第１回　解答・解説

第１回

設問別正答率

解答記号1	ア-イ	ウ	エ-オ	カ-キ	ク	ケ	コ-サ	シ-ス	セ-タ	チ-テ	ト
配点	2	2	2	2	2	2	3	2	3	3	3
正答率(%)	82.0	70.3	68.7	47.4	18.7	67.5	63.6	55.6	43.4	68.1	71.7
解答記号	ナ										
配点	4										
正答率(%)	41.4										
解答記号2	ア	イ	ウ-オ	カ	キ	ク	ケ-サ	シ-セ	ソ	タ	チ
配点	2	2	2	3	3	3	1	1	2	2	2
正答率(%)	91.3	88.5	58.0	25.4	42.9	19.4	66.6	66.5	52.4	65.1	29.1
解答記号	ツ	テ	ト-ナ	ニ-ヌ							
配点	1	1	2	3							
正答率(%)	79.5	66.4	57.3	31.8							
解答記号3	ア-イ	ウ	エ	オ	カ-キ	ク-ケ	コ-セ	ソ-タ	チ-ナ		
配点	2	2	2	2	2	2	2	3	3		
正答率(%)	88.6	89.5	85.1	53.8	20.6	18.0	11.3	4.0	1.4		
解答記号4	ア-イ	ウ-エ	オ-カ	キ-ク	ケ-サ	シ-ス	セ	ソ-ツ	テ-ナ		
配点	2	2	2	2	3	2	2	2	3		
正答率(%)	86.3	82.8	61.3	63.9	44.1	20.6	65.2	31.6	4.5		

設問別成績一覧

設問	設問内容	配点	平均点	標準偏差
合計		100	49.7	18.0
1〔1〕	無理数の計算と値の評価，循環小数	10	5.7	2.8
〔2〕	線対称，余弦定理，面積	20	11.5	6.0
全体		30	17.3	
2〔1〕	総菜販売における総利益の最大値	15	7.4	3.6
〔2〕	外れ値，散布図，仮設検定	15	7.8	3.6
全体		30	15.2	
3	方べきの定理，メネラウスの定理	20	7.5	3.6
4	期待値，条件付き確率	20	9.7	5.5

（100点満点）

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第１問	$\text{ア}+\sqrt{\text{イ}}$	$3+\sqrt{3}$	2	
	ウ	4	2	
	エオ	99	2	
	カキ	11	2	
	ク	1	2	
	ケ	3	2	
	$\dfrac{\sqrt{\text{コ}}}{\text{サ}}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	3	
	シス	90	2	
	$\text{セ}\sqrt{\text{ソタ}}$	$2\sqrt{13}$	3	
	チツテ	360	3	
	ト	0	3	
	ナ	1	4	
	第１問　自己採点小計		(30)	

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第２問	ア	2	2	
	イ	1	2	
	ウエオ	200	2	
	カ	0	3	
	キ	0	3	
	ク	0	3	
	ケコサ	119	1	
	シスセ	195	1	
	ソ	2	2	
	タ	2	2	
	チ	1	2	
	ツ，テ	1，4 (解答の順序は問わない)	2 (各1)	
	ト.ナ	4.1	2	
	ニ，ヌ	0，0	3	
	第２問　自己採点小計		(30)	

