流れる交流電流 i_{LC} の大きさ（最大値）I_{LC0} [A]を V_{e0} を用いて求めよ。

（７）このときコイルとコンデンサーに蓄えられるエネルギーの和 E [J]を求めよ。

（名古屋工業大）

【２】図１のように，起電力 E [V]の電池，
電気抵抗 R [Ω]の抵抗，
自己インダクタンス L [H]のコイル，
電気容量 C [F]のコンデンサーと，
スイッチ S_1 ，S_2 を，抵抗の無視できる
導線でつないだ回路がある。最初，
スイッチ S_1 ，S_2 は開いており，
コンデンサーには電荷がないものとする。
以下の文章中の $\boxed{\ 1\ }$ から $\boxed{\ 9\ }$ に
適切な数式を入れよ。また，$\boxed{\ \text{a}\ }$ と $\boxed{\ \text{b}\ }$ には適切な言葉を選択肢から選び，
その記号を入れよ。

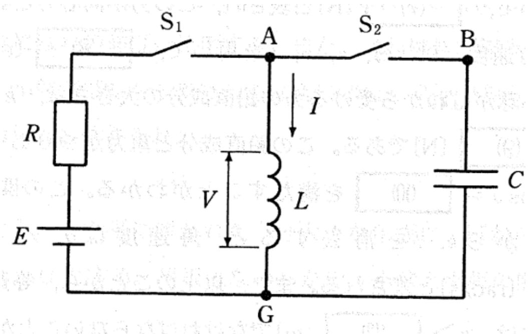


図１

問１　スイッチ S_2 は開いた状態で，スイッチ S_1 を閉じるとコイルに電流 I [A]が
流れ始めた。コイルには電流の変化を妨げる向きに起電力が発生するので，
このとき図１の G を基準とする A の電位は $\boxed{\text{a}\quad\text{（ア）正，（イ）負}}$ である。
時間 Δt [s]の間にコイルに流れる電流が ΔI [A]だけ変化したとすると，コイルの
自己誘導による起電力の大きさは $V=$ $\boxed{\ 1\ }$ [V]である。スイッチ S_1 を閉じた
直後の電流は 0 なので抵抗による電圧降下は 0 であり，このときの電流の増加の
割合 $\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$ の大きさは $\boxed{\ 2\ }$ [A/s]となる。

その後，電流 I は増加していくが，時間とともに増加の割合がゆるやかになり，
じゅうぶんな時間が経過した後には電流は一定になる。このとき，回路に流れる
電流とコイルに蓄えられるエネルギーは，E ，R ，L を用いて，それぞれ $\boxed{\ 3\ }$ [A] ，
$\boxed{\ 4\ }$ [J]と表される。

問２　次に，スイッチ S_2 を閉じると同時にスイッチ S_1 を開く。コイルは電流を一定に
保とうとするので，スイッチの切りかえの直前と直後でコイルの電流は変化しない。
今度はコイルとコンデンサーとの間にエネルギーのやりとりがおこり，
固有周波数 $\boxed{\ 5\ }$ [Hz]の電気振動が始まる。スイッチ S_2 を閉じてから $\boxed{\ 6\ }$ [s]
経過して，コイルの電流が初めて 0 になったときスイッチ S_2 を再び開いた。このとき
コンデンサーの電圧の大きさ V_C [V]は電気振動の電圧の最大値と等しく，コンデンサー
に蓄えられるエネルギーは，C ，V_C を用いて $\boxed{\ 7\ }$ [J]と表される。また，図１の
G を基準とする B の電位は $\boxed{\text{b}\quad\text{（ア）正，（イ）負}}$ である。コイルに蓄えられた
エネルギー $\boxed{\ 4\ }$ がすべてコンデンサーに移動したとすると，$V_C=$ $\boxed{\ 8\ }$ [V]と
求められる。このことから，抵抗値を $R<$ $\boxed{\ 9\ }$ [Ω]とすれば，コンデンサーの
電圧 V_C を電池の起電力 E よりも大きくすることができる。

（2010 年　北海道大）

＜演習問題＞

【１】図 1 で，E は起電力 E [V]の電池，R_1，R_2 はそれぞれ R_1[Ω]，R_2[Ω]の抵抗，L はインダクタンス L[H]のコイル，C は電気容量 C [F]のコンデンサー，S_1，S_2，S_3 はスイッチである。以下の設問に答えよ。ただし，電池およびコイルの内部抵抗は無視できる。また，電流は図 1 の矢印の方向を正，ab 間の電圧は a 側が高電位のときを正とする。

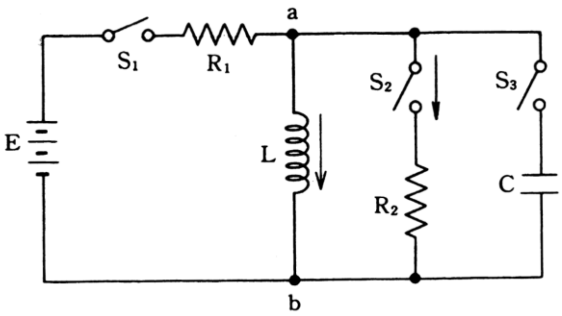


図 1

〔Ⅰ〕最初すべてのスイッチは開いており，またコンデンサーは帯電していない。S_1 を閉じて十分に時間が経過するとコイル L に流れる電流が一定となった。コイル L に流れる電流，および蓄えられるエネルギーはいくらか。

〔Ⅱ〕 Ⅰの状態でスイッチ S_2 を閉じた。

（１）スイッチ S_2 に流れる電流はいくらか。

（２）その後，スイッチ S_1 を開いた。その直後の，スイッチ S_2 に流れる電流，ab 間の電圧，および抵抗 R_2 で消費される電力はいくらか。

（３）その後コイル L を流れる電流は減少する。減少の速さは R_2 の値の大小によってどう変わるか。理由とともに記せ。

〔Ⅲ〕 Ⅱでは，Ⅰの状態でスイッチ S_2 を閉じた場合の現象を考えた。ここでは，Ⅱと異なり，Ⅰの状態でスイッチ S_2 のかわりにスイッチ S_3 を閉じた。

（１）その後，スイッチ S_1 を開くとコイル L を流れる電流は図 2 のように正弦波的に振動した。周期は $2\pi\sqrt{LC}$ [s]であった。図 3 の座標を解答用紙に写し，その上に ab 間の電圧の時間変化の様子を描け。ただしスイッチ S_1 を開いてからの時間を t[s]とする。

（２）コイル L の電流が 0[A]となった瞬間にスイッチ S_3 を開いた。コンデンサーC にたくわえられる電荷はいくらか。

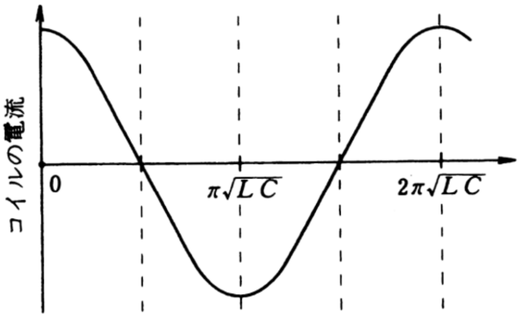


図 2

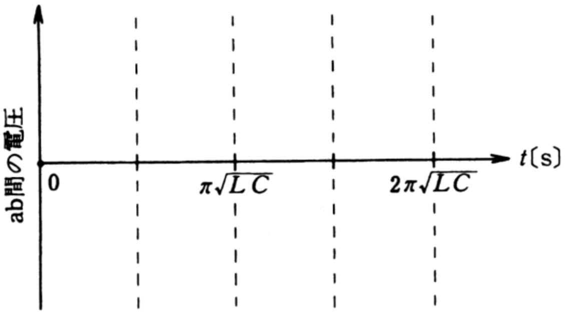


図 3

（1998 年　東京大）

<NOTE>

【２】次の文を読んで，$\boxed{\quad}$に適した式をそれぞれの解答欄に記入せよ。

（１）図 1，図 2 に示すように，面積 S の 1 回巻き長方形コイルを，一様な磁束密度 B の磁界中におき，磁界に直交するコイルの中心線 ab を軸として，b から見て反時計まわりに一定の角速度ωで回転させた。時刻 t にコイルを貫く磁束は $\boxed{\text{ア}}$，コイルの両端 c ，d に生じる誘導起電力は$\boxed{\text{イ}}$である。ただし，コイルの面が磁界と垂直になる時刻を $t = 0$ とし，その直後に生じる起電力の符号を正とせよ。

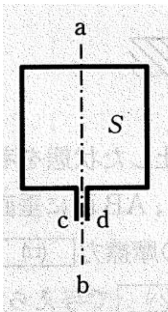


図 1

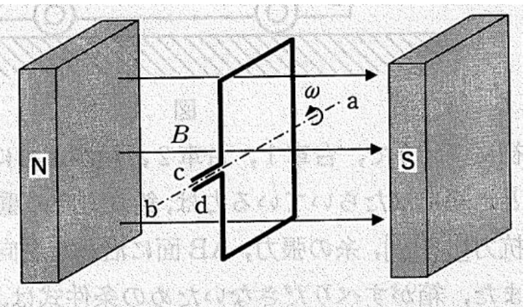


図 2

次に，コイルを中心線 ab で直角に折り曲げて同様に実験を行う。2 つのコイル面が磁界と平行および垂直になっている図 3 の状態を $t = 0$ とし，その直後に生じる起電力の符号を正と定めると，コイルの両端 c，d に生じる誘導起電力は，$X\sin Y$ で表される交流になる。ここで，$X =$ $\boxed{\text{ウ}}$，$Y =$ $\boxed{\text{エ}}$である。必要であれば公式 $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$ を用いよ。

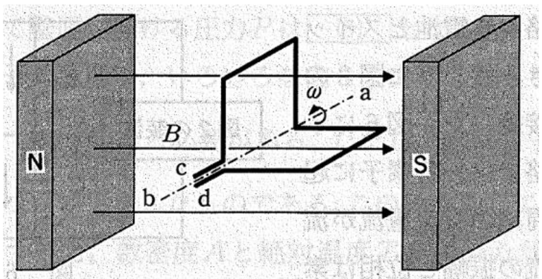


図 3

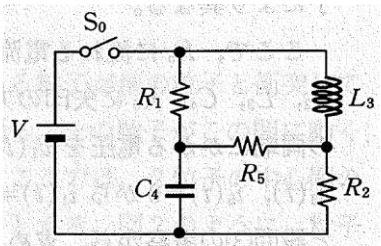


図 4

（２）起電力 V の電池，電気抵抗がそれぞれ R_1 ，R_2 ，R_5 の抵抗器，インダクタンスが L_3 のコイル，電気容量が C_4 のコンデンサーとスイッチ S_0 の各素子で構成された図 4 の回路がある。S_0 を開いた最初の状態では C_4 に電荷の蓄積はなく，回路に電流は流れていない。S_0 を閉じると，その瞬間に S_0 に流れる電流は$\boxed{\text{オ}}$であり，それからじゅうぶん時間が経過した後に C_4 に蓄えられる電荷は$\boxed{\text{カ}}$である。次に S_0 を開いた。この瞬間から再び回路に電流が流れなくなるまでの間に，回路全体で消費されるエネルギーの合計は$\boxed{\text{キ}}$である。

（3）一般に，インダクタンスが L のコイル，あるいは電気容量が C のコンデンサーにかかる交流電圧が時刻 t の関数 $v(t) = V_0\sin(\omega t + \theta)$　　（V_0 ，ω ，θ は定数）で表現されるとき，それぞれに流れる交流電流 $i\,(t)$ は関数 $v(t)$を用いて

$i(t) = kv(t')$ の形で表される。ここで，コイルの場合には $k = \dfrac{1}{\omega L}$ ，$t' =$ $\boxed{\text{ク}}$,

コンデンサーの場合には，$k = \omega C$ ，$t' =$ $\boxed{\text{ケ}}$である。なお，図 5 のように電流が q から p に向かう場合に $i\,(t)$の符号を正とするとき，$v\,(t)$ の符号は p より q の電位が高い場合を正とする。

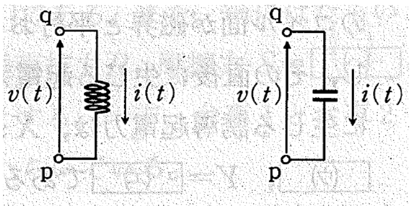


図　5

（4）図 4 の回路から電池とスイッチを取り除き，代わりに図 2 の発電装置を接続した。図 6 に示したこの回路では，各素子に起電力と同じ周期の交流電流が流れるが，電流の振幅と位相は素子により異なる。

　ここで，R_5 に流れる電流が常に 0 となる条件を求めよう。各素子 R_1 ，R_2 ，L_3 ，C_4 ，R_5 に矢印の方向に流れる電流を $i_1(t)$ ，…，$i_5(t)$ ，各素子の両端にかかる電圧を $v_1(t)$ ，…，$v_5(t)$ とすると，$v_5(t) = 0$ から $v_1(t) = v_3(t)$ ，$i_5(t) = 0$ から $i_1(t) = i_4(t)$ などの関係が成立する。これらの関係と設問（3）の考察から，求める条件は $R_1R_2 =$ $\boxed{\text{コ}}$ となる。

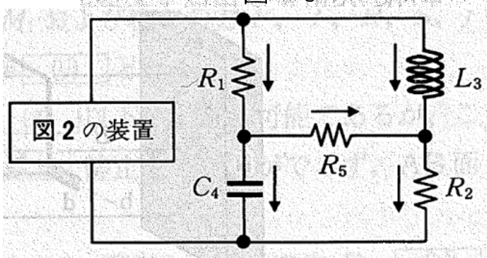


図　6

（1998 年　京都大－後期）

◆第６回　原子◆

＜重要事項＞

【光の粒子性】

■光量子■

　振動数ν，波長λ の電磁波は，エネルギーをもつ粒子（光子または光量子）の集まりである。

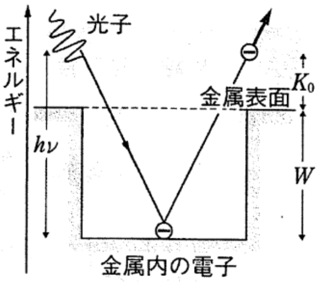
光子のエネルギー$E = h\nu = \dfrac{hc}{\lambda}$　光子の運動量 $mv = \dfrac{h\nu}{c} = \dfrac{h}{\lambda}$　光子の数 $= \dfrac{\text{光のエネルギー}}{h\nu}$

真空中の光の速さ $c = 3.0\times10^{8}$m/s，プランク定数 $h = 6.63\times10^{-34}$J・s

■光電効果■

●光電効果：金属に光を当てたとき電子（光電子）が飛び出す現象。

仕事関数 W　：金属内部から電子をとり出すのに要する最小のエネルギー。（金属に固有の値）



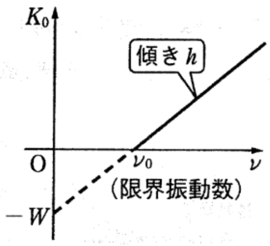
　金属内電子は金属の外にある状態に比べてエネルギーが低い。（∵金属内の陽子による影響）

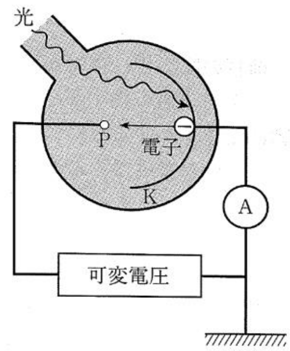
　金属外でのエネルギーを基準にとると，自由電子を金属外に取り出すためには少なくとも W のエネルギーが必要である。

　振動数ν[Hz]の光を当てたとき，光電子のもつ最大の運動エネルギーK_0[J]は　$\boldsymbol{K_0 = h\nu - W}$

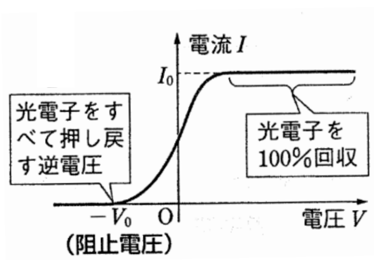
※限界振動数：光がとび出すための最小の振動数$\nu_{\min}$[Hz]

※限界波長：光がとび出すための最大の波長$\lambda_{\max}$[m]





「 $h\nu_{\min} = W$ ，$\dfrac{hc}{\lambda_{\max}} = W$ 」



①陽極 P の電圧 V が一定以上であれば，陰極 K で発生した光電子はすべて陽極 P に引かれ，電流が流れる。

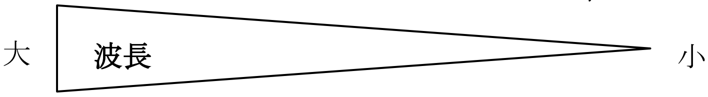
②陽極 P の電圧 V を負にすると，飛び出した電子は P から斥力を受け，運動エネルギーの小さい電子は陰極に押し戻されてしまうため，電流が減少する。

③陽極 P の電圧を $V = -V_0$（阻止電圧または臨界電圧という）となったとき，飛び出した瞬間の電子の最大運動エネルギーが $K_{\max} = eV_0$ となり，このとき電流が完全に 0 になる。

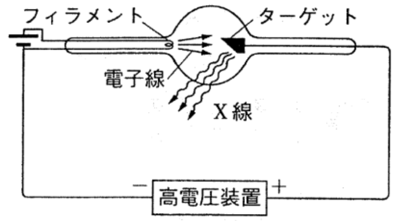
【X 線】

＜電磁波＞

電波～赤外線～可視光線～紫外線～X 線～γ線



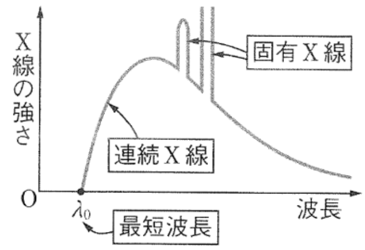
■X 線の発生■



金属に高速電子をあてると X 線が発生する。

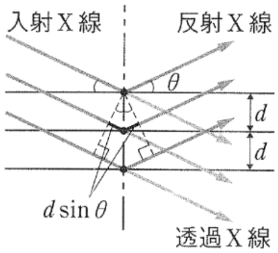
●連続 X 線：高速の電子が金属との衝突の際に減速され，そのエネルギーを失った分 X 線（光子）を放出する。電子の速さを v とし，発生する X 線の最大振動数を$\nu_{\max}$，最短波長を$\lambda_{\min}$とすると，

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu_{\max} = h\frac{c}{\lambda_{\min}}$$ （電子が衝突後静止するとき）



●固有 X 線（特性 X 線）：金属を構成している原子の内側の軌道電子が，高速の電子の衝突により，原子の外へはじき出されると，内側に空席ができる。この空席に外側の軌道電子が落ち込んでくると，エネルギー準位で定まる特定の波長の X 線（光子）が放射される。

■X 線の波動性…ブラッグ条件■



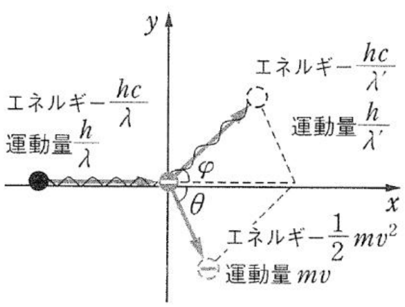
X 線を結晶に入射させると，X 線の波長と結晶の格子間隔が同程度なので，それぞれの原子で散乱された X 線が干渉し，ある特定の方向にだけ反射波が出てくる。

強め合う条件 $2d\sin\theta = m\lambda$ （$m = 1, 2, 3\cdots$）

■X 線の粒子性…コンプトン効果■

電子に光（X 線）を当てたときに散乱される光（X 線）の波長が入射光の波長より少し伸びる（振動数が少し減る）現象。この現象は，光量子と電子の完全弾性衝突とみなすと，うまく説明できる。

・エネルギー保存則：$\dfrac{hc}{\lambda} = \dfrac{hc}{\lambda'} + \dfrac{1}{2}mv^2$ …①



・運動量保存則
$$\begin{cases} x\text{成分：} \dfrac{h}{\lambda} = \dfrac{h}{\lambda'}\cos\varphi + mv\cos\theta & \cdots ② \\ y\text{成分：} 0 = \dfrac{h}{\lambda'}\sin\varphi - mv\sin\theta & \cdots ③ \end{cases}$$

