

1

t を定数とする 2 次方程式 $z^2 - tz + t - \frac{1}{2} = 0$ について、次の問いに答えよ。ただし、定数 t は実数とする。

- (1) この 2 次方程式が実数解をもち、すべての解が -1 以上 1 以下であるような定数 t の値の範囲を求めよ。
- (2) この 2 次方程式が 2 つの共役な虚数解 $z = x \pm yi$ (x, y は実数) をもち、 $x^2 + y^2 \leq 1$ を満たすような定数 t の値の範囲を求めよ。

2

n を正の整数とし、整式 $P(x) = x^{3n} + (3n - 2)x^{2n} + (2n - 3)x^n - n^2$ を考える。

- (1) $P(x)$ を $x^2 - 1$ で割った余りを求めよ。
- (2) $P(x)$ が $x^2 - 1$ で割り切れるような n の値をすべて求めよ。

3

a, b は正の整数とする。3次方程式 $x^3 - ax^2 - bx + 24 = 0$ が、 $x = 3$ を解にもつならば、
 ア $a + b = \text{イ}$ が成り立つ。この方程式 $x^3 - ax^2 - bx + 24 = 0$ が $x = 3$ を解に
 もち、かつ他の2つの解も整数となるのは、 $a = 1$ であるかまたは $a = \text{ウ}$ のときで
 あって、 $a = \text{ウ}$ なら、解は $x = 3, \text{エ}$, オ である。
 (ただし、 エ $< \text{オ}$)

4

正の数 x, y, z が3条件 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{7}{4}, x^2 + y^2 + z^2 = 21, xyz = 8$ を満たすとき、
 次の問いに答えよ。

- (1) $xy + yz + zx$ の値を求めよ。
- (2) $x + y + z$ の値を求めよ。
- (3) $x \leq y \leq z$ であるとき、 x, y, z の値を求めよ。

5

a を実数, z を 0 でない複素数とする。 z と共役な複素数を \bar{z} で表す。

(1) $z + 1 - \frac{a}{z} = 0$ を満たす z を求めよ。

(2) $\bar{z} + 1 - \frac{a}{z} = 0$ を満たす z が存在するような a の値の範囲を求めよ。

(3) $z(\bar{z})^2 + \bar{z} - \frac{a}{z} = 0$ を満たす z が存在するような a の値の範囲を求めよ。