問題番号	解答記号	正解	配点	自己採点
第３問	$\sqrt{\text{アイ}}$	$\sqrt{13}$	2	
	ウ	4	2	
	エ	5	2	
	オ	3	2	
	$\dfrac{\text{カ}}{\text{キ}}$	$\dfrac{4}{3}$	2	
	$\dfrac{\text{ク}}{\text{ケ}}$	$\dfrac{2}{3}$	2	
	$\dfrac{\text{コ}\sqrt{\text{サシ}}}{\text{スセ}}$	$\dfrac{9\sqrt{13}}{13}$	2	
	$\dfrac{\text{ソ}}{\text{タ}}$	$\dfrac{8}{9}$	3	
	$\dfrac{\text{チツ}}{\text{テトナ}}$	$\dfrac{12}{221}$	3	
	第３問　自己採点小計		(20)	
第４問	$\dfrac{\text{ア}}{\text{イ}}$	$\dfrac{1}{3}$	2	
	ウ，エ	3，4	2	
	$\dfrac{\text{オ}}{\text{カ}}$	$\dfrac{2}{9}$	2	
	$\dfrac{\text{キ}}{\text{ク}}$	$\dfrac{4}{9}$	2	
	$\dfrac{\text{ケコ}}{\text{サ}}$	$\dfrac{28}{9}$	3	
	$\dfrac{\text{シ}}{\text{ス}}$	$\dfrac{1}{4}$	2	
	セ	3	2	
	$\dfrac{\text{ソタ}}{\text{チツ}}$	$\dfrac{16}{27}$	2	
	$\dfrac{\text{テト}}{\text{ナ}}$	$\dfrac{31}{9}$	3	
	第４問　自己採点小計		(20)	
	自己採点合計		(100)	

第1問　数と式，図形と計量

［1］

(1)　$x=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$，$y=12$ より，

$$A=\frac{2+\sqrt{y}}{x}$$
$$=\frac{\sqrt{3}}{2}(2+\sqrt{12})$$
$$=\frac{\sqrt{3}}{2}(2+2\sqrt{3})$$
$$=\boxed{3}+\sqrt{\boxed{3}}.$$

$1<\sqrt{3}<2$ より，

$1^2<3<2^2$ より，$1<\sqrt{3}<2.$

$$3+1<3+\sqrt{3}<3+2$$

すなわち

$$4<A<5$$

であるから，$m<A<m+1$ を満たす整数 m は $\boxed{4}$ である．

(2)　$\dfrac{1}{y}=0.\dot{0}\dot{1}$ より，

$$\frac{1}{y}=0.010101\cdots,$$
$$\frac{100}{y}=1.010101\cdots$$

であるから，

$$\frac{100}{y}-\frac{1}{y}=1$$
$$\frac{99}{y}=1$$
$$y=\boxed{99}.$$

$9<\sqrt{99}<10$ より，

$9^2<99<10^2$ より，$9<\sqrt{99}<10.$

$$2+9<2+\sqrt{99}<2+10$$

すなわち

$$11<2+\sqrt{y}<12 \qquad \cdots①$$

であるから，$n<2+\sqrt{y}<n+1$ を満たす整数 n は $\boxed{11}$ である．

・$A=\dfrac{2+\sqrt{y}}{5}$ について．

$x=5.$

①より，

$$\frac{11}{5}<A<\frac{12}{5}$$

すなわち

$$2.2<A<2.4.$$

よって，A を小数で表したときの小数第1位の数 a は2または3である．

$A=2.38\cdots.$

・$B=\dfrac{2+\sqrt{y}}{6}$ について．

①より，

$$\frac{11}{6}<B<\frac{12}{6}$$

すなわち

$$1.83\cdots<B<2.$$

よって，B を小数で表したときの小数第1位の数 b は8または9である．

$B=1.99\cdots.$

・$C=\dfrac{2+\sqrt{y}}{7}$ について．

①より，

$$\frac{11}{7}<C<\frac{12}{7}$$

すなわち

$$1.57\cdots<C<1.71\cdots.$$

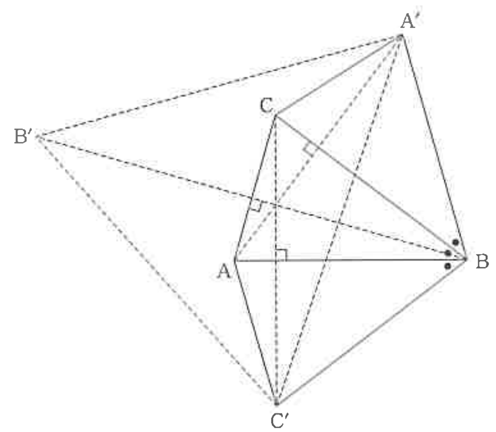
よって，C を小数で表したときの小数第1位の数 c は5または6または7である．