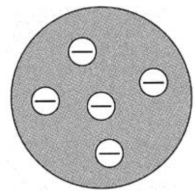
①，②，③，$\lambda \fallingdotseq \lambda'$ より$\lambda' - \lambda = \dfrac{h}{mc}(1 - \cos\varphi)$

【原子の構造】

■原子の古典模型■

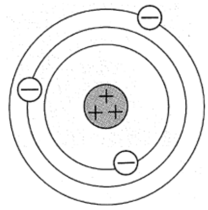
●トムソン模型

J.J トムソンは，一様で球対称に正電荷が分布している中に
「ぶどうパン」のように電子がちらばっている原子模型を考えた。



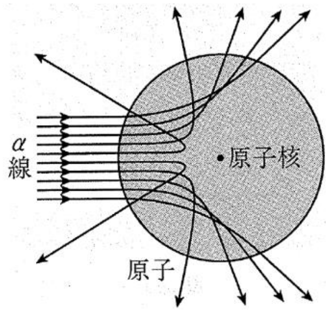
●太陽系模型

長岡半太郎は，中心に大部分の質量をもつ正電荷の塊があり，
そのまわりを負の電子が距離の 2 乗に反比例したクーロン引力
でまわっている原子模型を提唱した。



●α 線の散乱実験（ラザフォード）

α 線を薄い金ぱくに当てて散乱のようすを調べたところ，
きわめて少ない頻度ではあるがほとんど真後ろにはね返る
ような大角度散乱が起こることがわかった。
この大角度散乱には強い電場が必要なため，正電荷は
半径がきわめて小さい球状であると考えた。



●ラザフォード模型

中心にきわめて小さい正電荷の球（原子核）があり，そのまわりを負電荷が
まわっている。

＜ラザフォード模型の難点＞

①半径が決まればエネルギーや周期がきまるが，理論上は任意である。
しかし，現実の原子では原子ごとにすべて同一で，大きさが決まっている。

②電子が円運動（加速度運動）をすると，光（電磁波）を放射しエネルギーを失って
ゆき，半径も小さくなってゆく。原子核に向かって落ちこんでゆき，最終的にはつぶれて
しまう。

⇒古典力学は微視的世界には適用できない。

■粒子の波動性■

●ド・ブロイ波長

電子は粒子としての性質だけでなく，波動性ももつと考えた。
速さ v [m/s]で運動する質量 m [kg]の粒子に伴う物質波の波長 λ [m]は，

プランク定数を h [J・s]として，$\lambda = \dfrac{h}{mv}$ （ド・ブロイ波長）

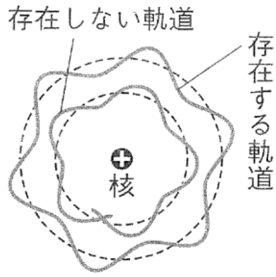
■ボーア理論（前期量子論）■

●量子条件：電子のとりうる軌道は，円周が電子波の波長の整数倍である軌道に限られている。

つまり，原子の中の電子は軌道上にこの電子波の定常波をつくっている。

軌道半径を r [m]，電子の質量と速さをそれぞれ m [kg]，v [m/s]，プランク定数を h [J・s]とすると，

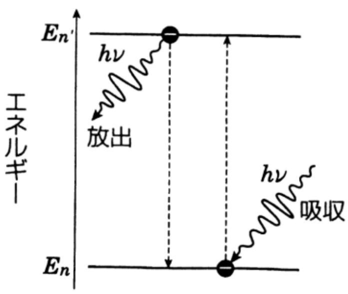
$$2\pi r = n\lambda = n\frac{h}{mv}$$ （$n = 1，2，3，\cdots$）n は量子数という。



●振動数条件：電子が高いエネルギー準位 $E_{n'}$ [J]の定常状態から低いエネルギー準位 E_n [J]の定常状態に移るとき，その差に等しいエネルギーをもつ光子を 1 個放出する。光子の振動数を ν [Hz]とすれば，

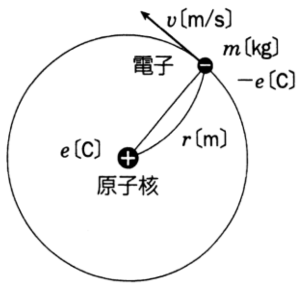
$h\nu = E_{n'} - E_n$ （$n' > n$）

逆に，E_n [J]の定常状態にある電子は，ちょうど $E_{n'} - E_n$ [J]に等しいエネルギーをもつ光子を 1 個吸収したとき，$E_{n'}$ [J]の定常状態に移る。



■ボーアの水素原子模型■

質量 m[kg]，電荷 $-e$ [C]の電子が，電荷 e [C]の原子核のまわりを，速さ v [m/s]，半径 r [m]で等速円運動しているとする。



●ボーア半径

静電気力が向心力となっているので，$k_0\dfrac{e^2}{r^2} = m\dfrac{v^2}{r}$ …①

①と量子条件より，r について整理すると， $\boxed{r = \dfrac{n^2h^2}{4\pi^2k_0me^2}}$ …②

$n = 1$ のとき，$r_0 = \dfrac{h^2}{4\pi^2k_0me^2} = 5.3\times10^{-11}$[m]：ボーア半径

●水素のエネルギー準位とスペクトル

水素原子のエネルギー$E = \dfrac{1}{2}mv^2 - k_0\dfrac{e^2}{r}$

①，②よりエネルギー準位 $E_n = -\dfrac{2\pi^2k_0{}^2me^4}{n^2h^2}$ [J] …③

$n = 1$ のとき基底状態といい，$n \geqq 2$ のとき励起状態という。

振動数条件と③より

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2k_0{}^2me^4}{h^3c}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2}\right) = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2}\right)$$ （R：リュードベリ定数）

【原子核と素粒子】

■質量とエネルギー■

質量とエネルギーは等価である。質量 m [kg]とエネルギーE [J]の関係は，光速を c [m/s]として，$E = mc^2$

■質量欠損と結合エネルギー■

原子核中で核子（陽子と中性子）どうしを結びつけている力を核力という。
原子核の質量は，ばらばらの核子の質量の和より小さい。この質量の差を質量欠損という。
質量数を A ，原子番号を Z ，原子核の質量を M ，陽子の質量を m_p ，中性子の質量を m_n ，質量欠損をΔm とすると，

$$Mc^2 \quad + \quad B \quad = \quad \{Zm_\mathrm{p} + (A-Z)m_\mathrm{n}\}c^2$$

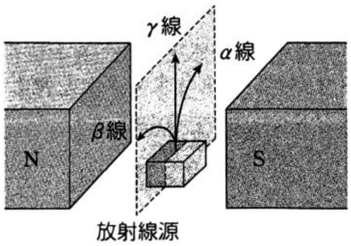
（原子核のエネルギー）（加えるエネルギー）（バラバラで静止している核子の全エネルギー）

よって　$Zm_\mathrm{p} + (A-Z)m_\mathrm{n} - M = \dfrac{B}{c^2}$ = 質量欠損

$$\boxed{\boldsymbol{Zm_\mathrm{p} + (A-Z)m_\mathrm{n} - M = \Delta m}}$$

■原子核の放射性崩壊■

物質が自然に放射線を放出する性質を放射能という。
放射能をもつ同位体を放射性同位体という。



●α 崩壊：${}^{4}_{2}\mathrm{He}$ の原子核を放出する。とび出してくる

${}^{4}_{2}\mathrm{He}$ 原子核の流れをα 線という。したがって

Z（原子番号）が 2 減少し，A（質量数）が 4 減少する。

$${}^{A}_{Z}\mathrm{X} \ \rightarrow \ {}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{X}' \ + \ {}^{4}_{2}\mathrm{He}\,(\alpha)$$

●β 崩壊：原子核を構成する中性子が，核内で陽子に変わり，その際電子を核外に放出する。このとび出してくる電子の流れをβ 線という。したがって Z が 1 増加し，A は不変である。

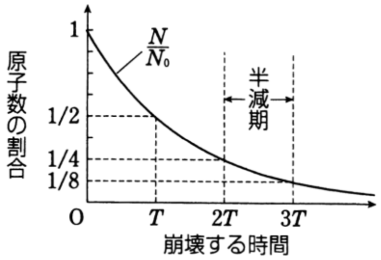
$${}^{A}_{Z}\mathrm{X} \ \rightarrow \ {}^{A}_{Z+1}\mathrm{X}' \ + \mathrm{e}^-(\beta)$$

●γ 崩壊：原子核が電磁波（γ 線）を出して，より低いエネルギー状態になる。
Z も A も不変。

$${}^{A}_{Z}\mathrm{X}\ \text{（励起状態）} \rightarrow \ {}^{A}_{Z}\mathrm{X}\ \text{（基底状態）} + \gamma$$

放射線	本体	崩壊	電荷	電離作用	物質透過力	遮へい材
α 線	${}^{4}_{2}\mathrm{He}$ の原子核	α 崩壊	$+2e$	大	小	厚紙
β 線	高速の電子	β 崩壊	$-e$	中	中	木板
γ 線	電磁波	γ 崩壊	0	小	大	鉛板

●半減期：元素が崩壊して，はじめの量の半分に減るまでの時間をその元素の半減期という。半減期 T なる元素の時刻 $t=0$ における量を N_0 ，時刻 t における量を N とする，単位時間，単位量あたりの崩壊量を λ（崩壊定数）とすると，単位時間あたりの崩壊量は λN だから



$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \qquad \therefore \int \frac{dN}{N} = -\int \lambda dt \qquad \therefore \log_e N = -\lambda t + C \qquad \therefore N = C' \cdot e^{-\lambda t}$$

ここで，$t=0$ で $N=N_0$ だから，$C'=N_0$ $\quad \therefore N = N_0\, e^{-\lambda t}$ $\quad t=T$ で，$N=\dfrac{N_0}{2}$ だから，

$$\lambda T = \log_e 2 \qquad \therefore \quad N = N_0 e^{-\frac{\log 2}{T}t} = N_0\left(e^{-\log 2}\right)^{\frac{t}{T}} = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

放射能元素の半減期：$\boxed{N = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}}$

1 ベクレル（Bq）：原子核が毎秒 1 個の割合で崩壊するときの放射能の強さ

1 グレイ（Gy）：物質 1kg 当たり 1J のエネルギーが吸収されるような線量

1 シーベルト（Sv）：人体が放射線を受けたとき，放射線の種類やエネルギーなどによる人体への影響の違いを考慮して，吸収線量を修正した量。

■核反応・核分裂・核融合■

●核反応で保存する物理量

・核子数（質量数 A）の保存　　・電荷（原子番号 Z）の保存　　・運動量の保存

・相対論的エネルギーの保存（異なる核では結合エネルギーが異なる）

●核反応で発生するエネルギー：Q

核反応で減少した質量をΔm とすると，$Q = \Delta mc^2$　　これは，核反応における運動エネルギーの増加に対応する。なお，$Q > 0$：発熱反応　，$Q < 0$：吸熱反応

●核反応の例

質量数 50～60 くらいの中位の核の結合エネルギーが最も大きいため，それより小さい核が融合したときや，それより大きい核が分裂したときは，その結合エネルギーの差に等しい運動エネルギーを生み出す。前者を核融合，後者を核分裂という。

核反応：原子核を構成している核子の組みあわせが変わる反応

(例)　$^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{17}_{8}\mathrm{O} + {}^{1}_{1}\mathrm{H}$

核分裂：原子核が 2 つ以上の原子核に分裂すること

(例)　$^{235}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{92}_{36}\mathrm{Kr} + {}^{141}_{56}\mathrm{Ba} + 3\,{}^{1}_{0}\mathrm{n}$

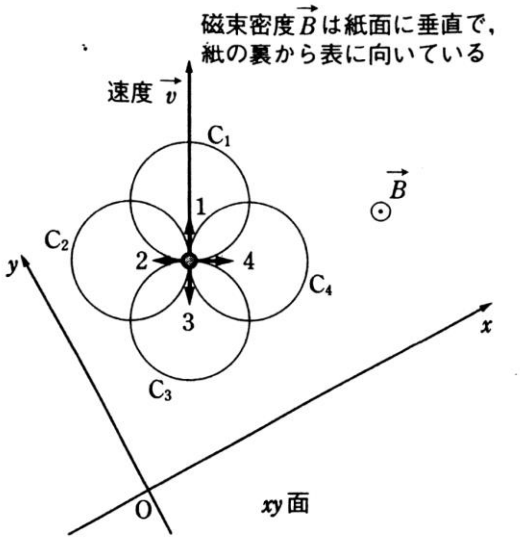
核融合：2 つ以上の原子核が 1 つの原子核に融合すること

(例)　$^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{2}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{3}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}$

<NOTE>

＜予習問題＞

【１】磁束密度 $\vec{B}$ で表される一定の磁場の中を，質量 m，電荷 q の粒子が運動している。$\vec{B}$ の方向を z 軸の正の方向とし，粒子の運動が xy 面内に制限されているとして，次の問いに答えよ。



A.古典力学による考察

ある瞬間における粒子の速度が，図のように xy 面内のベクトル $\vec{v}$ であったとして，その運動を，まず古典力学（量子論以前の物理学）を用いて考えてみよう。

（１）この粒子が磁場から受けるローレンツ力 $\vec{F}$ の大きさ F はいくらか。
また，$q > 0$ とするとき $\vec{F}$ はどちらを向いているか。図の中の番号を用いて答えよ。

（２）このローレンツ力によって，粒子は円運動をする。その円軌道として正しいものを図の中の C_1～C_4 から選べ。また，軌道の半径 r と角速度（角振動数）ωをそれぞれ求めよ。

B.量子論による考察

古典力学では，上で考えたように，任意の速度に対して円運動が可能である。しかし，量子論を考慮すると，ド・ブロイ波の干渉効果のため，定常状態では円軌道上に定常波ができるという特別な状態のみが実現され，粒子の軌道半径 r も速さ v もとびとびの値しかとれないことになる。この事情を以下で考察しよう。

（３）ド・ブロイの関係式を用いて，この粒子の運動を物質波の立場から見るとき，その波長λはいくらか。ただし，プランク定数を h とする。

（４）円軌道上に n 波長のド・ブロイ波が立っている状態を，n 番目の定常状態と呼ぶことにしよう。もちろん n は自然数である。n 番目の定常状態において，円軌道の半径 r と波長λの間に成りたつ関係を式で表せ。

（５）上の（２），（３）から明らかなように，軌道半径 r とド・ブロイ波長λは，ともに粒子の速さ v の関数である。したがって，前問（４）で求めた条件は，速さ v に対する方程式を与えていることがわかる。この方程式を解いて，n 番目の定常状態における v の値 v_n を n の関数として求めよ。

（６）上で求めた v_n の値を（２）の結果に代入することにより，n 番目の定常状態の軌道半径 r_n を n の関数として求めよ。

（７）n 番目の定常状態の周期 T_n を求めよ。ボーアの原子模型における n 番目の定常状態では，$r_n \propto n^2$（$\propto$は比例関係を示す），$v_n \propto n^{-1}$ であったため，$T_n \propto n^3 \propto r_n{}^{3/2}$ となって惑星運動のケプラーの法則と同じ関係が周期 T_n と軌道半径 r_n の間に成立していた。
我々の問題では，T_n と n の関係はどうなるか。

（８）上で求めた v_n の値から運動エネルギー K_n を計算し，その結果を（２）で求めた角速度 ω を用いて表せ。

（９）n 番目の定常軌道が囲む磁束（磁束密度×面積）はいくらか。ただし，粒子の運動が作り出す磁束は無視できるものとする。ここに求められた磁束は，q が素電荷の場合，超伝導体の輪の中に閉じ込められる磁束と同じもので，磁束量子とよばれる最小単位の整数倍の形になっている。

（1999 年　早稲田大）

【２】

光電管とよばれる装置を用いて図 1 のような回路をつくる。光電管 T の前にはしぼり S がつけられ，光電管に当てる光の強さを調節できるようになっている。

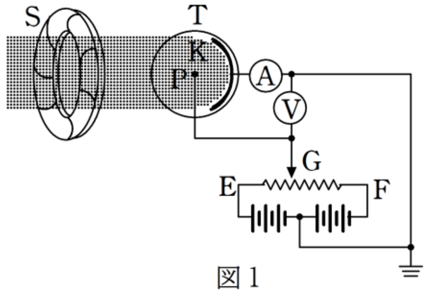


図 1

〔A〕最初に，このしぼり S の大きさを一定にして振動 ν〔Hz〕の光を当てる。また，光電管の陽極 P と陰極 K の間の電圧は，可変抵抗 EF の接点 G の位置を変えることによって，調節することができる。接点 G をゆっくりと移動させ，PK 間の電圧 V〔V〕を増加させたところ，$-V_0$〔V〕のときから PK 間に電流が流れはじめ，その電流の強さ I〔A〕は図 2 のように変化した。このとき，

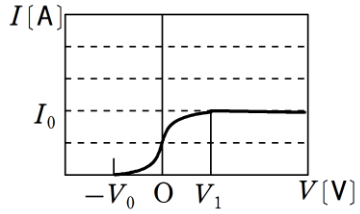


図 2

(1)　電圧が $-V_0$〔V〕より小さいときに電流が流れないの

(2)　陰極 K から飛び出す電子のもつエネルギーの最大値　こ
なるか。

(3)　PK 間の電圧が大きくなる($V>V_1$)と，電流の大きさが一定になるのはなぜか。

〔B〕光の振動数 ν〔Hz〕は変えずに，しぼりの大きさを変えて通過する光の量を 2 倍にして〔A〕と同じ実験をくり返したとき，

(4)　PK 間の電圧が $V>V_1$ となるとき，電流の大きはどうなると予想されるか。

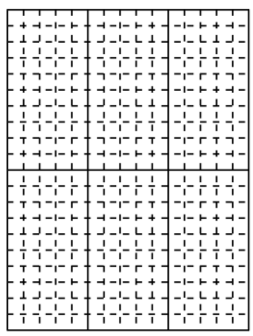
(5)　また，PK 間に電流が流れはじめる電圧 $-V_0$〔V〕の値はどうなると予想されるか。

〔C〕次に，しぼり S の大きさを〔A〕の状態に戻し，光の振動数 ν〔Hz〕を変えて PK 間に電流が流れはじめる電圧 $-V_0$〔V〕を測定したところ，表 1 のような結果が得られた。

表 1

振動数 ν〔Hz〕	V_0〔V〕
0.7×10^{15}	0.6
1.0×10^{15}	1.8
1.2×10^{15}	2.6
1.3×10^{15}	3.0

(6)　陰極 K から飛び出す電子のもつエネルギーの最大値 K_0〔eV〕を表 1 からそれぞれの振動数に対して求め，その結果をグラフ用紙にプロットして直線で近似せよ。ただし，グラフの横軸は振動数，縦軸はエネルギーの最大値とする。



(7)　光の振動数を小さくすると，ある振動数より小さな振動数では，PK 間に電流が全く流れなくなった。この振動数のことを何というか。

(8)　その振動数が表 1 を利用して描いたグラフからわかるなら，その大きさを求めよ。

(9)　(7)の振動数の光がもつエネルギーは，電子が陰極の金属から飛び出すときに必要な最低限のエネルギー W に等しい。このエネルギーを何というか。

(10)　(6)で描いたグラフからエネルギー W を求めると，いくらになるか。

（2000 年　兵庫医科大）

<NOTE>

【３】次の文の$\boxed{\quad}$に適した式を，$\boxed{\boxed{\quad}}$に適した数値を，また，｛　　｝については正しいものの番号を選び，それぞれの解答欄に記入せよ。

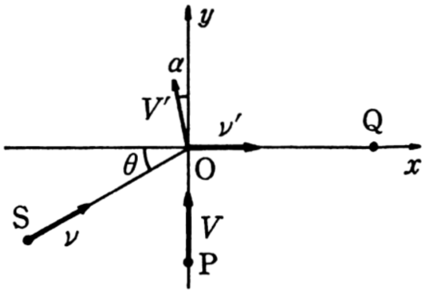


図1

図１のように，y 軸に沿って正方向に速さ V[m/s]で進む，質量 M[kg]の微粒子 P の流れがある。この粒子に，静止している光源 S から出る振動数ν[Hz]のレーザー光を，原点 O に向かって，x 軸と角度θ[rad]をなす方向から当てる。
プランク定数を h [J・s]，光の速さを c [m/s]とすると，振動数νの光は，エネルギー$h\nu$[J]，運動量$\dfrac{h\nu}{c}$ [J・s/m]をもつ粒子（光子）の流れであるとみなされる。

