

1

$n$  を自然数とし、整式  $(2x+1)^n$  を展開した式を  $a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$  とする。

- (1)  $a_0+a_1+a_2+\cdots+a_n$  を  $n$  を用いて表せ。
- (2)  $\frac{a_k}{a_{k-1}}$  ( $1 \leq k \leq n$ ) を  $n$  と  $k$  を用いて表せ。
- (3)  $a_k = a_{k-1}$  ( $1 \leq k \leq n$ ) を満たす  $k$  が存在するための  $n$  の条件を求めよ。
- (4)  $n=101$  のとき、 $a_k$  が  $a_0, a_1, a_2, \cdots, a_n$  の中で最大となる  $k$  をすべて求めよ。

2

$a, b, c$  を正の数とするとき、次を証明せよ。

$$\frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b} \text{ ならば } a=b=c \text{ である。}$$

3

$a, b, c$  を実数とする。 $a+b+c=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$  であるとき、 $a, b, c$  の少なくとも1つは1に等しいことを示せ。

4

$a, b, c, x, y, z$  を実数とする。

- (1)  $(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)\geq(ax+by+cz)^2$  が成り立つことを示せ。
- (2)  $x+y+z=1$  のとき、 $x^2+y^2+z^2$  の最小値を求めよ。

5

$a, b, c, d$  は正の数で  $a+b=c+d$  を満たしている。

(1)  $\frac{a^2+c^2}{a+c} \geq \frac{a+c}{2}$  が成り立つことを示せ。

(2)  $\frac{a^2}{a+c} + \frac{b^2}{b+d} = \frac{c^2}{a+c} + \frac{d^2}{b+d}$  が成り立つことを示せ。

(3)  $\frac{a^2}{a+c} + \frac{b^2}{b+d} \geq \frac{a+b}{2}$  が成り立つことを示せ。