$C=1.70\cdots.$

以上より，

$$a<c<b.\ \boxed{0}$$

［2］



A′ は直線BCに関して点Aと対称な点であるから，

$$\begin{cases}\mathrm{AC}=\mathrm{A'C},\\ \mathrm{AB}=\mathrm{A'B},\\ \mathrm{BC}\text{ は共通}\end{cases}$$

となり，△ABC≡△A′BC である．

同様に，C′ は直線ABに関して点Cと対称な点であるから，△ABC≡△ABC′ である．

$$\begin{cases}\mathrm{CA}=\mathrm{C'A},\\ \mathrm{CB}=\mathrm{C'B},\\ \mathrm{AB}\text{ は共通.}\end{cases}$$

よって，

$$\triangle ABC \equiv \triangle A'BC \equiv \triangle ABC'$$

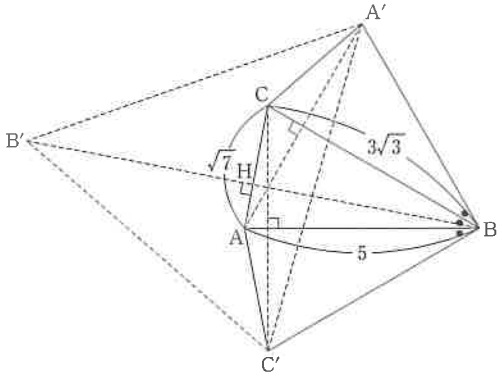
であるから，

$$\angle ABC = \angle A'BC = \angle ABC'.$$

$\angle ABC < 60^\circ$ であることを考慮して，

$$\angle A'BC' = \angle ABC + \angle A'BC + \angle ABC'$$
$$= \angle ABC \times \boxed{3}.$$

(1)



$\triangle ABC$ に余弦定理を用いると，

$$\cos\angle ABC = \frac{(3\sqrt{3})^2 + 5^2 - (\sqrt{7})^2}{2\cdot 3\sqrt{3}\cdot 5}$$
$$= \frac{\sqrt{\boxed{3}}}{\boxed{2}}.$$

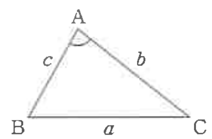
これより，$\angle ABC = 30^\circ$ であるから，

$$\angle A'BC' = 30^\circ \times 3$$
$$= \boxed{90}^\circ$$

であり，$\triangle BA'C'$ に三平方の定理を用いると，

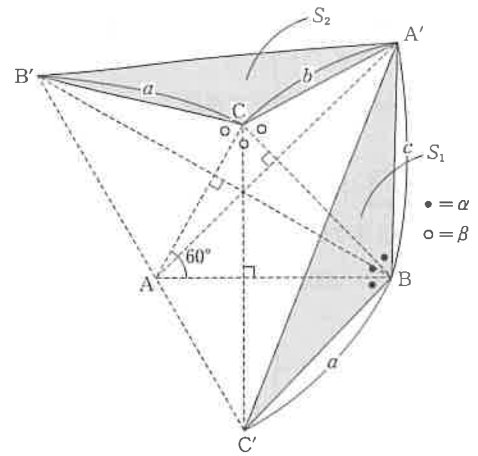
$$A'C' = \sqrt{A'B^2 + BC'^2}$$
$$= \sqrt{AB^2 + BC^2}$$
$$= \sqrt{5^2 + (3\sqrt{3})^2}$$
$$= \boxed{2}\sqrt{\boxed{13}}.$$

余弦定理



$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}.$$

(2)



$\angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180^\circ$ より，

$$\alpha + \beta + 60^\circ = 180^\circ$$
$$\alpha + \beta = 120^\circ \qquad \cdots ①$$