ここで，光子１個と粒子１個との弾性衝突を考える。衝突後，光子は x 軸の正方向に進み，その振動数がν' [Hz]となり，粒子は y 軸の正方向と角度α[rad]をなして進み，その速さが V' [m/s]になったとする。このとき，x 軸方向の運動量保存の式$\boxed{\text{イ}}$，y 軸方向の運動量保存の式$\boxed{\text{ロ}}$，およびエネルギー保存の式$\boxed{\text{ハ}}$が成り立つ。これらの式からαと V'を消去すると，ν，ν'，V，θの間の関係式$\boxed{\text{ニ}}$を得る。

関係式ニにおいて，粒子の質量 M は十分大きく，そのため$\dfrac{V}{c}$ を含む項に比べて，$\dfrac{h\nu}{Mc^2}$ または$\dfrac{h\nu'}{Mc^2}$ を含む項は無視できるものとすると，ν'は$\boxed{\text{ホ}}$[Hz]となる。

（1985 年　京都大）

＜演習問題＞

【１】

図 1 に示すように，X 線発生管内で陰極から初速度 0 で放出された電子を，加速電圧 V で加速して陽極に衝突させると，図 2 のスペクトルをもつ X 線が発生した。この X 線は，連続 X 線と波長 λ_1 および λ_2($\lambda_1 < \lambda_2$)の特性 X 線(固有 X 線)からなる。この X 線を，図 1 に示すように結晶に入射するとする。この場合について，以下の問いに答えよ。ただし，電子の質量を m，電子の電荷を $-e$，プランク定数を h，光の速さを c とする。

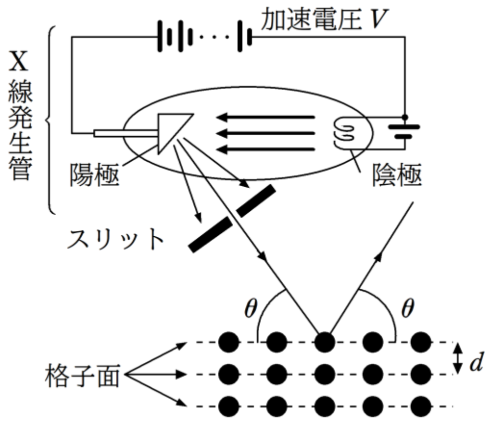


図 1

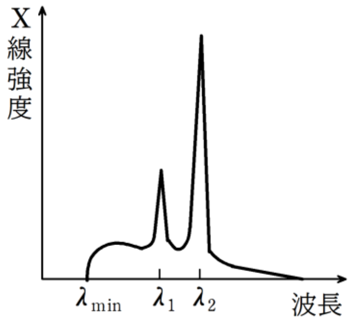


図 2

(1)　陽極に衝突する直前の電子の速さ v_0 と，物質波としての電子の波長 λ_0 を V，m，e，h，c のうち必要なものを用いて表せ。

(2)　加速電圧 V をさらに大きくするとき，発生する X 線について下記の問いに答えよ。

(a)　連続 X 線の最短波長 λ_{min} はどうなるか述べよ。また，λ_{min} を V，m，e，h，c のうち必要なものを用いて表せ。

(b)　特性 X 線の波長はどうなるか述べよ。

(3)　加速電圧 V で発生した X 線を，図 1 に示すようにスリットを通して面間隔 d の格子面に対し角度 θ で入射する。入射角度 θ を 0°から徐々に大きくするとき，反射角度 θ 方向の X 線強度が先に極大になるのは，波長 λ_1 と λ_2 の特性 X 線のどちらか。その理由も述べよ。

(4)　図 1 の X 線発生管で発生した X 線のかわりに，電子線を結晶に入射しても，回折が起こる。面間隔 d が 2.0×10^{-10} m である格子面に対して，入射角度 $\theta=30°$ で電子線を結晶に入射する。入射電子のエネルギーを 1 keV から 2 keV まで変化させるとき，反射角度 $\theta=30°$ 方向の電子線強度が極大を示す回数を求めよ。ただし，$m=9.1\times10^{-31}$ kg，$e=1.6\times10^{-19}$ C，$h=6.6\times10^{-34}$ J・s とする。

（2005 年筑波大）

【２】炭素の原子番号は 6 であるが，自然界には質量数が 12 の $^{12}_{6}\mathrm{C}$ と質量数が 13 の $^{13}_{6}\mathrm{C}$ の 2 種類の安定な同位体が存在する。このほかに質量数 14 の $^{14}_{6}\mathrm{C}$ がごく微量あるが，これは放射性の同位体で半減期 5730 年で β 崩壊をする。$^{14}_{6}\mathrm{C}$ は宇宙線によって作られるが，作られる量と β 崩壊によって失われる量がつりあっていて，大気中に場所によらず一定の割合で含まれている。この割合は全炭素原子核数の 10^{-12} 程度であり，大気中の炭素 1g 当たり毎分 15.3 個の β 崩壊が起こる量に相当する。この割合は昔も今も同じであると考えられている。生きている植物は光合成により大気から常に炭素を取り込んでいる。この炭素は食物連鎖によって動物にも取り込まれる。したがって，$^{14}_{6}\mathrm{C}$ は生きている生物体にも大気中と同じ割合で常に存在することになる。生物が死ぬと，その時点から $^{14}_{6}\mathrm{C}$ を新しく取り込めなくなるので，生物体内における $^{14}_{6}\mathrm{C}$ の割合は $^{14}_{6}\mathrm{C}$ の半減期にしたがって減少する。以下の設問に答えよ。

〔Ⅰ〕$^{14}_{6}\mathrm{C}$ が β 崩壊してできる原子核の原子番号と質量数はそれぞれいくらか。

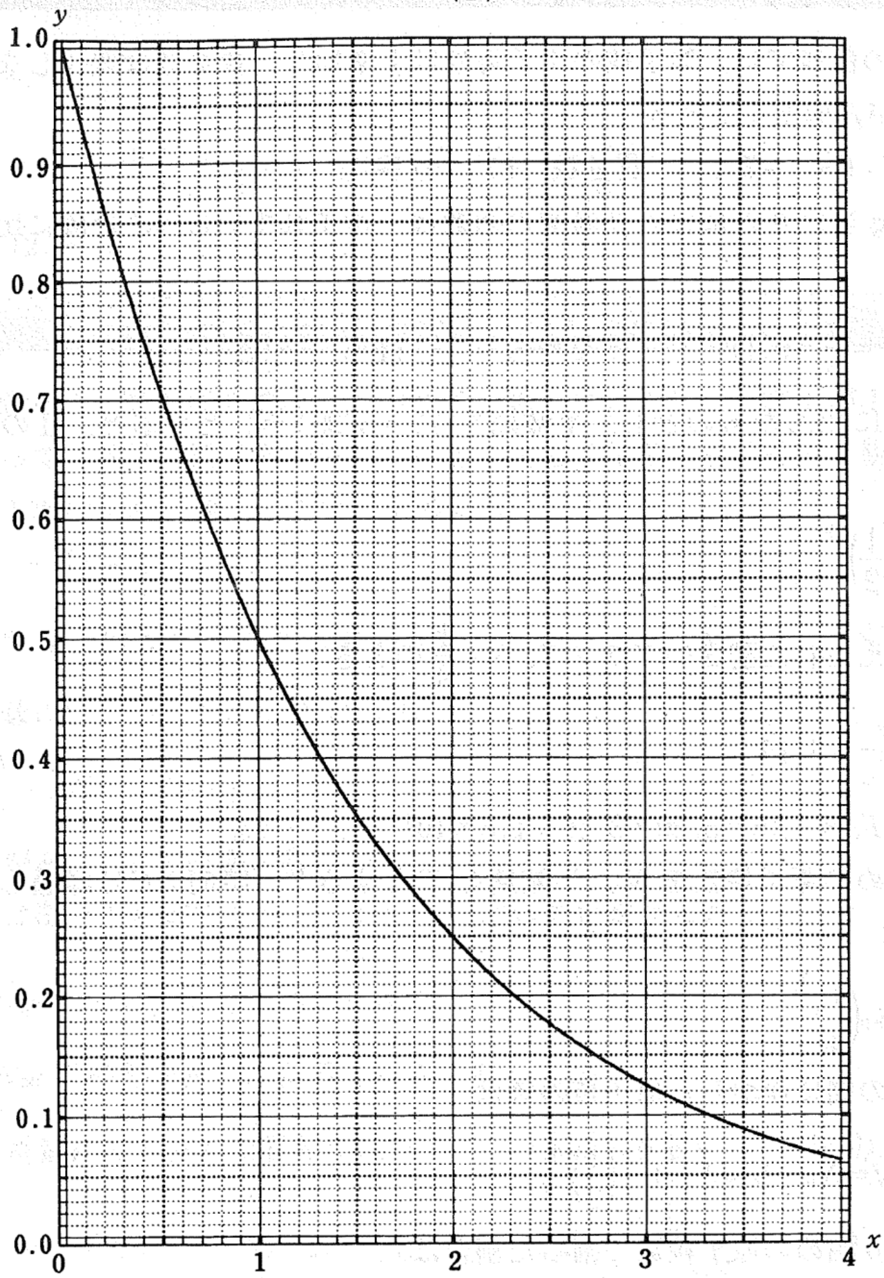
〔Ⅱ〕ある古い生物の死体に含まれる炭素を調べてみると，炭素 1g 当たり毎分 1.7 個の $^{14}_{6}\mathrm{C}$ の β 崩壊が起きている。この生物体中の総炭素原子核数に占める $^{14}_{6}\mathrm{C}$ の数の割合は，大気中での割合と比べて何%になっているか。

〔Ⅲ〕この生物はおよそ何年前に死んだものか。図に関数 $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x}$ のグラフを示す。このグラフから必要に応じて数値を読みとってよい。

〔Ⅳ〕半減期を単位にして計ったある時間（たとえば半減期の 10 万分の 1）のあいだに崩壊する原子核数を計り始めの原子核数で割った割合は，どのような放射性同位体でも半減期と無関係に一定であることを示せ。

〔Ⅴ〕1 秒間に崩壊する原子核の数を放射能の強さという。三重水素 $^{3}_{1}\mathrm{H}$ も放射性の同位体でやはり β 崩壊をする。いま，$^{14}_{6}\mathrm{C}$ 1.0g と，$^{3}_{1}\mathrm{H}$ 0.46mg の放射能の強さを比べたら，たがいに同じであった。$^{3}_{1}\mathrm{H}$ の半減期を求めよ。$^{3}_{1}\mathrm{H}$ の質量を 3.0[u]，$^{14}_{6}\mathrm{C}$ の質量を 14[u]とせよ。

$$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$$



（1995 年　東京大）

◆第７回 総合演習①◆

＜予習問題＞

【１】

解答時間 15 分

　ケプラーは惑星が太陽を 1 つの焦点として楕円運動していることを見出した。このことに関連した次の問に答えよ。ただし，太陽の質量を M[kg]，惑星の質量を m[kg]，万有引力定数を G[N･m^2/kg^2]とし，太陽および惑星は質点とみなせるものとする。

（１）惑星と太陽を結ぶ線分が単位時間に通過する面積を面積速度といい，線分の長さ r，速さ v，線分と速度のなす角 θ を用いて，$\dfrac{1}{2}rv\sin\theta$ と表される。ケプラーは，惑星が楕円軌道を運行しているとき，この面積速度が一定であることを見出した。惑星が太陽に最も近づいた位置(近日点)における惑星と太陽との距離を r_1 [m]，惑星の速さを v_1 [m/s]，最も離れた位置(遠日点)における惑星と太陽との距離を r_2 [m]，惑星の速さを v_2 [m/s]とするとき，$\dfrac{v_1}{v_2}$ を r_1 および r_2 を用いて表せ。

（２）惑星の力学的エネルギーE[J]を{m，M，G，r_1，r_2}のうち適当と思われる記号を用いて表せ。ただし，位置エネルギーは無限遠点における値をゼロとする。

（３）面積速度 S[m^2/s]を{m，M，G，r_1，r_2}のうち適当と思われる記号を用いて表せ。

（４）楕円は 2 つの焦点からの距離の和が一定であるような点の集まりである。楕円の長軸の長さ $2a$ [m]，短軸の長さ $2b$ [m]として r_1，r_2 を a および b を用いて表せ。

（５）楕円の面積は πab [m^2]で表される。これを利用して惑星の公転周期 T [s]を{m，M，G，a，b}のうち適当と思われる記号を用いて表せ。

（2010 年　大阪医科大）

【２】

$\boxed{\text{解答時間 5 分}}$

次の空欄を埋めよ。

凸レンズの光軸上で，レンズから 60cm 離れた場所に，光軸に垂直に平面鏡が置かれている。レンズに対して平面鏡と反対側の光軸上で，レンズから 20cm だけ離れた A 点に小物体を置いたところ，その実像が A 点にできた。次に小物体を光軸に沿ってレンズからさらに遠ざけて，レンズから（　　）だけ離れた B 点に置いたところ，このときにも物体の実像が B 点にできた。

（2007 年　兵庫医科大）

【３】

解答時間 20 分

なめらかに動くピストンのついたシリンダーの内部に，圧力 $p_A = 1.0\times10^5$Pa, 体積 $V_A = 1.0\text{m}^3$ の理想気体が閉じ込められている（$1\text{Pa} = 1\text{N/m}^2$ である)。この状態を状態 A と呼ぶことにする。この気体の定圧モル比熱を $C_p = 21$J/mol・K，気体定数を $R = 8.3$J/mol・K とする。図 1 に示したように，シリンダー内の気体の圧力を一定に保ったまま，ゆっくりと気体を暖めて体積を $V_B = 2.0\text{m}^3$ に膨張させる。この状態を状態 B と呼ぶ。以下の（１）から（６）の問いに，有効数字 2 桁で単位をつけて答えよ。

（１）シリンダー内の気体が外部に対してする仕事 W_{AB} を求めよ。

（２）シリンダー内の気体に加えられる熱量 Q_{AB} を求めよ。

（３）シリンダー内の気体の内部エネルギーの増加 ΔU_{AB} を求めよ。

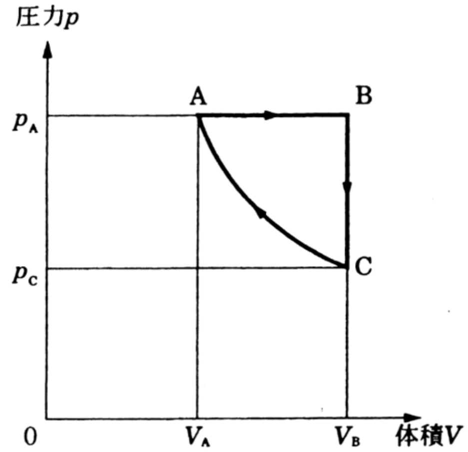


図 1

次に，シリンダー内の気体の体積を $V_B = 2.0\text{m}^3$ に保ったまま，熱を徐々に奪って圧力を p_C に減少させる。この状態を状態 C と呼ぶ。その状態 C から温度を変えずに徐々に体積を初期状態 A の $V_A = 1.0\text{m}^3$ に収縮させたとき，圧力も初期の $p_A = 1.0\times10^5$Pa にもどった。

（４）状態 C における圧力 p_C を求めよ。

（５）状態 B から状態 C に移るときの，シリンダー内の気体の内部エネルギーの変化 ΔU_{BC} を求めよ。正負の符号をつけて答えよ。

（６）状態 B から状態 C に移るときにシリンダー内の気体が吸収する，あるいは失う熱量 Q_{BC} を，前問（５）の結果を利用して求めよ。ただし，吸収する場合の Q_{BC} を正，失う場合の Q_{BC} を負とし，正負の符号をつけて答えよ。

（2002 年　名古屋大）

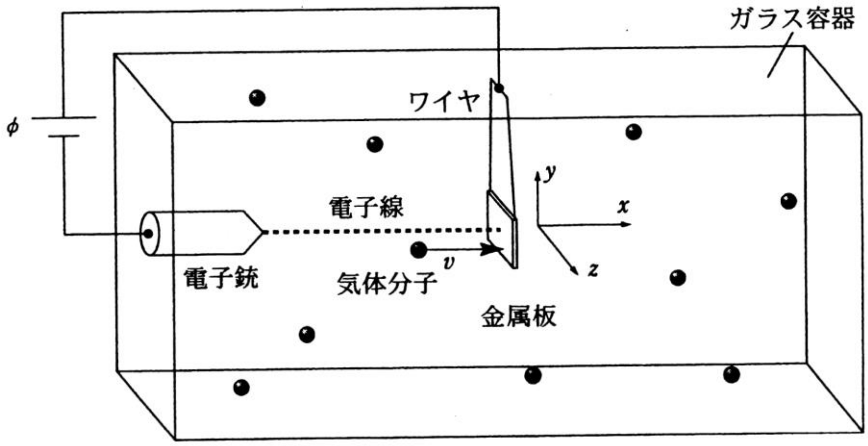
<NOTE>

＜演習問題＞

【１】

解答時間 25 分

図のように，密閉されたガラス容器（容積 V）のなかに，導電性のワイヤで吊り下げた金属の板（面積 S）と電子銃が取り付けられている。電子銃からは電子が初速度 0 で出る。その電子は電圧 ϕ で加速されて板に垂直に衝突する。この容器には，気体分子同士の衝突を考えなくてよいほど希薄な気体（n モル）が存在している。電子銃から出た電子は，直接板に力を与える以外に，気体分子を介して間接的に別に力を板に及ぼす。それぞれの力を求めるため，気体は理想気体の状態方程式に従うものとして，以下の問いに答えよ。電子の電荷と質量をそれぞれ $-e$（$e>0$），m，気体分子の質量を M，アボガドロ数を N_A，気体定数を R とする。また，図のように，電子銃から板に垂直に向かう方向を x 軸，それと直交する 2 方向を y 軸，z 軸とする。ただし，電子銃，板，ワイヤの体積は無視してよいものとする。



〔Ⅰ〕まず，電子銃から出た電子が板に直接与える力を求めよう。ただし，すべての電子は板に垂直に衝突し，板で反射されることなく吸収されるものとする。

（１）電子銃から出て加速された 1 個の電子が，板に衝突する際に板に与える力積を，ϕ，e，m を用いて表せ。

（２）電子の流れ（電子線）によって生じる電流が I であるとき，板の表面に垂直に加わる平均の力 F を，I，ϕ，e ，m を用いて表せ。

〔Ⅱ〕次に，電子線を照射していない状態で，気体分子が板に及ぼす力を考えよう。状況を簡単化して，気体分子の 1/3 は x 軸方向に，1/3 は y 軸方向に，残る 1/3 は z 軸方向に，それぞれ同じ速さ v で運動しているものとする。また，それぞれの軸方向に運動する分子の半数ずつは互いに反対向きに運動しているものとする。

（１）単位時間に板の片側に入射する気体分子の数を，n，v，S，V，N_A を用いて表せ。

（２）気体分子と板の衝突が弾性衝突のとき，気体が板に及ぼす圧力 P を，n，v，M，V，N_A を用いて表せ。ただし，板は十分重くて動かないものとする。

（３）理想気体の状態方程式を利用して，v を M，N_A，R および気体の絶対温度 T を用いて表せ。

（4）実際には，気体分子と板の衝突は弾性衝突ではなく，むしろ完全非弾性衝突となることが多い。そのような気体分子は，板に衝突して板の表面に一旦吸着される。しかし，吸着された分子は再び表面から放出され，単位時間に板に入射し吸着される分子数と板から放出される分子数がつりあった状態になる。板の表面の温度が T' であるとき，吸着された分子は〔Ⅱ〕（3）の T を T' に置き換えた速さで板の表面から垂直に放出されるものとする。ここでは $T' = T$ とし，入射するすべての分子が板とこのように完全非弾性衝突するとして，気体分子が吸着・放出によって板に及ぼす圧力を，n，v，M，V，N_A を用いて表せ。ただし，吸着による気体中の分子数の減少は無視できるものとする。また，板は動かないものとする。

〔Ⅲ〕電子線照射によって板に間接的に加わる別の力を考えよう。

（1）電子線を照射していると，入射電子の運動エネルギーによって照射面の温度 T_1 は反対側の面の温度 T_2 より，ΔT だけ上昇する。この場合，単位時間に板に入射し吸着される分子数と板から放出される分子数がつりあった状態でも，両面に気体分子が及ぼす圧力に差が生じ，板には力 f が加わる。その理由と力 f の向きを答えよ。ただし，板に入射する気体分子の温度 T と，電子照射面の反対側の面の温度 T_2 は等しく，電子線照射前と変わらないものとする。

