

1

実数  $x$  の関数  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d$  は実数の定数) は次の条件をすべて満たす。

- ・曲線  $y = f(x)$  上の点  $(0, f(0))$  における接線の方程式は  $y = 12x - 4$  である。
- ・関数  $f(x)$  は  $x = 2$  で極値  $0$  をとる。

このとき、 $a, b, c, d$  の値を求めよ。

2

$a$  を定数として、関数  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 9|x - a| + 1$  を考える。

- (1)  $x > a$  の範囲で  $f(x)$  は増加することを示せ。
- (2) 実数全体で  $f(x)$  が増加するための  $a$  の条件を求めよ。
- (3)  $x \geq -1$  の範囲での  $f(x)$  の最小値を  $m$  とするとき、 $m$  を  $a$  を用いて表せ。
- (4) (3) の最小値  $m$  が  $-3$  となる  $a$  の値を求めよ。

3

$k$  を実数とする。関数  $y=|x(x-1)|$  のグラフと直線  $y=kx$  が異なる 3 点を共有している。  
これらで囲まれた 2 つの部分の面積の和を  $S$  とする。

- (1)  $k$  の値の範囲を求めよ。
- (2)  $S$  を  $k$  の式で表せ。
- (3)  $S$  が最小になるときの  $k$  の値を求めよ。