

1

数列  $1, 2, 3, \dots, n$  において、次の和を求めよ。

- (1) 異なる2つの項の積の和 ( $n \geq 2$ )
- (2) 互いに隣り合わない2つの項の積の和 ( $n \geq 3$ )

2

第3項が8, 第10項が29の等差数列  $\{a_n\}$  の初項を  $a$ , 公差を  $d$  とするとき

- (1)  $a$  と  $d$  の値を求めよ。
- (2) 和  $2^{a_1} + 2^{a_2} + \dots + 2^{a_n}$  を  $n$  の式で表せ。
- (3) 200以下の  $a_n$  のうち偶数であるものの和を求めよ。

3

自然数の数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  を  $(3 + \sqrt{5})^n = a_n + b_n\sqrt{5}$  により定める。

- (1)  $a_{n+1}, b_{n+1}$  を  $a_n, b_n$  を用いて表せ。
- (2)  $c_n = a_n - b_n\sqrt{5}$  とするとき、数列  $\{c_n\}$  の一般項を求めよ。
- (3) 数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  の一般項を求めよ。

4

(1) 2以上の整数  $n$  に対し,

$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{(n-1)n(n+1)}$  を求めよ。

(2) 任意の正の整数  $n$  に対し,

$$\frac{1}{1^3} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \cdots + \frac{1}{n^3} < \frac{5}{4}$$

が成り立つことを示せ。