（2）〔Ⅲ〕（1）の力 f を，T，ΔT，S および電子線照射前の圧力 P を用いて表せ。ただし，温度上昇 ΔT は十分小さく，電子照射面では一様とする。また，$|x|$ が 1 より十分小さいときに成り立つ近似式 $\sqrt{1+x} \fallingdotseq 1 + x/2$ を用いてよい。

（2006 年　東京大）

【２】
以下の問いの答えを解答用紙の該当欄に記入せよ。

図 1 に示すように，ドーナツ形の鉄心に巻いたコイルに電流を流して磁束を発生させる。磁束はドーナツ形鉄心の中を通り，外部には漏れないものとする。抵抗 R の一様な線の両端をつないで，鉄心を中心に円形リング APBQ をつくった。コイルに電流を流して，鉄心中の磁束 Φ を矢印の方向に時間に比例して増加させるとき，以下の問いに答えよ。ただし，時間 Δt の間の磁束の変化を $\Delta\Phi$ とし，円形リングに流れる電流による磁束の変化は考慮しないものとする。

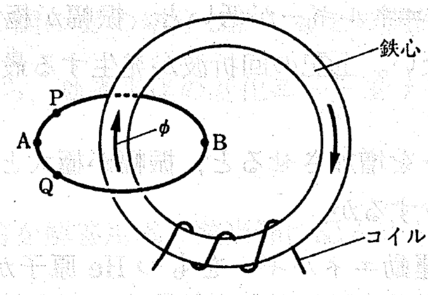


図 1

問 1　円形リング APBQ を流れる電流はいくらか。

問 2　この電流の向きは，(a)　A→P→B ，(b)　A→Q→B のどちらか。記号(a)，(b)で答えよ。

ここで図 2－1，2－2，2－3 に示すように，リングの円周の $\frac{1}{4}$ の円弧 PQ の両端に電圧計を 3 通りの方法で接続し，それぞれの場合に上記と同様に磁束を増加させる。このとき，以下の問いに答えよ。ただし，符号に関する問いについては，P あるいは Q で答え，電圧計の読みがゼロのときは，符号欄に×印をかけ。

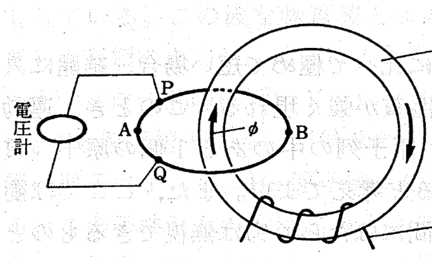


図 2-1

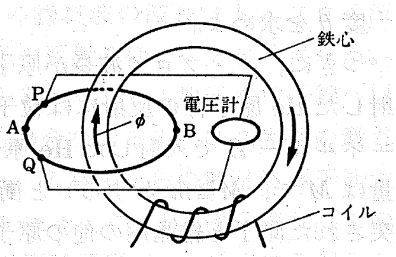


図 2-2

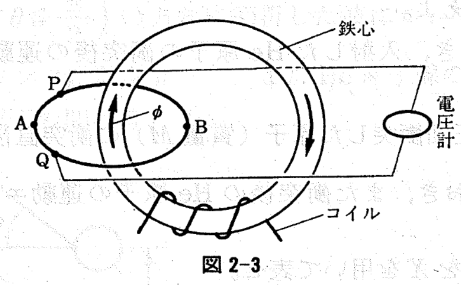


図 2-3

まず，円形リング APBQ が A 点で切りはなされている場合に，各電圧計の読みを調べてみよう。ここでは，電圧計の内部抵抗が十分大きいので，電圧計には電流が流れないと近似する。

問 3　図 2－1 における電圧計の読みを与えられた量で表せ。また，その符号をプラス側の記号で答えよ。

問 4　図 2－2 における電圧計の読みを与えられた量で表せ。また，その符号をプラス側の記号で答えよ。

問 5　図 2－3 における電圧計の読みを与えられた量で表せ。また，その符号をプラス側の記号で答えよ。

つぎに，円形リング APBQ を閉じる。また，電圧計の内部抵抗を r とする。このとき，P，Q に接続した電圧計の読みについて，以下の問いに答えよ。

問 6　図 2－1 における電圧計の読みの符号を，プラス側の記号で答えよ。

問 7　図 2－1 において，電圧計に流れる電流の大きさを求めよ。

問 8　図 2－1 において，r が R に比べて十分大きいとして，$\dfrac{r}{R} \to \infty$の極限での電圧計の読みを，与えられた量で表せ。

問 9　図 2－2 における電圧計の読みの符号を，プラス側の記号で答えよ。

問 10　図 2－2 において，$\dfrac{r}{R} \to \infty$の極限での電圧計の読みを，与えられた量で表せ。

（1994 年　早稲田大）

◆第８回　総合演習②◆

＜予習問題＞

【１】

解答時間 25 分

図 1(a)に示すように，質量 m [kg]の小物体，斜面 AB，水平面 BC，水平な上面 DE をもつ質量 M [kg]の台，点 O を中心とする半径 R [m]の円弧状斜面 FL がある。点 O は点 F の鉛直線上にある。斜面 AB と水平面 BC の接続は滑らかで，接続部は十分短く斜面 AB は平面と考えられる。斜面 AB の傾斜角はθ [rad]であり，点 A は点 B より h [m]高い。台は，ばね定数が k [N/m]で質点が無視できるばねにより支えられている。最初，台は静止しており，面 DE と水平面 BC は同じ高さにある。台は面 DE を常に水平に保ち上下方向にのみ運動可能である。重力加速度の大きさを g [m/s^2]とする。また断りのない限り，空気抵抗，小物体の大きさ，小物体と面との間の摩擦，台とそれが接している面との間の摩擦は無視できるものとする。以下の問いに答えよ。

問 1　次の文章中の〔　ア　〕から〔　オ　〕の空欄を適当な数式で埋めよ。

小物体を点 A に置き，静かに離した。斜面 AB を滑り，点 B に達した小物体の速さは〔　ア　〕となった。その後小物体は水平面 BC 上を移動し，滑らかに面 DE に進入した。すると台は移動する小物体を乗せたまま下降しはじめた。小物体を乗せた台の運動は，ばねによる上下方向の単振動と同じと考えると，単振動の振幅は〔　イ　〕，周期は〔　ウ　〕である。半周期後，台が下降から上昇に転じる瞬間，図 1(b)のように面 DE の高さは点 F と同じになり，また，小物体はちょうど点 E に達した。このとき DE 間の距離は〔　エ　〕である。その後，小物体は滑らかに円弧状斜面 FL に乗り移り，台は振幅〔　オ　〕で単振動した。

問 2　その後の小物体と台の運動について以下の問いに答えよ。

（１）小物体は円弧状斜面を登り，FL 上の点 G まで達したあと，逆方向に下り始めた。点 G は点 F よりどれだけ高いか。

（２）円弧 FG の長さが半径 R にくらべてかなり小さく，小物体の運動は振幅の小さい単振り子と同じとみなせるとする。このとき，小物体が円弧状斜面 FG を往復する時間を求めよ。

（３）小物体が点 F に戻ってきたとき，ちょうど台は上下に一往復したところであった。したがって面 DE の高さは点 F と同じになり，再び小物体は台に乗り移った。この場合の半径 R を他の記号を用いて表せ。

問 3　その後，小物体は再び台から水平面 BC に乗り移り，最初に点 A でもっていた力学的エネルギーを保ったまま点 B に到達し，斜面 AB を登りはじめた。ところが小物体が点 B に戻るまでの間に斜面 AB の表面の状態が変化して，斜面 AB と小物体の間に，静止摩擦係数μ，動摩擦係数μ' の摩擦が生じるようになった。以下の問いに答えよ。

（１）小物体は斜面 AB の途中で停止した。停止点は B 点よりどれだけ高いか。

（２）小物体が停止したあと，再び滑り落ちないためのμ の条件を求めよ。

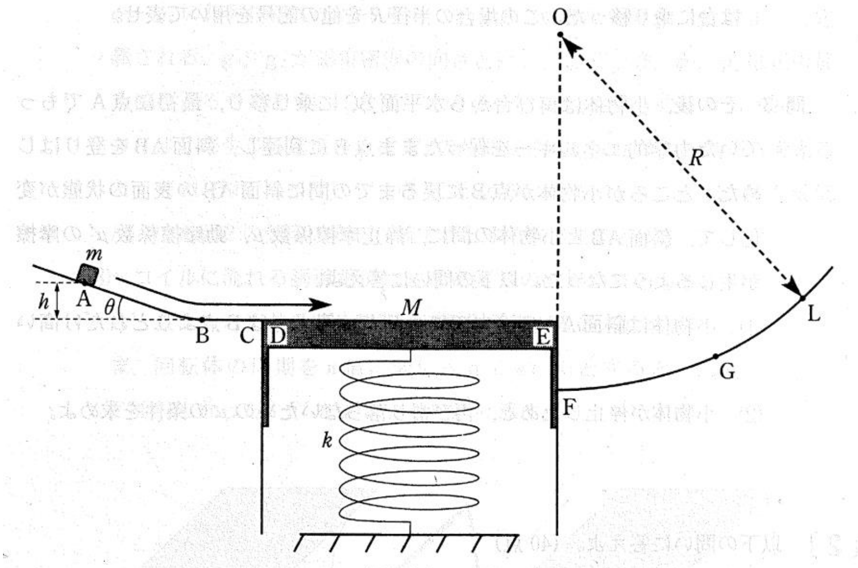


図1(a)

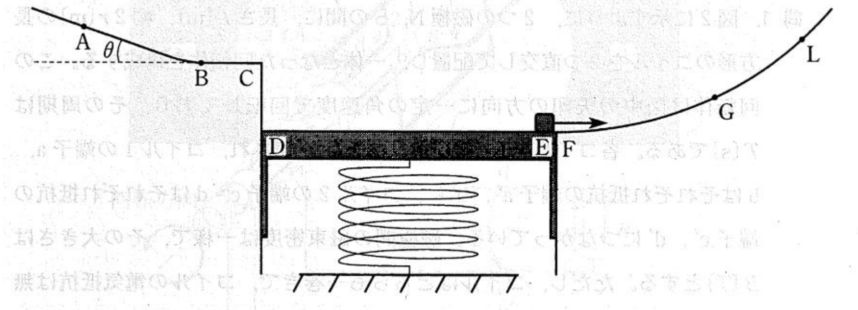


図1(b)

（2006 年　九州大）

【２】

解答時間 20 分

図 1 は，光の干渉実験の装置を示している。スリット S_0 はスリット面 I に，スリット S_1 と S_2 はスリット面 II にあり，S_0 ，S_1 ，S_2 は紙面に垂直である。スリット面 I からスリット面 II までの距離は l ，スリット面 II からスクリーンまでの距離は L である。S_1 と S_2 の間隔は d で，S_1 と S_2 の垂直二等分線上に S_0 とスクリーン上の点 O がある。点 O から x だけ離れたスクリーン上の点を点 P とする。ここで，d および x は，l ，L に比べて十分に小さく，スリットの幅は d に比べて十分狭いとする。

この装置の左方からスリット S_0 に垂直に，波長 λ の平行光を入射させるとスクリーン上に明暗のしまができ，点 O の位置には明線ができた。次の各問いに答えよ。

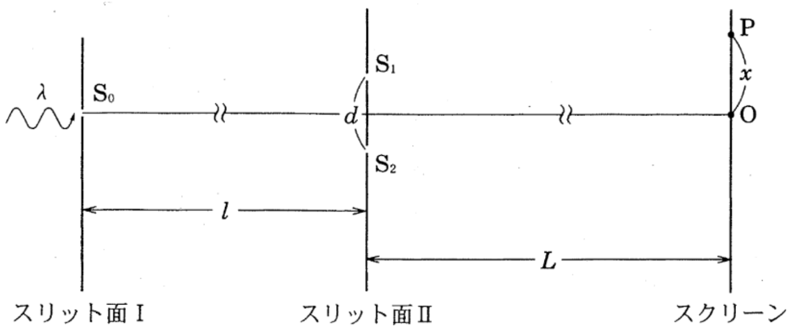


図 1

問 1　もし，点 O の明線の隣の明線が点 P にできているとすると，x はいくらか。

問 2　スリット S_1 ，S_2 から点 P に到着する光の位相差はいくらか。x を用いて表せ。

問 3　図 2 のように，図 1 の状態からスリット S_0 を $\dfrac{d}{2}$ だけ上方に移動したとき，図 1 で点 O にできていた明線は移動した。その移動距離はいくらか。

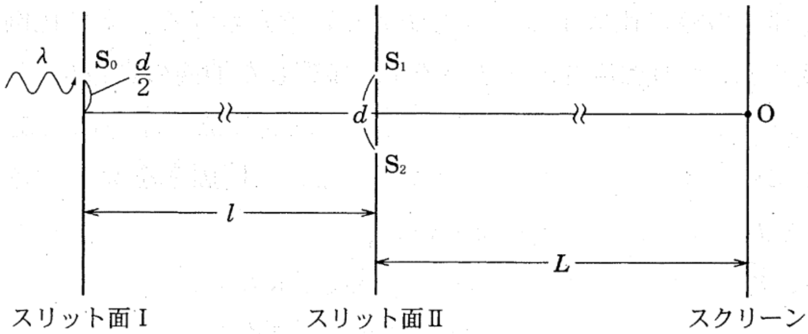


図 2

問4　図3のように，図1の状態からスリット S_1 と S_2 を$\dfrac{d}{2}$だけ上方に移動したとき，図1で点Oにできていた明線は移動した。その移動距離はいくらか。

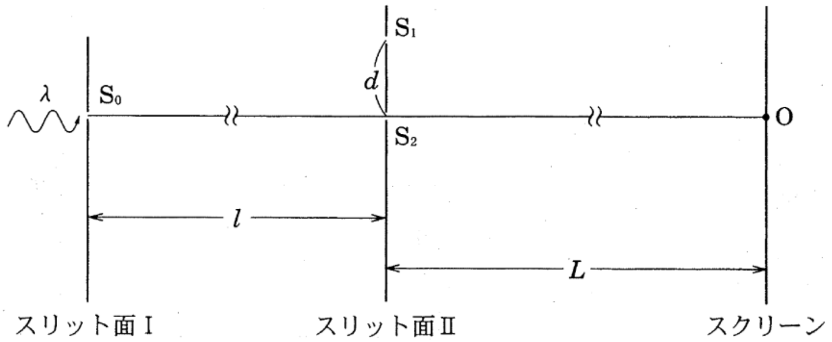


図3

（2003年　東京慈恵会医科大）

＜演習問題＞

【１】

電子や中性子，陽子などの粒子には波動性が伴うことがわかっており，これらの波を物質波という。物質波の波長は，粒子の運動量の大きさ p，プランク定数 h を用いて $\dfrac{h}{p}$ と表される。中性子の物質波(中性子波)の性質を利用して，中性子の質量を測定する実験を行った。実験装置の立体図を図 1 に示す。水平な回転軸のまわりに回転できる回転台の上に，3 個の平板結晶 X，Y，Z がたがいに平行かつ等間隔に固定されている。この結晶部分の平面膜式図を図 2 に示す。それぞれの結晶では，原子配列面(格子面)は平板結晶の表面に平行であり，隣りあう格子面の間隔は d である。以下の文中の$\boxed{\quad}$に適切な数式または数値を書き入れよ。

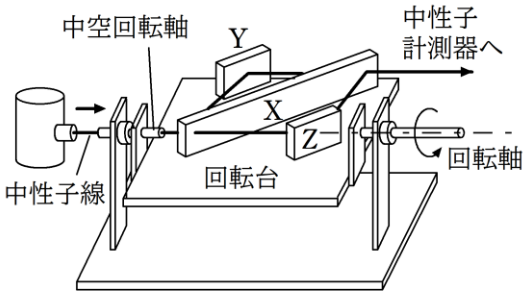


図１

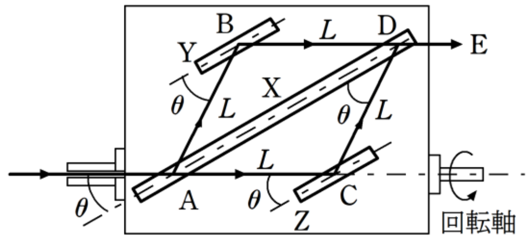


図２

原子炉から取り出した波長 λ の中性子波を, 回転台の中空の回転軸を通して結晶 X にあてる。台の位置を調節し，中性子波の入射方向と格子面のなす角を徐々に大きくしていったところ，角 θ になったときにブラッグ反射が起こった。このとき，波長 λ は$\boxed{\text{ア}}$であることがわかる。この中性子の運動エネルギーを，λ，h，中性子の質量 m のうちの必要なものを用いて表すと$\boxed{\text{イ}}$となる。

図 2 のように，結晶 X で反射した中性子波は経路 AB にそって進み，結晶 Y でさらに反射して D 点に向かって進行する。一方で，中性子波の一部は結晶 X で反射せずに透過し，結晶 Z で反射して D 点に向かう。D 点では，経路 ABD にそって進んできた中性子波の一部がそのまま E 点へ向けて透過し，経路 ACD にそって進んできた中性子波の一部が E 点へ向けて反射する。経路 DE では，両方の中性子波が重なりあっている。経路 AB, BD，AC，CD の長さはすべて L であり，各結晶の厚みの影響は無視できる。

最初, 回転台を水平にしておく。このとき, 経路 ABD を進んできた中性子波と経路 ACD を進んできた中性子波の位相差の絶対値は，D 点において$\boxed{\text{ウ}}$である。

次に，E 点にやってくる中性子波の強度を中性子計測器で測りながら，経路 BD が上になるように回転台を回転させると，中性子波の強度が減少しはじめた。この現象について考えてみよう。重力加速度の大きさを g とする。

A 点から E 点まで経路によらず中性子の力学的エネルギーは保存される。このことを用いると，経路 AC の中性子の運動量の大きさを p，経路 BD の中性子の運動量の大きさを p‘，経路 AC から測った経路 BD の鉛直方向の高さを a として, p と p’ の間には$\boxed{\text{エ}}$の関係式が成りたつ。したがって，経路 AC を進んでいる中性子波の波長 λ と経路 BD を

進んでいる中性子波の波長λ'との間には, a を含む等式$\left(\frac{1}{\lambda}\right)^2-\left(\frac{1}{\lambda'}\right)^2=$ $\boxed{\text{オ}}$ が成りたつ。ここで，λとλ'の差は十分に小さいので，各結晶でのブラッグ反射の角度は a によらず一定とみなすことができ，また，$\left(\frac{1}{\lambda}\right)^2-\left(\frac{1}{\lambda'}\right)^2 \fallingdotseq \frac{2}{\lambda}\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{\lambda'}\right)$となる。これを使うと，経路 ABD を進んできた中性子波と経路 ACD を進んできた中性子波の位相差の絶対値は，D 点において $\boxed{\text{カ}}$ と表される。

回転台を回転させてから中性子波の強度が最初に最小となったのは，$a=1.5$ mm のときであった。$\lambda=0.15$ nm，$L=3.5$ cm，$g=9.8$ m/s^2，および $h=6.6\times10^{-34}$ J・s として，中性子の質量 m を kg の単位で有効数字 2 桁で求めると，この実験では $\boxed{\text{キ}}$ となった。なお，1 nm$=1\times10^{-9}$ m である。

（2005 年　大阪大）

【２】

解答時間 30 分

図 1 に示すように断面積が S [m^2]で円筒形のシリンダーとピストンがある。ピストンは気密性を保ちながら滑らかに動く事ができ，底面から高さ h [m]で止まるように作られている。ピストンと底面は金属でできており，他の部分は絶縁体であるとする。全体は真空中に置かれており，特に断らない限り，外部との熱の出入りはないものとする。今，ピストンとシリンダーで囲まれた空間には n モルの単原子分子理想気体が閉じ込められている。気体の誘電率は ε [F/m]であるとして以下の設問に答えよ。

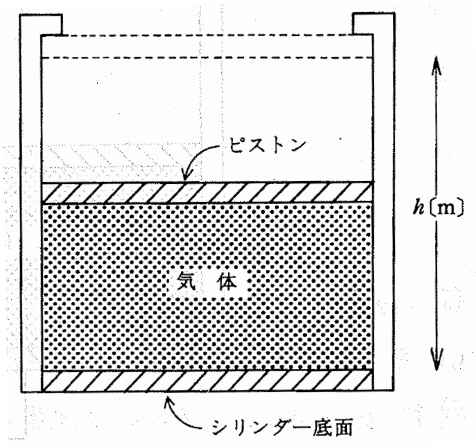


図 1

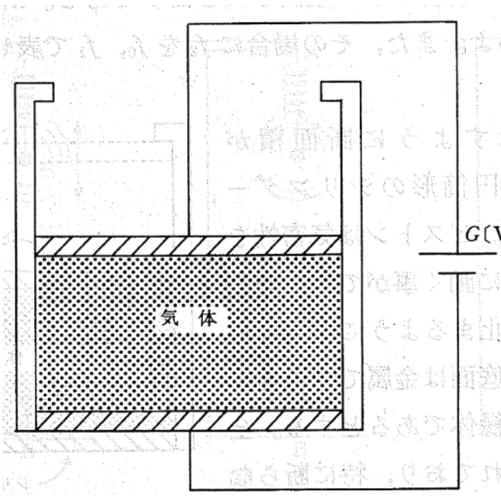


図 2

〔Ⅰ〕ピストンに $+q$ [C]，シリンダー底面に $-q$ [C]の電荷を与えたとき，ピストンは底面から d [m]の距離でつり合った。但しピストンの重さは考えなくてもよい。

（1）このときピストンと底面との間の電界の強さを E [V/m]とすると，それらの間に働く静電気力 F [N]は，$F = \dfrac{1}{2}Eq$ で与えられることを説明せよ。但し電界の強さ E は一様であるとしてよい。

（2）このときの気体の内部エネルギー U [J]と静電エネルギー W [J]を，q ，ε ，S ，d を用いて表せ。

〔Ⅱ〕〔Ⅰ〕の状態で気体に熱をゆっくり加えてゆき，ピストンがちょうど高さ h に達するまで加えた熱量を Q [J] ，そのときの気体の温度を T_1 [K]とする。Q および T_1 を，q ，ε ，S ，d ，h ，n および気体定数 R を用いて表せ。

〔Ⅲ〕〔Ⅱ〕の状態からさらにⅡと同じ熱量 Q を気体に加えた。このときの気体の温度 T_2 [K]と圧力 P_2 [Pa]を，q ，ε ，S ，d ，h ，n および気体定数 R を用いて表せ。

〔Ⅳ〕〔Ⅰ〕の状態でピストンと底面に，図 2 のように電池をつないだところ，ピストンは急に高さ h まで移動した。このとき電池の電圧 G [V]はどのような範囲にあったか答えよ。

（1994 年　東京大－後期）

<NOTE>

◆第９回 総合演習③◆

＜予習問題＞

【１】

解答時間 25 分

文章中の空欄①～⑰にあてはまる適切な式を求め，対応する番号の解答欄に記入せよ。

〔A〕断熱壁でおおわれた球形の容器に 1 モルの単原子分子理想気体が閉じ込められている。容器の体積を V，気体の温度を T とし，気体定数を R とする。球形を保ったまま気体をゆっくり圧縮すると，気体の温度が $\Delta T\ (0<\Delta T \ll T)$ だけ上昇した。微小な体積減少量の大きさを $\Delta V\ (\Delta V>0)$ とすると，$\Delta V \ll V$ が成り立つので，圧縮するとき気体の圧力が変わらないと近似することができる。したがって，

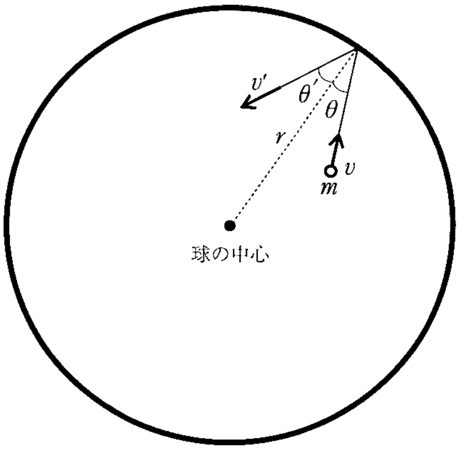
気体になされた仕事は $\boxed{\text{①}}\cdot\dfrac{\Delta V}{V}$ と表される。一方，気体の温度が ΔT だけ

上昇したので，気体の内部エネルギーは $\boxed{\text{②}}\cdot\Delta T$ だけ増加した。その結果，

T，ΔT，V，ΔV の間には，$\dfrac{\Delta T}{T}=\boxed{\text{③}}$ という関係式が成り立つ。

〔B〕上の問題を気体分子の運動の立場から考察してみよう。半径 r の球形の容器に気体分子が閉じ込められている。質量 m の気体分子は，互いに衝突せず，容器の壁とは弾性衝突(はねかえり係数 $e=1$)しているとする。気体を圧縮するとき容器の半径が速さ u で一様に収縮しているとすると，気体分子が器壁ではねかえされるとき，気体分子の速さが増加する。容器の半径が $\Delta r\ (0<\Delta r \ll r)$ だけ減少したとき，この速さの増加量を求めてみよう。

（１）図のように，速さ v の気体分子が入射角 θ で器壁に衝突し，衝突後は速さ v'，反射角 θ' であったとする。器壁の質量は分子の質量に比べて十分大きいので，衝突前後で器壁の動く速さ u は変わらないと考えてよい。気体分子速度の壁に平行な成分の大きさは衝突によって変わらないので，$v'\sin\theta' = v\sin\theta$ であるが，衝突後の壁に垂直な速度成分の大きさ $v'\cos\theta'$ は衝突前の $v\cos\theta$ より増大する。はねかえり係数は，衝突前後の分子の器壁に対する相対速度の大きさの比に等しいので，



$\dfrac{\boxed{\text{④}}-\boxed{\text{⑤}}}{\boxed{\text{⑥}}+\boxed{\text{⑦}}}=1$ が成り立ち，$v'\cos\theta' = v\cos\theta + \boxed{\text{⑧}}$ となる。

その結果，器壁に 1 回衝突することによる分子の速さの 2 乗の増加量は，$u \ll v$ なので

微小量 u^2 の項を無視すると，$\boxed{\text{⑨}}$ となる。

（２）速さ v，入射角 θ で器壁に衝突した気体分子が，球の半径が Δr だけ収縮する間に器壁に衝突する回数を求めてみよう。衝突してから次に衝突するまでの時間は，衝突するたびにわずかに変わるが，$u \ll v$ および $\Delta r \ll r$ が成り立つので，v，θ，r が近似的に一定と考えて計算したものにほとんど等しい。v，θ，r を用いてその時間を表すと $\boxed{⑩}$ となる。この値を用いると，半径が Δr だけ収縮する間に衝突する回数は $\boxed{⑪}$ と表される。

（３）半径が Δr だけ収縮する間に，1 個の気体分子の運動エネルギーが増加する量を求めて，m，r，Δr，v を用いて表すと，$\boxed{⑫}$ となる。これをさまざまな速さをもつ分子全体にわたって和をとると，1 モルの気体分子の運動エネルギーの増加量 ΔK が求まる。アボガドロ数 N_{A} と v^2 の平均値 $\overline{v^2}$，および m，r，Δr を用いて表すと，$\Delta K = \boxed{⑬}$ となる。

（４）気体定数 R を用いると，1 個の気体分子の運動エネルギーの平均値は $\dfrac{1}{2}m\overline{v^2} = \boxed{⑭} \cdot \dfrac{R}{N_{\mathrm{A}}}T$ と表されるので，圧縮に伴う気体分子の運動エネルギーの増加は温度の上昇をひきおこす。その大きさを ΔT とすると，1 モルの気体分子の運動エネルギーの増加量は $\boxed{⑮} \cdot \Delta T$ となる。問〔B〕(3)で求めた ΔK がこれに等しいので，ΔT を r，Δr，T を用いて表すと，$\Delta T = \boxed{⑯}$ となる。さらに体積 V とその減少量 $\Delta V\ (\Delta V > 0)$ を用いて書きなおすと，$\dfrac{\Delta T}{T} = \boxed{⑰}$ となる。

（2013 年　関西学院大）

【２】

解答時間 25 分

図 1 のように，導線が円筒状に密にまかれたコイルはソレノイドと呼ばれる。ソレノイドの長さは半径に比べて十分長いものとする。ソレノイドは図のような方向に電流 i を流すと，単位長さあたりの巻き数 n のソレノイド内部には，強さが ni の一様な磁場（磁界）H が図の z 軸正方向に発生する。真空の透磁率 μ_0 として以下の問いに答えよ。ただし，ソレノイドの外側の磁場は無視できるものとする。また，ソレノイドの抵抗は無視し，ソレノイドの両端の電圧 V の正の向きを図のように定義する。解答は，答案紙の所定の場所に記入せよ。

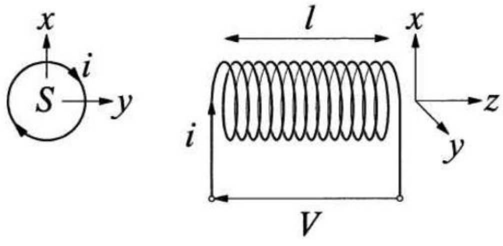


図 1

（1）ソレノイドの断面積を S，長さを l，全巻き数を N（$N = nl$）とする。以下の文の $\boxed{\text{イ}}$ から $\boxed{\text{ホ}}$ を適切な式で埋めよ。ただし，μ_0，S，l，N，H と，以下の文で定義される記号（Φ，$\Delta\Phi$，Δt，I，L）の中から必要なものを用いること。

ソレノイド内部を図の z 軸正方向に貫く磁束 Φ が，時間 Δt の間に $\Delta\Phi$ 変化すると，ソレノイドの両端に誘導起電力 $V = \boxed{\text{イ}}$ が生じる。ソレノイドに流れる電流 i が時間変化するとき，ソレノイド内部の磁場も時間変化する。Φ は，磁場 H を用いて $\Phi = \boxed{\text{ロ}}$ と書けるので，Δt の間に電流が Δi 増加したとき，$V = -\boxed{\text{ハ}}\dfrac{\Delta i}{\Delta t}$ となる。

一方，ソレノイドの自己インダクタンスを L とすると，誘導起電力は $V = -L\dfrac{\Delta i}{\Delta t}$ なので，$L = \boxed{\text{ハ}}$ と求められる。

ソレノイドに生じる誘導起電力に逆らって，電流を 0 から I まで増加させるのに電池がする仕事は，ソレノイドに蓄えられるエネルギー U に等しい。U は L と I を用いると $U = \boxed{\text{ニ}}$ と書ける。ソレノイドに電流 I が流れているときに発生する磁場 H を用いて I を書き換えると，この式は $U = \boxed{\text{ホ}}\,lS$ と変形できる。U がソレノイド内部の磁場のもつエネルギーと見なせる。

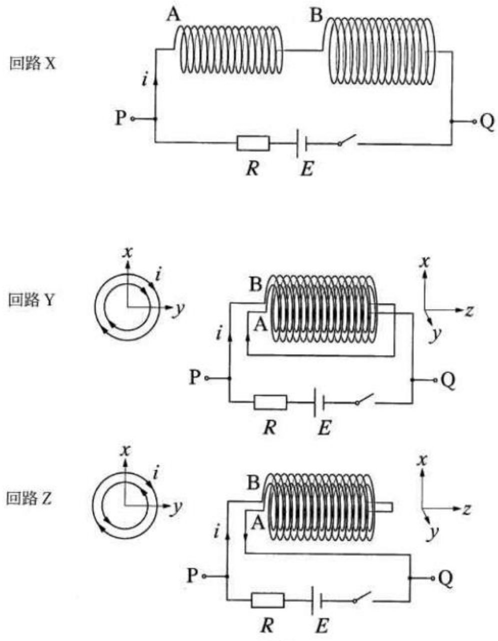


図 2

（2）問（1）の応用として，長さ l，全巻き数 N は共通で，断面積の異なる 2 つのソレノイド A，B が接続された場合を考える。ソレノイド A の断面積を S，ソレノイド B の断面積を αS（ただし，$\alpha > 1$）とし，導線は同じ方向に巻いてあるとする。これら 2 つのソレノイドを直列に接続したソレノイドをソレノイド対と呼ぶ。ソレノイド対と電池，抵抗，スイッチを接続した図 2 の回路 X，Y，Z について考察する。電池の起電力を E とし，内部抵抗は無視できるとする。抵抗の抵抗値は R とする。回路 X では，ソレノイド A と B は十分に離れており，互いに相手のソレノイドが作る磁場の影響は受けないものとする。回路 Y と回路 Z では，ソレノイド A をソレノイド B の中に，互いの中心軸が平行で，両ソレノイドの端が一致するように挿入し，固定する。このとき互いのソレノイドの導線は接触しないものとする。

図 2 のように，回路 Y では，ソレノイド A とソレノイド B の電流の向きが同じで，回路 Z では互いに電流が逆向きになっている。これらの回路において，スイッチを閉じて十分に時間が経過し，一定の電流が流れている状態を定常状態とよぶ。

以下の問いに答えよ。なお，解答は結果だけでなく，考え方や計算の過程も記せ。

(a)　定常状態にあるとき，回路 Y と Z で，ソレノイド A の内部の磁場の強さ H_{A} と，ソレノイド A と B とにはさまれた部分の磁場の強さ H_{AB} を，μ_0，α，N，S，l，E，R の中から必要なものを用いて表せ。

(b)　電流 i が時間 Δt 間に Δi 増加したとき，回路 X，Y，Z の点 P と Q の間に生じる誘導起電力 V を μ_0，α，N，S，l，Δi，Δt の中から必要なものを用いて表せ。

(c)　X，Y，Z の回路で，同時にスイッチを閉じて電流を流した。スイッチを閉じた時刻を 0 とするとき，それぞれの回路が定常状態になるまでの電流の時間変化を表すグラフとして，図 3 の（カ）～（ケ）の 4 つのグラフから適切なものを選べ。またグラフの曲線 a，b，c が X，Y，Z のどの回路に流れる電流を表すか答えよ。

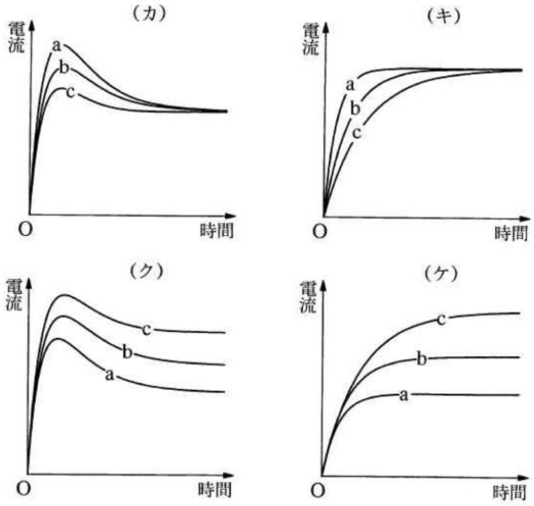


図 3

(d)　定常状態にあるとき，回路 Y のソレノイド対に蓄えられるエネルギーを U_{Y}，回路 Z のソレノイド対に蓄えられるエネルギー U_{Z} とする。

$$\frac{U_{Y}}{U_{Z}} = \frac{\alpha + 3}{\alpha - 1}$$ を導け。

（2006 年　東北大・後期）

＜演習問題＞

【１】

解答時間 25 分

図 1 のように，長さ a の棒を，回転軸 A で壁に固定する。この棒に，長さ b の棒を，回転軸 B で連結する。長さ b の棒の下端は，回転軸 C で台に取り付けられていて，台は水平な床面を移動することができる。回転軸 A と回転軸 C の間には，ばね定数 k のばねが取り付けられている。平面 ABC は鉛直面（紙面）内にある。 AC は水平に保たれており，ばねと床は接触しない。回転軸 B に質量 M のおもりを糸でつるしたところ，回転軸 B は AC から高さ c の位置で静止した。すべての回転軸はなめらかに回転できるものとし，台と床の摩擦，糸，棒，回転軸，台およびばねの質量，棒および台の変形は無視できるものとする。重力は鉛直下向きに作用し，重力加速度の大きさを g とする。以下の設問に答えよ。計算欄には，答にいたるまでの過程の**要点**(法則，関係式，論理，計算など)を書け。

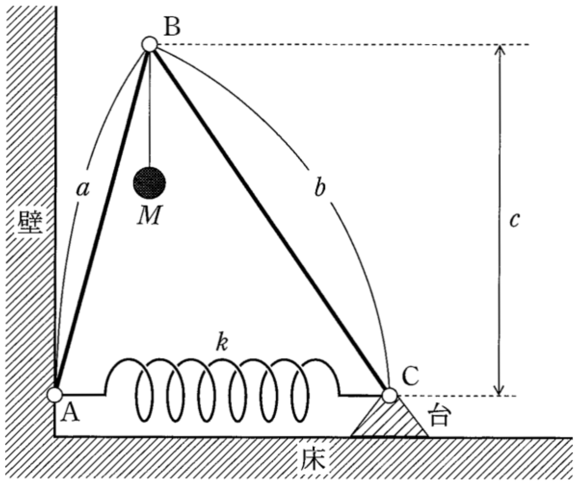


図 1

床が台に及ぼす垂直抗力の大きさを N とし， AC 間に働く力の大きさを T_{AC}，
BC 間に働く力の大きさを T_{BC} とする。また，ばねの自然長を l とする。

（１） T_{BC} および T_{AC} を，N，a，b，c の中から適切なものを用いて表せ。

（２） l を，N，a，b，c，k の中から適切なものを用いて表せ。

（３）回転軸 A まわりの力のモーメントのつり合いを考えて，N を，
M，g，a，b，c，k の中から適切なものを用いて表せ。

次に，断面積 S のシリンダーとピストンを用意する。シリンダー内部には
単原子分子の理想気体が封じてあり，理想気体の圧力と温度が周囲の大気の圧力と
温度と等しいときのシリンダーの底とピストンの距離を L_0 とする。周囲の大気圧を
p_0 とする。

図 2 のように， BC 間の棒をこのシリンダーとピストンのついた棒と取り換える。
BC 間の棒とシリンダーは常に一直線上にある。回転軸 B につるしたおもりの質量が
M のとき， BC の長さは d，回転軸 B の AC からの高さは e，シリンダーの底と
ピストンの距離は L であった。このとき，理想気体の温度は周囲の大気の温度と
等しいとする。シリンダーとピストンおよび気体の質量は無視できるものとする。

AC 間に働く力の大きさをT_{AC}， BC 間に働く力の大きさをT_{BC}とする。

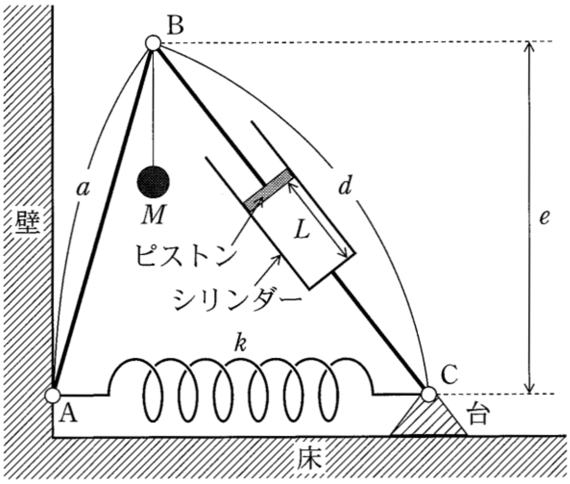


図 2

（4） L_0を， T_{BC}， M， g， L， d， k， p_0， S の中から適切なものを用いて表せ。

理想気体に熱量ΔQを与えた。その結果，理想気体の温度はΔT， シリンダーの底とピストンとの距離はΔL， AC 間の距離はΔx， おもりの高さはΔe 増加した。理想気体と外部との熱の出入りはないものとする。また， ΔL は L と比べて十分に小さく，T_{AC}， T_{BC} の変化は無視できるものとする。

（5） ΔLを， T_{BC}， ΔQ， M， g， d， k， p_0， S の中から適切なものを用いて表せ。

（6） Δeを， T_{AC}， T_{BC}， M， g， ΔL， Δx， p_0， S の中から適切なものを用いて表せ。

（2013 年　名古屋大）

【２】

解答時間 20 分

図 1 のように超高層ビルがあり，そのひとつの壁面 W は地面に垂直で平坦であり音をよく反射する。ビルの屋上にはクレーンがあり，その先端の点 A は壁面 W から距離 l [m]の位置に固定されている。一定周波数 f_0 [Hz]の音を等方的に発生する音源 S をバネを介して A 点から吊り下げ，下記のような操作を行った。A 点の鉛直線上にある地上の点 B の周囲において，音源 S の発した音の大きさや周波数を精密に測定する状況を想定し，設問〔Ｉ〕～〔V〕に答えよ。ただし，音速を V [m/s] ，重力加速度を g [m/s^2]とし，音源 S の寸法，その運動に対する空気抵抗，観測点の高さおよび地表面による音の反射は無視できる程度に十分小さいとする。なお，y は 1 より十分に小さいとき，$(1 + y)^{1/2}$ は $1 + y/2$ で近似できることを用いてもよい。

（操作）まず，音を反射しない防音カーテン C で壁面 W を覆い，音源 S を鉛直方向に単振動させた(a)。次に，防音カーテン C を取りはずし，音源 S を平衡位置に静止させた(b)。最後に，音源 S の音波発生を止め，バネと音源 S との接続をはずして音源 S を自由落下させた。音源 S は自由落下の途中で周波数 f_0 の音を一瞬間だけ発生する(c)。

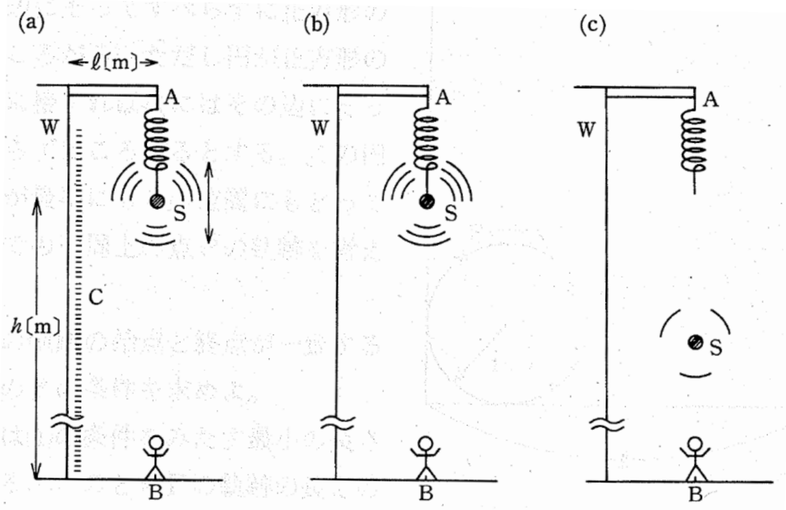


図　1

〔Ｉ〕(a)において，B 点で測定された音波の周波数は最高値 f_{max} と最低値 f_{min} の間で数秒程度の時間周期 T [s]をもって変動した。測定で得られる f_{max} ，f_{min} および T を用いて，音源 S の音の周波数 f_0 と単振動の振幅 a[m]を表せ。

〔II〕また(a)で，測定者が B 点から地上を移動した後に音波の周波数を再度測定することにより，音源 S の平衡位置の高さ h [m]を推定できる。その方法の原理を 150 字程度で説明せよ。

〔Ⅲ〕(b)において，B 点から壁面 W に垂直な方向にゆっくり移動しながら音の大きさを測定すると，音が大きく聞こえる地点と小さく聞こえる地点とが交互に現れた。音が大きく聞こえる地点の間隔を d [m]として，音源 S の高さ h を l ，d ，f_0 ，V で表せ。ただし，l や d は h と比べて十分に小さいとする。

〔Ⅳ〕(c)において音源 S を自由落下させた後，B 点では周波数 f_1 の音が一瞬間だけ観測された。音源 S が自由落下を開始してから音波を発生した瞬間までの時間 t_0 [s]と，そのときの地面からの高さ h_1 [m]を V ，g ，f_0 ，f_1 ，h を用いて表せ。

〔Ⅴ〕設問〔Ⅳ〕で周波数 f_1 の音が観測された後，時間 t_1 を経て周波数 f_2 の音が壁面 W からの反射音として観測されるはずである。$h_1 = 11l$ の場合について t_1 を求めよ。また，その場合に f_2 を f_0 ，f_1 で表せ。

（1994 年　東京大－後期）

◆第 10 回　総合演習④◆

＜予習問題＞

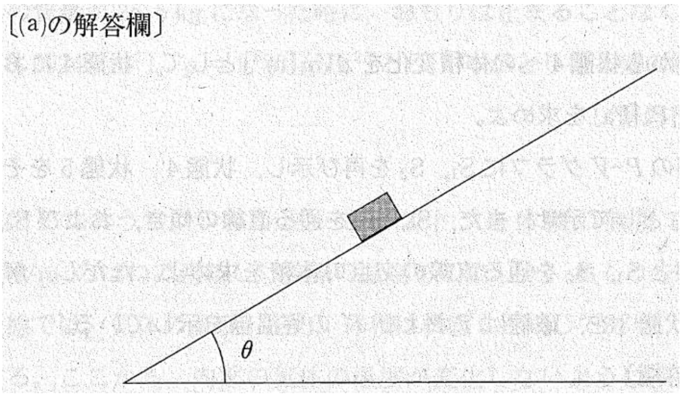
【１】

解答時間 20 分

水平面上を直線運動する，水平な床をもつ台車がある。台車は外力によって自由に加速度を変えることができるものとする。図のように，台車の床の上には前後方向にこう配をもつ傾斜角θの斜面が固定されている。この斜面の上には，質量 m の小物体が置かれている。ここで，斜面と小物体との間の静止摩擦係数をμ，動摩擦係数をμ'とする。この斜面の右側には曲面がなめらかにつながっている。重力加速度を g として，以下の問いに答えよ。ただし，小物体の運動は台車の上から観測するものとする。

〔A〕台車は一定の加速度α（> 0）で，図の左向き（正の向きとする）に運動をはじめた。

(a)　図のように，小物体を斜面上の P 点に置き静かに手をはなしたところ，小物体は斜面を一定の加速度でのぼり始めた。このとき台車の上の観測者から見た，小物体に働くすべての力の向きを図示し，その名称を記入せよ。



(b)　P 点から斜面に沿って距離 s だけのぼった地点を Q 点とする。小物体が Q 点を通過したとすると，Q 点通過時の小物体の速さ v_Qはいくらか。

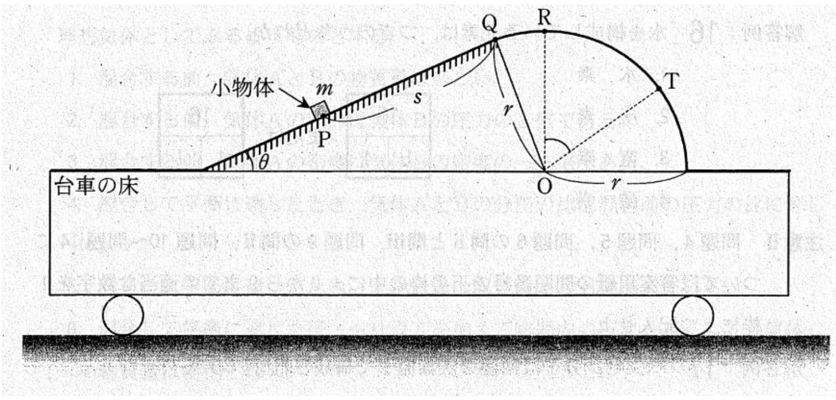
(c)　もし傾斜角θが，ある角θ_c以上（$\theta \geqq \theta_c$ ）であるならば，この物体はいかなるαでも斜面をのぼることはできない。このθ_cはいくらか。$\tan\theta_c$で答えよ。

〔B〕斜面は Q 点の高さのところで，前後方向の断面が円弧となる曲面になめらかにつながる。この円弧の半径は r で，中心 O は台車の床と同じ面内にある。また，小物体と曲面との間には摩擦力は働かないとする。小物体が Q 点を通過した直後に台車は加速をやめ，台車の運動は等速直線運動に変わった。

(d)　Q 点を速さ v_Qで通過した直後の小物体が，曲面から受ける垂直抗力の大きさはいくらか。v_Qを用いて表せ。

(e)　小物体は曲面から離れることなく，最高点の R 点を速さ v_Rで通過した。v_Rのとり得る最大の値はいくらか。

〔C〕小物体が R 点を速さ v_R で通過した直後に，台車は加速度 $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}g$ の等加速度運動に移行した。その後，小物体は曲面から離れることなく曲面上の T 点を通過した。



(f)　T 点における小物体の速さがちょうど v_R に等しかったとすると，∠ROT は何度か。

（2006 年　東京工業大）

【２】

解答時間 25 分

図 1 のように点光源 L，スリット G，ハーフミラーH，鏡 M_1，M_2，スクリーン S を真空中に設置した。鏡 M_2 は，鏡 M_1 上の点 P を中心とした半径ℓの球面状をしている。ハーフミラーH はスクリーン S の面に対し 45°傾いておかれており，鏡 M_1 は点 P を通り紙面に垂直な軸の周りに回転できるようになっている。以下の問いに答えよ。ただし，角θが非常に小さいときは，近似式 $\tan\theta \fallingdotseq \theta$を用いよ。

まず，鏡 M_1 が回転しないように固定されていたとき，点光源 L からスリット G を通過してスクリーン S の面と平行に出た単色光がハーフミラーH を透過し，鏡 M_1 上の点 P，鏡 M_2，鏡 M_1 上の点 P，ハーフミラーH 上の点 R で順次反射され，スクリーン S 上の点 O に映し出された。

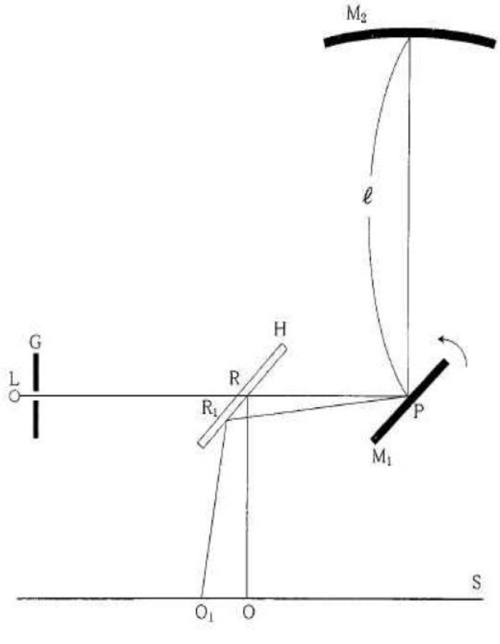


図1

次に，点光源 L からでた単色光が鏡 M_1 上の点 P で初めて反射すると同時に，固定していた鏡 M_1 を毎秒 r 回転で反時計回りに回転させると，光はハーフミラーH 上の点 R_1 で反射され，スクリーン S 上の点 O_1 に映し出された。距離 PR + RO を d，光の速度を c で表すものとする。

問 1　光が鏡 M_1 と鏡 M_2 を往復する時間を c，ℓで表せ。

問 2　$\angle RPR_1$ を c，ℓ，r で表せ。

問 3　距離 OO_1 を c，ℓ，r，d で表せ。ただし，$\angle RPR_1$ は非常に小さいものとする。

問 4　問 3 において$\ell = 10$m，$d = 6.0$m，$r = 100$ 回/s のとき，$OO_1 = 4.8\times10^{-4}$m であった。光の速さ c を計算し，有効数字 2 桁で単位と共に答えよ。必要であれば$\pi = 3.14$ とせよ。

次に，鏡 M_1 の回転を止め，最初の角度に再び固定し，スクリーン S 上の点 O に光が映し出されるようにした。さらに，図 2 中の点線と鏡 M_2 で囲まれた領域 A に一様な厚さ x，屈折率 n のガラスを置いた。

問 5　光が鏡 M_1 と鏡 M_2 を往復する時間を c，ℓ，n，x で表せ。

問 6　点光源 L から出た光が鏡 M_1 上の点 P で初めて反射されると同時に，固定していた鏡 M_1 を毎秒 r 回転で反時計回りに回転させた。光は鏡 M_2，鏡 M_1 上の点 P，ハーフミラーH 上の点 R_2 で順次反射された後，スクリーン S 上の点 O_2 に映し出された。距離 OO_2 を c，d，ℓ，n，r，x で表せ。ただし，$\angle RPR_2$ は非常に小さいものとする。

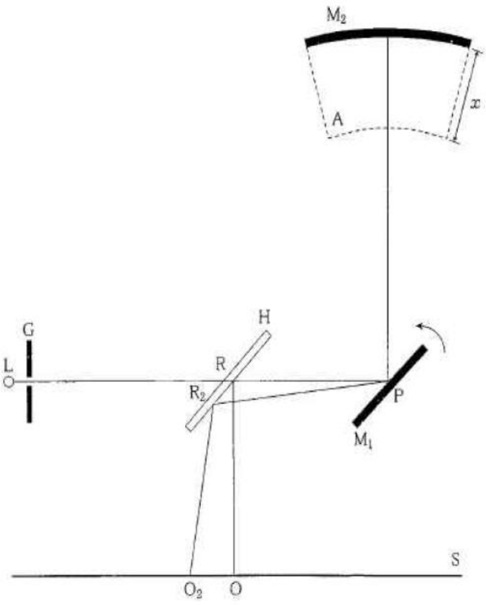


図 2

問 7　距離 OO_2 が OO_1 の k 倍であった。屈折率 n を k，ℓ，x で表せ。ただし，$\angle RPR_1$ および，$\angle RPR_2$ は非常に小さいものとする。

問 8　問 7 において，$\ell = 10\text{m}$，$x = 2.5\text{m}$ のとき，$k = 1.16$ であった。屈折率 n を計算し，有効数字 2 桁で答えよ。

問 9　点光源 L として，単色光の代わりに白色光を用いると，スクリーン S 上には色の配列が現れた。このような色の配列が観察される現象を光の分散といい，ガラスの屈折率が光の波長によって異なるために起こる現象である。一般に，光の波長が短いほど，屈折率は大きくなることが知られている。以上のことから，この色の配列に含まれる，赤，黄，紫，の 3 つの色を，点 O に遠いほうから順に並べよ。

（2006 年　早稲田大）

＜演習問題＞

【１】

解答時間 25 分

次のコンデンサーに関する問いに答えよ。なお〔A〕と〔B〕の平行板コンデンサーは異なるものである。

〔A〕

図 1 に示すような 2 つの平行板コンデンサー，起電力 V[V]の電池，抵抗，2 つのスイッチからなる回路がある。コンデンサー1 の極板の面積は S[m^2]であり，コンデンサー2 の極板の面積は$\dfrac{S}{2}$[m^2]である。

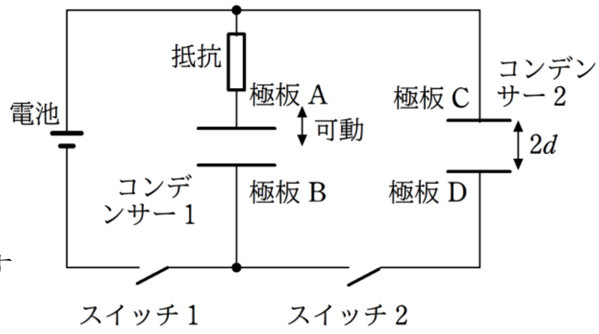


図 1

コンデンサー1 の極板 A は極板に垂直な方向に動かすことができるが，極板 B は固定されている。コンデンサー2 の極板 C，D はどちらも固定されていて，極板の間隔は $2d$[m]である。コンデンサーの極板間には空気が満たされており，空気の誘電率は真空の誘電率 ε_0[F/m]と等しいとみなすことができる。最初スイッチ 1，2 は開いており，コンデンサー1，2 には電荷は蓄えられていなかった。

コンデンサー1 の極板の間隔が d[m]となる位置に極板 A を固定してからスイッチ 1 だけを閉じ，十分長い時間が経過した。

(1)　コンデンサー1 に蓄えられた電気量を求めよ。

(2)　コンデンサー1 の極板間の電場の強さを示せ。ただし極板の面積は十分大きく，極板間の電場は一様と考えることができる。

(3)　コンデンサー1 に蓄えられた静電エネルギーを求めよ。

次に，スイッチ 1 を開き極板 A の固定を静かに外した後，極板 A に一定の大きさの力を加えて極板の間隔が広がる向きに Δd[m]だけゆっくりと移動させて固定した。ただし $\Delta d>0$ である。

(4)　極板 A と極板 B の電位差を示せ。

(5)　コンデンサー1 に蓄えられた静電エネルギーは，極板 A を移動させる前と比べてどれだけ増加したかを求めよ。

(6)　極板 A を移動させる間に加えた力の大きさを求めよ。

次に，スイッチ 1 を開いたまま極板 A をコンデンサー1 の極板の間隔が d[m]となる位置にもどして固定した。その後，スイッチ 2 を閉じ，十分長い時間が経過した。

(7)　コンデンサー2 の極板間の電位差を示せ。

(8)　極板 A から極板 C に移動した電気量を示せ。

(9)　スイッチ 2 を閉じてから抵抗で発生したジュール熱を求めよ。

〔B〕図2は平行板コンデンサーを使った質量はかりの模式図である。コンデンサーの極板Eは，床に固定した絶縁体製の支柱 L_1 に取りつけてあり水平に保たれている。

極板Fは絶縁体で作られた支柱 L_2 の一端に取りつけられており，支柱のもう一方の端には平らな板Pが取りつけられている。
板Pはばね定数 k[N/m]のばねで天井につながれ，水平に保たれている。極板Fは水平に保たれたまま鉛直方向に動くことができるが，極板EとFが接触することはない。板P，支柱 L_2，極板Fは全体として剛体とみなすことができる。コンデンサーの極板EとFは起電力 V[V]の電池スイッチからなる回路に導線でつながっている。板Pの質量は M[kg]であり，支柱 L_2，極板F，ばねは十分軽く質量はないものとする。また，極板につながった導線は自由に曲がり極板の動きに影響しないものとする。コンデンサーに電荷が蓄えられておらず板Pの上に何ものせられていない状態では，極板の間隔は d_0[m]であった。重力加速度の大きさは g[m/s^2]とする。

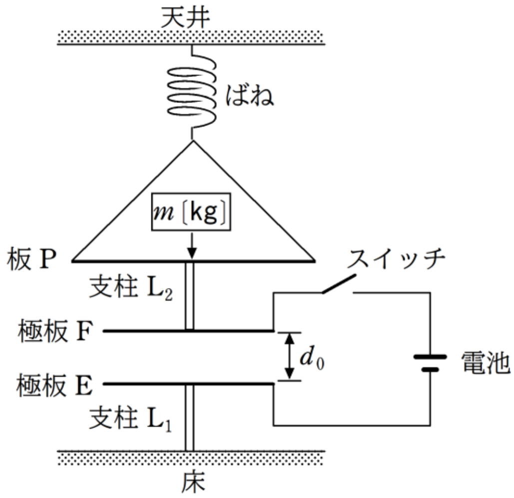


図2

極板の間隔が d_0[m]となる位置には極板Fを固定しスイッチを閉じた。十分長い時間がたった後，コンデンサーには Q[C]の電気量が蓄えられた。次に，スイッチを開いてから極板Fの固定を静かに外すと，極板Fは単振動を始めた。

(10)　単振動の振幅を求めよ。

(11)　極板Fが単振動の中心の位置を通過する瞬間の速さを求めよ。

次に，極板Fを単振動の中心の位置に静止させた。

(12)　極板Eと極板Fの間の電位差を求めよ。

次に，板Pの上に質量 m[kg]の物体を手で支えながら静かに置き，支えなくても静止する位置まで下がった所で物体から静かに手をはなした。このとき極板Eと極板Fの電位差は，板Pの上に物体をのせる前と比べると減少していた。物体の質量 m と電位差の減少量の間にはある関係があり，電位差の減少量を測定すれば物体の質量 m を算出することができる。

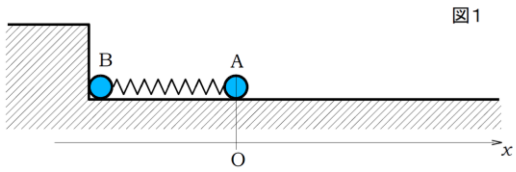
(13)　電位差の減少量が ΔV[V]($\Delta V>0$)のときの m を求めよ。

（2015年　名古屋工業大）

【２】

解答時間 25 分

図 1 のように，垂直な壁に摩擦のない水平面が接しており，その上に質量 m_A と m_B の小球 A と B が置かれている。A と B はばね（ばね定数 k，自然長 ℓ_0）で連結されており，壁に垂直な x 軸上を動く。



はじめ，A は $x = 0$ の位置に，B は壁に接して置かれ，ばねの長さは自然長であった。この状態から，図 1 のように A を距離 d だけ手で押してばねを縮め，静止させた後，静かに手を離した。

手を離した後，A が初めて $x = 0$ の位置を通過した時刻（$t = 0$ とする）における A の速さは v_0 であった。その後，A と B の重心は速さ v_G の等速運動を行った。さらに，ばねの長さの時間変化を測定したところ，時刻 $t = t_1$ に初めてばねの長さが最大になった。

壁は変形しないものとし，A と B の大きさとばねの質量は無視できるものとして，以下の問いに答えよ。ただし，結果だけでなく，考え方や計算の過程も書け。

（１）時刻 $t = 0$ に小球 B は壁から離れて動き出した。その理由を書け。

（２）小球 A から手を離した後，小球 B が動き出すまでに要した時間 T を，m_A，k を使って示せ。

（３）v_0 を m_A，k，d を使って示せ。

（４）時刻 t における小球 A の位置 x_A を表す概略のグラフを描け。

（５）ばねの長さの最大値 ℓ_1 を m_A，m_B，d，ℓ_0 を使って示せ。

（2003 年　東北大・後期）

＜NOTE＞

◆第 11 回　総合演習⑤◆

＜予習問題＞

【１】

解答時間 15 分

静止していたポロニウム$^{210}_{84}$Poから放出されたα線をベリリウム$^{9}_{4}$Beに当てたところ，電気的に中性な粒子が放出された。この粒子がγ線なのか，中性子 n なのか，見分けるために，この粒子を静止している水素と窒素に当てた。水素に当てたとき放出された水素原子核$^{1}_{1}$Hの運動エネルギーは最大で 5.6 MeV であった。また，窒素に当てたとき放出された窒素原子核 $^{14}{}_{7}$N の運動エネルギーは最大で 1.4 MeV であった。

以下では，陽子と中性子の質量差を無視して，質量をともに m とし，それらが静止しているときのエネルギーmc^2を 940 MeV とする。また，運動量の大きさが p であるγ線のエネルギーE は $E=pc$ である。ここで，c は真空中の光の速さである。

(1)　ポロニウムからα線が放出されたとき，同時に放出された原子核の原子番号と質量数を示せ。

(2)　α線をベリリウムに当てたとき，放出された電気的に中性な粒子が中性子であるとすれば，中性子とともに放出された原子核の原子番号と質量数を示せ。

(3)　電気的に中性な粒子が中性子であるとすれば，水素に当てた中性子のエネルギーおよび窒素に当てた中性子のエネルギーはどのような値であるのか，それぞれの値をエネルギー保存則と運動量保存則を用いて求めよ。ただし，図 1 および図 2 のように，中性子がそれぞれ水素と窒素の原子核と正面衝突したとき，それぞれの原子核は最大の運動エネルギーを得る。ただし，衝突は弾性衝突であり，一直線上で起こるものとする。

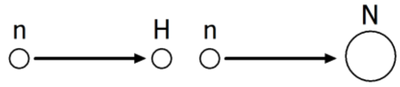


図１　　図２

(4)　もしかりに，電気的に中性な粒子がγ線であったとすれば，水素に当てたγ線のエネルギーおよび窒素に当てたγ線のエネルギーはどのような値であったことになるのか，それぞれの値を求めよ。ただし，γ線が逆向きに反射されたとき，それぞれの原子核は最大の運動エネルギーを得る。

(5)　この実験によって，電気的に中性な粒子はγ線ではなく中性子であることがわかった。その理由を述べよ。

（埼玉大）

<NOTE>

【２】

解答時間 25 分

図 1 のように，固定された 2 本の平行な導体のレールの上を，導体棒 PQ がレールに対して直交を保ちながら，なめらかに動く。
レールの間隔を l，導体棒の質量を M とする。

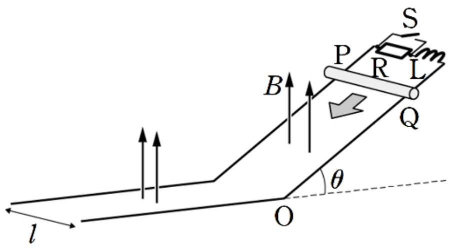


図 1

レールは水平に対して $\theta\ (0<\theta<\dfrac{\pi}{2})$ の角度で傾いている部分と，水平な部分とから構成される。導体棒は，折れ曲がりの点 O においても，なめらかに運動できるとする。鉛直上向きに一様な磁場(磁束密度の大きさ B)がかかっている。2 本のレールの上端には，抵抗 R(抵抗値 R)と，コイル L(自己インダクタンス L)が直列に接続され，図 1 のように，スイッチ S が抵抗 R に並列に接続されている。レールと導体棒との摩擦，および，抵抗 R 以外での電気抵抗はないものとする。また，重力は鉛直下向きに作用し，重力加速度の大きさを g とする。次の問いに答えよ。

スイッチ S が開の状態で，図 1 の位置から導体棒が下降運動を始めた。ある速度に到達した後は，点 O まで等速で下がり続けた。このとき，導体棒には一定の大きさの電流 I_0 が流れ続け，コイルに蓄えられたエネルギーは，導体棒の運動エネルギーに等しくなった。

(1)　導体棒に流れる電流の向きは，①　P から Q に向かう向き，②　Q から P に向かう向き，のどちらか。

(2)　導体棒にかかる力のつりあいを考えて，導体棒に流れる電流の大きさ I_0 を，B，g，l，M，θ を用いて表せ。

(3)　コイルの自己インダクタンス L と抵抗値 R の間で満足すべき関係式を，B，L，l，M，R，θ を用いて表せ。

導体棒が点 O に到達した瞬間に，スイッチ S を閉の状態にする。図 2 のように，水平なレールにそって x 軸をとり，導体棒が点 O を通過した後の水平な部分での運動を考える。

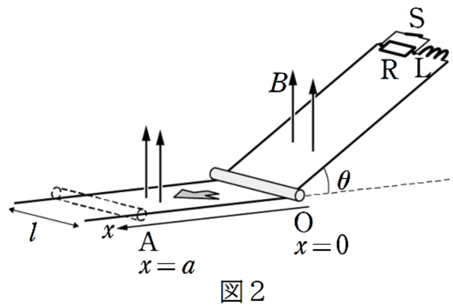


図２

(4)　時刻 t から微小時間 Δt の間に，導体棒の位置 $x(x>0)$ と導体棒に流れる電流 I((1)で求めた流れる向きを正)が，それぞれ微小量 Δx と ΔI だけ変化したとする。導体棒の速度は $\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ であることを使って，ΔI を，Δx，B，L，l を用いて表せ。

(5)　導体棒は，水平なレール上を点 A($x=a$)に到達し，そこで折りかえして点 O の向きへ動きだした。エネルギー保存則を考えて，点 A の位置 a を，B，I_0，L，l を用いて表せ。なお，$\Delta I=c\,\Delta x$(c は定数)のとき，位置 $x(x>0)$ で導体棒に流れる電流 I は，x に対して傾き c の直線の関係となることを利用せよ。

水平なレール上を点 A から点 O へ運動した導体棒は，点 O を再通過したのち，角度 θ の斜面をのぼり始めた。そして，図 3 のように，高さ h(点 O の高さを基準とする)の最高点 B に到達し，その瞬間にスイッチ S を開の状態にもどした。OA 間，および，OB 間での導体棒の運動方程式は，単振動の式に等しくなることに注意して，次の問いに答えよ。

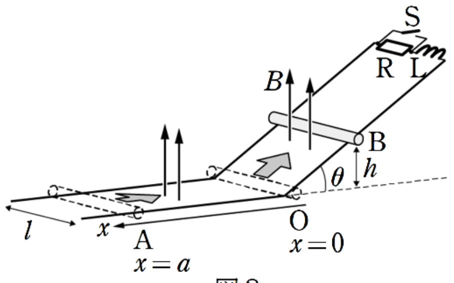


図３

(6)　点 B の高さ h を，B，I_0，L，l，θ を用いて表せ。

(7)　導体棒が O→A→O→B と進むのにかかった総時間 T を，B，L，l，M，θ を用いて表せ。

(8)　導体棒は点 B に到達後，下降運動を始めて，最終的に水平レール上のある場所で止まった。スイッチ S を開の状態にもどしてから導体棒が止まるまでの間に，抵抗 R で発生した熱エネルギーの総量 W を，M，g，h を用いて表せ。

（2015 年　名古屋大）

＜演習問題＞

【１】

解答時間 25 分

以下の問いに答えよ。

図 1 のように，質量 m の物体 A が水平な床に置かれた質量 M の平板上の台 B に乗っている。台 B をうまく動かして，物体 A を思うような位置に移動させよう。ただし，物体 A と台 B の接触面はあらく，摩擦力が働くが，台 B と床の接触面はなめらかで，摩擦力は働かないとする。重力加速度を g として，以下の問いに答えよ。

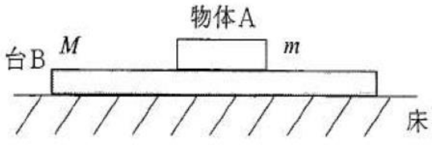


図1

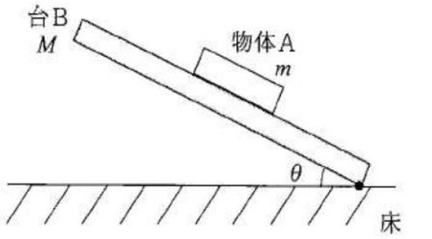


図2

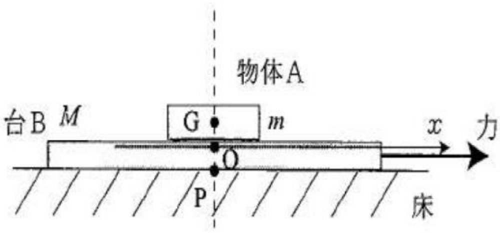


図3

問 1　図 2 に示すように台 B の一端を床に固定し，台 B を静かに傾けていく。台 B と床の角度が θ になったとき，物体 A が滑りはじめた。そして，台 B の上を長さ l だけすべるのに要した時間は t_0 であった。物体 A と台 B の間の静止摩擦係数 μ と動摩擦係数 μ' を求めよ。

以下の問いで摩擦係数が必要な場合は，静止摩擦係数として μ，動摩擦係数として μ' を使って答えよ。

問 2　台 B 上で物体 A を移動させるため，図 3 に示すように台 B を水平にもどし，一定の力を加えて動かした。力がある大きさを超えたところ，物体 A は台 B 上を滑りはじめた。このときの力の大きさを求めよ。

以下の問いでは，図 3 に示すように台 B に固定した x 座標軸を考え，物体 A の位置はその重心 G の x 座標を使って考えよ。

問 3　いま，x 座標軸の原点 O と物体 A の重心 G は床上の点 P にあり，物体 A，台 B は共に静止していたとする。このとき時刻 $t = 0$ で問 2 で求めた力より大きい力 F を x 軸の正方向に加えて台 B を動かした。重心 G の台 B に対する相対運動の加速度を求めよ。

問 4　問 3 の状態において，時刻 $t = T$ で台 B に加える力を 0 にした。その後，しばらくして，物体 A は台 B に対して静止した。このときの台 B の速度および時刻 $t = T$ から静止するまでの時間を求めよ。さらに，物体 A の重心 G の位置座標はどのように表されるか。

ここで，物体Aの位置を移動させる操作について考える。問3と問4の操作の後，物体Aの位置は台B上で移動している。そこで，台Bをうまく出発点までもどせば，物体Aの位置だけを変えられる。台Bに対して物体Aを静止させたまま座標軸の原点を点Pにもどすには，そのための力が問2で求めた大きさを越えなければよい。この一連の操作を繰り返すと，物体には直接力を加えることなくその位置だけを任意に移動させることができる。このような装置は，慣性駆動装置とよばれ，物体の位置を精密に制御するのに用いられている。以下で，この装置の動作について調べてみよう。

問5　力 F を加える時間 T を力積 FT が一定になるようにしながら短くしていった極限を考える。共に静止した状態にある物体A，台Bの組を考え，台Bに瞬間的な力を加えると，物体Aおよび台Bは運動をはじめた。しばらくして，物体Aは問4で述べたように台Bに対して静止した。このときの物体Aの重心Gの位置座標を求めよ。

その後，問2で求めた力の大きさより小さな一定の力を加えて台Bの動きを止め，さらに点Pにもどすために同じ一定の力で台Bを反対方向に加速し，ちょうど座標原点が点Pに戻ったときに台Bの速度が0になるように減速したとしよう。

問6　問5からの一連の操作で台Bに加えた力のした仕事はいくらか。

（2005年　早稲田大）

【２】

解答時間 25 分

次の文を読んで，$\boxed{}$に適した式を，$\boxed{}$には適切な数値をそれぞれの解答欄に記入せよ。

太陽光線が雨滴を通過するとき屈折と反射を起こし，雨上がりの空に浮かぶ虹は太陽を背にして約 42° の方向に円弧を描く。この角度はどのようにして決まるのだろうか。

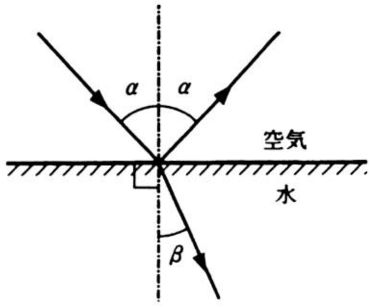


図1

（１）図 1 のように光が空気中から入射角αで水に入射する。入射した光の一部は，入射角と同じ角度αで反射し，残りは屈折角βで水の中を進むとする。水の屈折率を n とし，空気の屈折率を 1 とみなすと，n はαとβを用いて，$n=$ $\boxed{\text{あ}}$ …(A)で表される。

（２）次に，空気中に浮かんだ屈折率 n の球形の水滴が太陽から平行光線を受けている場合を考えよう。図 2 において，球の中心 O に向かう光線 HO から距離 d だけ離れた光線が点 P において球に入射する。図のように入射角をα，屈折角をβとする。屈折光は点 Q で球面に達し，その一部は屈折して空気中に出ていく。ここでは，点 Q で反射し，点 R で屈折して空気中に出ていく光線を考えよう。このとき，

$\angle$PQO = $\angle$ORQ = $\boxed{\text{い}}$であり，

$\angle$SRT = $\boxed{\text{う}}$である。

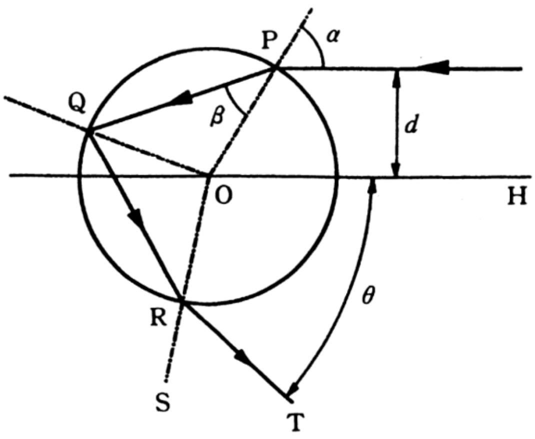


図2

図のように定義した HO と RT のなす出射角θはαとβを用いて$\theta=$ $\boxed{\text{え}}$ …(B)と表される。

（３）距離 d が 0 のとき，出射角θは 0 である。その状態から d が大きくなるにつれて θ は，はじめは増加し，最大角θ_0に達したのち減少する。θがθ_0に近い値をとるときは，d が変化しても出射角はほとんど変化しない。したがって，出射角θ_0での光の強度は他の角度よりはるかに大きい。

距離 d が変化すると，αもβも変化する。θがθ_0のときのαをα_0とし，βをβ_0とする。この状態から d がわずかに変化すると，α は$\alpha_0+\Delta\alpha$へ，βは$\beta_0+\Delta\beta$へ変化し，θは(B)式にしたがってθ_0から$\theta_0+\Delta\theta$へ変化する。しかし，θ_0の近くではθはほとんど変化しないので，$\Delta\theta=0$ であると考えよう。そうすると$\dfrac{\Delta\beta}{\Delta\alpha}=$ $\boxed{\text{お}}$ となる。

一方，入射角$\alpha=\alpha_0+\Delta\alpha$，屈折角$\beta=\beta_0+\Delta\beta$の場合も(A)式が成り立っている。

このとき，三角関数の公式 $\sin(X+Y)=\sin X\cos Y+\sin Y\cos X$ を用い，さらに，$\Delta\alpha$も$\Delta\beta$も十分小さい場合の近似式 $\cos\Delta\alpha\fallingdotseq 1$，$\cos\Delta\beta\fallingdotseq 1$，$\sin\Delta\alpha\fallingdotseq\Delta\alpha$，$\sin\Delta\beta\fallingdotseq\Delta\beta$ を用いると，$\dfrac{\cos\alpha_0}{\cos\beta_0}$ は$\Delta\alpha$と$\Delta\beta$と n で表される。ここで，$\dfrac{\Delta\beta}{\Delta\alpha}=$ $\boxed{\text{お}}$を使うと

$\dfrac{\cos\alpha_0}{\cos\beta_0} = \boxed{\quad か \quad}$ …(C)　となる。(C)式と入射角がα_0の場合の(A)式を用いると，$\sin\beta_0$が屈折率nのみで表され，$\sin\beta_0 = \boxed{\quad き \quad}$となる。同様に$\sin\alpha_0$も$n$のみで表される。

　したがってnによってα_0とβ_0が決まり，さらに(B)式によりθ_0が求められる。
実際，赤色の光に対する水の屈折率が 1.331 であるので，最大値θ_0として
0.740rad（= 42.4°）が得られる。

　水の屈折率nは光の波長によってわずかに異なる。赤色の光に比べて紫色の光の屈折率は 1%大きい。nが増加すると，出射角θ_0は減少する。したがって，虹の紫色の円弧は赤色の円弧の内側に見える。以上のことがらに基づいて約 42%の方向に七色の虹が見える。

（1998 年　京都大）

◆第 12 回　総合演習⑥◆

＜予習問題＞

【１】

解答時間 20 分

細い溝を格子状に刻んだガラス板がある。図 1 に示すように，波長λ の平行なレーザー光線をこのガラス板の格子面に垂直にあて，格子面から十分に遠い距離L にあるスクリーンに映す。スクリーンは格子面と平行である。

以下の空欄（　ア　）から（　サ　）に適切な語句，記号，数式あるいは数値を入れよ。ただし，語句（ア）については「上下」,「左右」のどちらかを，記号（キ）については，＞，＝，＜ のいずれかを選べ。数値は有効数字 2 桁で求めよ。また，角度の単位は rad とし，数値ならびに数式を求める際に，大きさが 0.1rad 以下の小さい角度αについては，$\cos\alpha \fallingdotseq 1.0$ ，$\sin\alpha \fallingdotseq \tan\alpha \fallingdotseq \alpha$ と近似せよ。

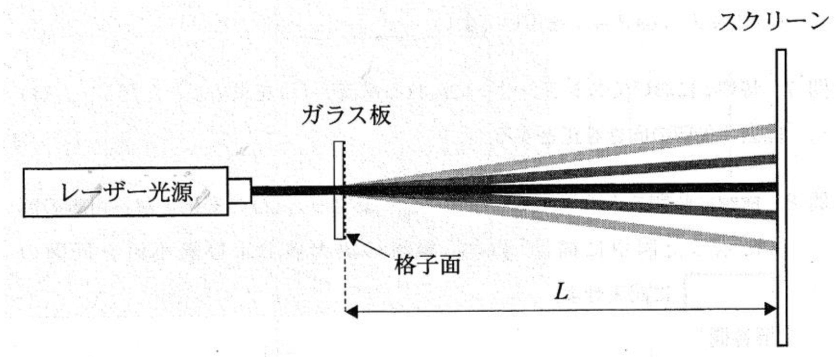


図 1

〔１〕格子面では細い溝で囲まれた同じ大きさの升目（ますめ）が，上下方向および左右方向に規則正しく並んでいる。これらの升目を通過して回折した光線は互いに干渉してスクリーン上に図 2 に示すパターンをつくる。図 2 の黒塗りの部分が明るいところであり，中央の O は入射光と同じ方向に進んできた光線である。その左右に光線 A のような明るいところがほぼ等間隔に生じるのは，升目が（語句ア）方向に間隔d_A で規則正しく並んでいるためである。光線 A が入射光となす角度をθ_A とする。間隔d_A で隣りあう升目を通過して光線 A の方向に回折した光の道のりの差は（数式イ）であり，それが波長λ の（数値ウ）倍になっている。

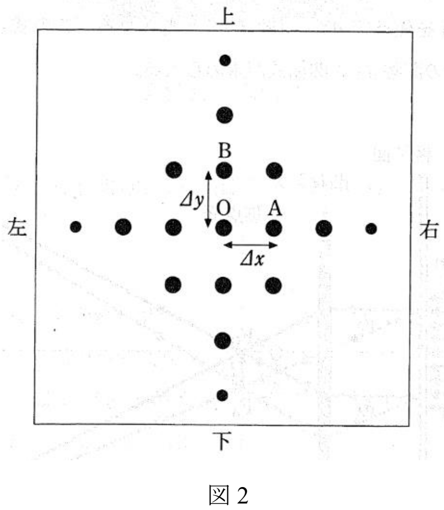


図 2

$\lambda = 0.53\mu m$ の緑色レーザー光線を格子面の一部（直径約 2mm の領域）にあて，スクリーンの位置をL = 2000mm とした。1μm は10^{-3}mm である。光線 O と光線 A の中心間の距離Δx をスクリーン上で測ったところ，Δx = 32mm であった。したがって，光線 A が入射光となす角はθ_A =（数値エ）rad である。このとき，格子の間隔d_A は，Δx ，L ，λ を用いてd_A =（数式オ）で表され，その値はd_A =（数値カ）μm と求められる。

一方，光線 O とその真上にある光線 B の中心間距離Δy は，スクリーン上で 36mm であった。これより，(語句ア) の方向に垂直な方向の格子の間隔 d_B は，d_A と比較すると，d_B (記号キ) d_A である。

〔2〕次に，図 3 に示すように，薄い凸レンズを格子面から $a = 50$mm の距離に格子面と平行に置いたところ，今度はスクリーン上に，レーザー光線があたっている領域の格子の拡大像が鮮明に現れた。このことから，このレンズの焦点距離 f が（数値ク）mm であることがわかる。また，倍率 M は（数値ケ）である。

格子面で回折した光線は，凸レンズを通った後に，焦点面（焦点距離 f の位置にあるレンズと平行な平面）上の異なる点に集まる。光線 O が集まる点 F_O と光線 A が集まる点 F_A の間隔 D は，d_A ，f ，λ を使って $D=$ （数式コ）と表される。

〔3〕凸レンズを通って点 F_O や点 F_A に集まる光線は，レンズの働きによってそれぞれ位相がそろっている。以下では，焦点面での光線 O と光線 A は同じ位相であるとする。小さな穴があいた板を焦点面に置いて，点 F_O の光線 O と点 F_A の光線 A のみを通したところ，今までスクリーン上で拡大像が現れていた円形の領域に，直線状の明暗の干渉縞が等間隔に現れた。焦点面からスクリーンまでの距離を l とすると，l が D や干渉縞が現れている領域の半径と比べて十分に長いので，縞の隣りあう明線（または隣りあう暗線）の間隔ΔX は，D ，l ，λ を使って$\Delta X=$ （数式サ）と表される。この式と数式（コ）から，間隔ΔX と格子の間隔 d_A の関係式が求められる。

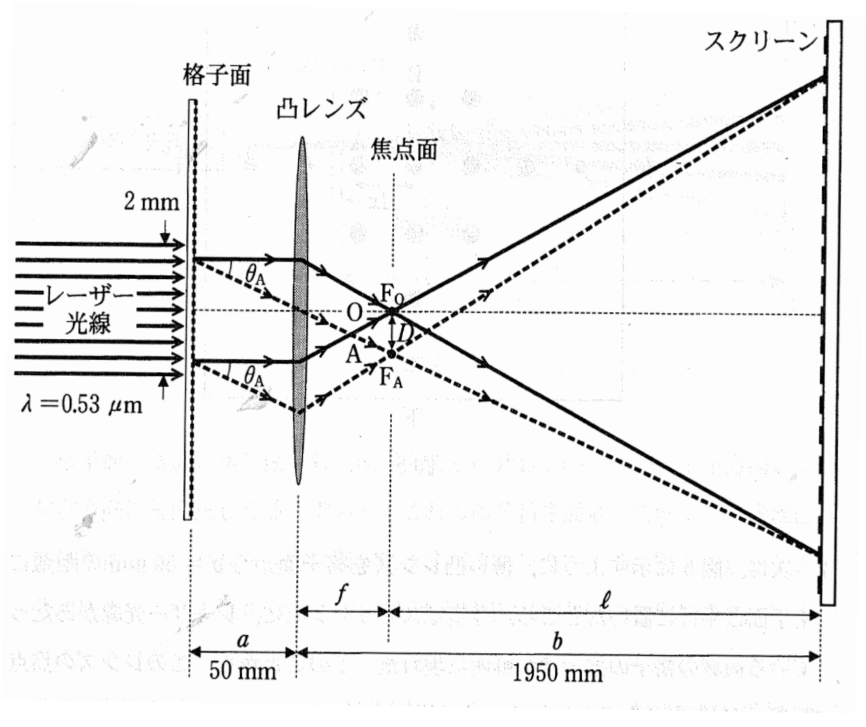


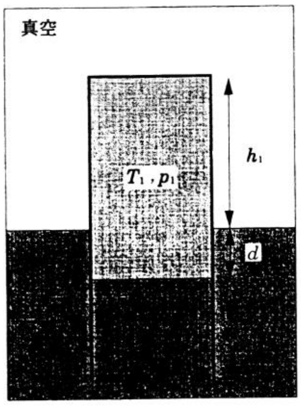
図 3

（2008 年　九州大）

【２】

解答時間 20 分

図 1 のように，真空中に置かれた液体に，質量m[kg]，底面積S[m^2]の壁の厚さが無視できる円筒形の容器を逆さまにして，中に気体を入れた状態でまっすぐに浮かべた。この時，容器外の液面から容器の底面までの高さをh_1[m]，容器の内と外との液面の高さの差をd[m]，気体の温度をT_1[K]，気体の圧力をp_1[Pa] (= [N/m^2])とする。重力加速度をg[m/s^2]，気体定数をR[J/(K･mol)]，液体の密度をρ[kg/m^3]とする。気体を理想気体とみなし，その重さを無視する。液体の密度，容器の底面積は温度が変化しても変わらず，液体は蒸発しない。以下の問題に答えよ。選択式の問題は解答欄の正しいものを〇で囲め。



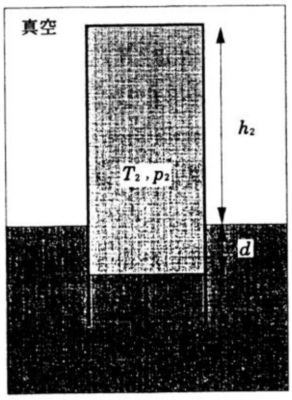


図　2

（1）図 1 の状態で，容器内の液面が受ける圧力p_1は深さdの位置での液体の圧力(容器の外の液面から深さdまでの液体に働く単位面積あたりの重力)とつり合っている。気体の圧力p_1をdを用いて表せ。

次に，気体の温度をT_1[K]からT_2[K]に上昇させたところ，図 2 のように，容器内の気体は膨張し容器はまっすぐ上に押し上げられたが，容器の内と外との液面の高さの差は変化なくdのままであった。この状態での気体の圧力をp_2[Pa]，容器外の液面から容器の底面までの高さをh_2[m]とする。

（2）容器の内と外との液面の高さの差が変わらなかったのは，この差が容器に働く重力と浮力(気体が押しのけた液体の重さ)のつり合いで決まっており，温度に依存しないためである。容器に働く重力と浮力のつり合いの式を書け。

（3）気体の温度がT_1からT_2に上昇した過程は何と考えられるか。正しいものを次の中から選べ。

(定圧過程，等温過程，定積過程，断熱過程)

（4）この過程で，容器は上に上がり，位置エネルギーを得た。容器が得た位置エネルギーU[J]をh_1，h_2，mを用いて表せ。

（5）この過程で，気体は膨張することによって仕事を行った。気体の行った仕事W[J]をh_1，h_2と気体の圧力を用いて表せ。

（6）この過程で，気体が行った仕事Wと，容器が得た位置エネルギーUの関係を次の中から選べ。

($U < W$，$U = W$，$U > W$)

（７）気体の定圧モル比熱をC_p[J/(K・mol)]，定積モル比熱をC_V[J/(K・mol)]とし，気体のモル数をn[mol]とする。この過程で，気体に加えられた熱量Q[J]をT_1，T_2を用いて表せ。

（８）この過程の前後における気体の状態方程式を使い，（５）で求めたWをn，T_1，T_2を用いて(圧力p_1，p_2を使わずに)表せ。

（９）この過程で，気体に加えられた熱量Qと，気体が行った仕事Wの関係を次の中から選べ。

$(Q < W,\ Q > W)$

（10）QとWの差はどうなったか，簡潔に示せ。

（2002 年　大阪大）

＜演習問題＞

【１】

解答時間 30 分

走行中の電車の中で電車の加速度を測定するために，図 1 に示すように，質量 m のおもり，質量 M の枠，質量の無視できるばね定数 k のばねからなる加速度計を，電車の床に固定した。ばねの一端はおもりに固定され，他端は枠の内側に固定されており，おもりは枠の中で直線運動するようになっている。枠に固定された座標系を考え，この座標系におけるおもりの位置を x とする。ばねが自然の長さのときのおもりの位置を $x=0$ とし，ばねが伸びる向きを x 軸の正の向きとする。また，x 軸の正の向きは，電車の進行方向と一致しているとする。枠とおもりの間の摩擦は無視でき，おもりが枠の端に接触したり，ばねが縮みきったりすることはないものとして，以下の設問に答えよ。ただし，重力加速度の大きさを g とし，電車の加速度の向きは，電車の進行方向を正として，正負の符号により表すものとする。

〔Ⅰ〕電車が水平でまっすぐなレールの上を走っている場合を考える。

（１）電車が一定の加速度で走っているとき，おもりは枠に対して単振動した。振動の中心の x 座標を x_0 とするとき，電車の加速度を m，k，x_0 を用いて表せ。

（２）電車の中で時刻 t とおもりの位置 x の関係を測定したところ，図 2 のようになった。ただし，$t=0$ では電車とおもりはともに静止しており，$t=0$〜t_1，t_1〜t_2，t_2〜t_3 の間は，それぞれおもりが枠に対して単振動したとする。単振動の振幅は，$t=0$〜t_1，t_2〜t_3 の間が l，$t=t_1$〜t_2 の間が $2l$ である。このとき，時刻 t と電車の速さ u の関係をグラフで表せ。また，$t=0$ から t_3 までの間に電車が移動した距離を，t_1，t_2，t_3 を用いずに表せ。

（３）設問Ⅰ（２）において，時刻 $t=0$〜t_1 の間に電車が加速度計に対してした仕事を，t_1，t_2，t_3 を用いずに表せ。

（４）設問Ⅰ（２）において，時刻 $t=0$〜t_3 の間，加速度計を床に固定しなくても加速度計が滑り出さないための条件を求めよ。ただし，床と加速度計の間の静止摩擦係数 μ は，おもりの位置によらず一定であるとする。

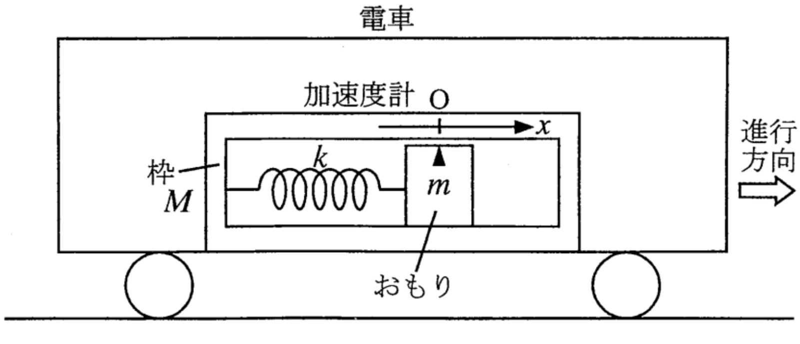


図 1

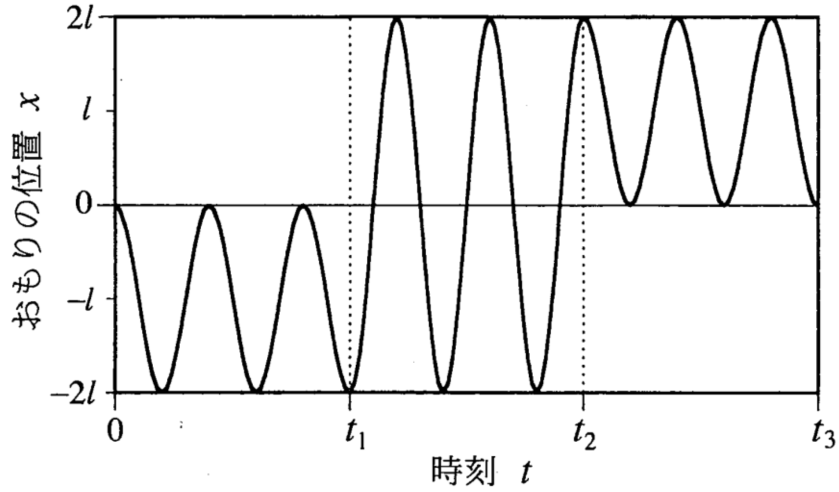


図 2

〔Ⅱ〕図 3 に示すように，電車が傾き角θの斜面上で停止し，おもりがつりあいの位置で静止している状態から，時刻 $t = 0$ 以降において，電車が一定の加速度 a で斜面を登る場合を考える。

（1）時刻 t とおもりの位置 x の関係を，グラフおよび数式で表せ。

（2）時刻 $t = t_4$ で，電車の運動は等速直線運動に変わった。$t > t_4$ において，おもりが枠に対して静止し続けるための t_4 の条件を求めよ。

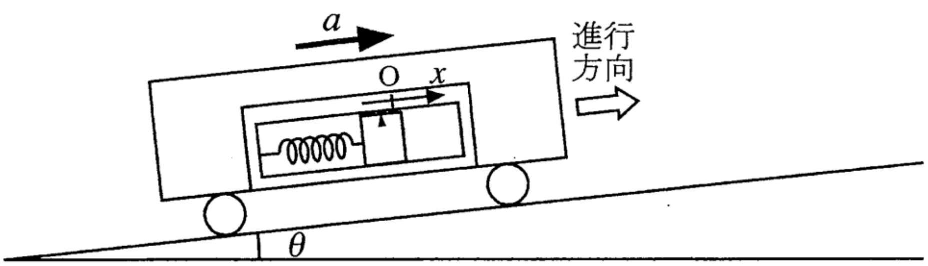


図 3

〔Ⅲ〕電車が，水平でまっすぐなレールの上を一定の加速度で走っているとする。図 1 のようにおもりとばねを用いる方法以外に，電車の中で加速度を測る方法を考案し，測定する量と加速度の関係を数式を用いて表せ。

（2003 年　東京大・後期）

【２】

解答時間 25 分

次の文を読んで，$\boxed{}$には適した式または数値を，また｛　　｝内の正しいものの番号を，それぞれの解答欄に記入せよ。ただし，$\boxed{\text{ヲ}}$の解答には単位をつけて答えよ。

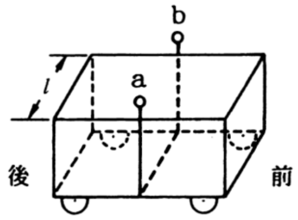


図 1

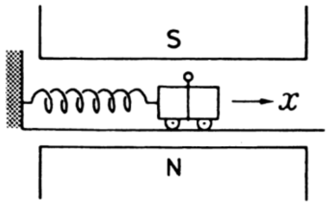


図 2

（１）図 1 は導線をとりつけた直方体状の台車を示す。導線は台車の両側面および底面で，前後の面に平行にとりつけられており，台車は絶縁物で作られている。台車の幅を l [m]，台車と導線との質量の和を m [kg]とする。

（２）この台車を図 2 のように水平でなめらかな面の上におき，ばね定数 k [N/m]の弾性ばねで左端の壁につないだ。なお，台車は一方向に沿ってのみ運動し，それを x 方向（右向きを正）とする。

さらに，台車の上下に幅の広い S 極および N 極の磁石を置いた。台車の底面に垂直な方向の磁束密度は一様に B[Wb/m^2]であるとする。

いま，台車をつり合いの位置（$x = 0$）から左方に A [m]だけ押してばねを押し縮め，時刻 $t = 0$ において台車を静かに離すと，台車は単振動を始める。このとき，台車の変位 x [m]と時間 t [s]との関係は，$x =$ $\boxed{\text{イ}}$となる。

台車が振動すると，台車にとりつけた導線（以下台車導線という）の両端子 a，b 間に誘導起電力が発生する。

その電位は，台車が右方に運動しているとき
｛ロ：①　a が高，b が低　②　a が低，b が高｝電位となり，左方に運動しているときその逆電位となるので，端子 a，b 間には交流電圧が発生する。この電圧 V[V]と時間 t との関係は，$V =$ $\boxed{\text{ハ}}$となる。

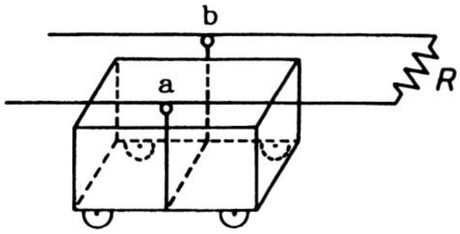


図 3

（３）図 3 のように，台車の上方に 2 本の導線を x 方向に平行に張り，これに端子 a，b を摩擦なく接触させた。さらに，台車の振動範囲の外でこの平行導線間に抵抗 R [Ω]を接続した。台車導線と平行導線の抵抗およびインダクタンスは無視でき，端子 a，b と平行導線との接触部の抵抗も無視できるとする。（２）と同様にばねを押し縮めてから台車を静かに離すと，（２）で考察した誘導起電力によって，抵抗および台車導線に電流が流れる。この電流と磁界との作用により台車の振動の振幅は次第に減少する。

いま，抵抗 R が大きく，台車は $x =\ -A$ から動き始め，再び $x =\ -A$ の近傍にもどって折り返した。この一往復の間の運動を近似的に振幅 A の単振動と見なすと，その間に抵抗 R で発生するジュール熱 W [J]は，近似的に$\boxed{\text{ニ}}$[J]となる。

次に，この熱エネルギーが｛ホ：①　磁石の磁気力によるエネルギー
②　ばねの弾性力によるエネルギー｝から供給されることを考慮すると，この一往復後の折り返し点は，実際には $x=-A$ からずれ，W を用いて表すと，$x=-A\times$ $\boxed{\text{ヘ}}$ となる。

また，台車が振動を始めてから，長時間が経過した。その間に抵抗 R で発生するジュール熱は $\boxed{\text{ト}}$ [J]となる。

（4）図 3 において，抵抗 R の代わりに容量 C [F]のコンデンサーを接続して，（2）と同様にばねを押し縮めてから台車を静かに離した。

台車導線の両端子 a，b 間に発生する電圧によってコンデンサーにたくわえられる静電エネルギーは，台車の速さが v [m/s]のとき，その v を用いて，$\boxed{\text{チ}}$ [J]となる。

いま，台車の変位が x，速さが v のときの全エネルギーE[J]を考えると，E は，ばねの弾性力による位置エネルギー $\boxed{\text{リ}}$ [J]と台車の運動エネルギー $\boxed{\text{ヌ}}$ [J]とコンデンサーの静電エネルギーとの和で表される。

この結果から，コンデンサーを接続することと，｛ル：①　ばね定数
②　台車の質量｝を変化させることとは，台車の運動に関して同じ働きをしていることがわかる。

一例として，$C=0.10$F，$l=0.50$m，$B=1.0$Wb/m^2 とすると，コンデンサーを接続したときの台車の振動は，（2）で考察した場合の振動に比べて，｛ル：①　ばね定数
②　台車の質量｝を $\boxed{\text{ヲ}}$ だけ｛ワ：①　増加　　②　減少｝させたときの振動と同じになる。

なお，1[Wb/m^2] = 1[T]である。

（1992 年　京都大）

<NOTE>