であるから，

$$3\alpha + 3\beta = \boxed{360}^\circ. \qquad \cdots ②$$

また，① より，

$$\alpha = 120^\circ - \beta$$

であるから，$\alpha < 60^\circ$ より，

$$120^\circ - \beta < 60^\circ$$
$$\beta > 60^\circ.$$

よって，

$$\alpha < 60^\circ < \beta$$

であるから，

$$b < c. \quad \boxed{0}$$

次に，$0^\circ < 3\alpha < 180^\circ$，$0^\circ < 360^\circ - 3\beta < 180^\circ$ であり，

$$S_1 = \frac{1}{2} BA' \cdot BC' \sin 3\alpha$$
$$= \frac{1}{2} BA \cdot BC \sin 3\alpha$$
$$= \frac{1}{2} ac \sin 3\alpha,$$
$$S_2 = \frac{1}{2} CA' \cdot CB' \sin(360^\circ - 3\beta)$$
$$= \frac{1}{2} CA \cdot CB \sin(360^\circ - 3\beta)$$
$$= \frac{1}{2} ab \sin 3\alpha \quad (② より)$$

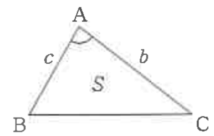
であるから，S_1 と S_2 の大小関係は，c と b の大小関係と一致する。

a，b，c が $\angle BAC = 60^\circ$，$\angle ABC < 60^\circ$ を満たしながら変化

$\triangle ABC$ の内角の和は 180°。

三角形の 2 辺の大小関係は，その向かい合う角の大小関係と一致する。

三角形の面積



$$S = \frac{1}{2} bc \sin A.$$

$180^\circ < 3\beta < 360^\circ$ より，
$\angle A'CB' = 360^\circ - 3\beta$.

S_1，S_2 を表す式において，$\frac{1}{2} a \sin 3\alpha$ は共通である。

するとき，つねに $b<c$ であるから，S_1 と S_2 の大小関係については，つねに $S_1>S_2$ である．$\boxed{0}$

第２問　２次関数，データの分析

［１］

(1)　x 個の総菜Ｓを作り，１個あたりの価格を $(450-x)$ 円とすると，売り上げ金額は，

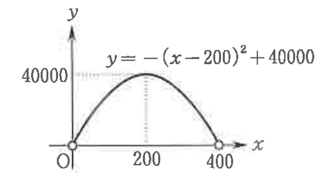
$$(450-x)x=-x^2+450x\ (円)\quad \boxed{2}$$

であり，１個作るのにかかる費用は 50 円であるから，利益は，

$$(-x^2+450x)-50x=-x^2+400x\ (円).\quad \boxed{0}$$

よって，

$$-x^2+400x=-\{(x-200)^2-200^2\}$$
$$=-(x-200)^2+40000$$



より，利益が最大となるのは，

$$x=\boxed{200}\quad (0<x<400\ を満たす)$$

のときである．

(2)(i)　プラン A を採用した場合．

２日間で (x_1+x_2) 個の総菜Ｓを作り，１個あたりの価格が $(450-x_1-x_2)$ 円，１個作るのにかかる費用が 50 円であるから，総利益は，

$$(450-x_1-x_2)(x_1+x_2)-50(x_1+x_2)=\{400-(x_1+x_2)\}(x_1+x_2)\ (円).\quad \cdots①$$

$(x_1,\ x_2)=(50,\ 100)$ のとき，

$$a=250\cdot150=37500\ (円).$$

← ①に $x_1=50$，$x_2=100$ を代入．

$(x_1,\ x_2)=(75,\ 75)$ のとき，

$$b=250\cdot150=37500\ (円).$$

← ①に $x_1=75$，$x_2=75$ を代入．

$(x_1,\ x_2)=(100,\ 150)$ のとき，

$$c=150\cdot250=37500\ (円).$$

← ①に $x_1=100$，$x_2=150$ を代入．

したがって，a，b，c の大小関係は，

$$a=b=c.\quad \boxed{0}$$

(ii)　プラン B を採用した場合．

１日目の１個あたりの価格を $(450-x_1)$ 円とすると，１日目の利益は，

$$-(x_1-200)^2+40000\ (円)\quad \cdots②$$

← (1)の x を x_1 とすればよい．

であり，１日目の利益が最大となるのは，

$$x_1=200\quad (0<x_1<400\ を満たす)$$

のときである．

よって，２日目の１個あたりの価格は，

$$450-200-x_2=250-x_2\ (円)$$

であり，２日目の利益は，

$$(250-x_2)x_2-50x_2=-x_2^{\,2}+200x_2\ (円).\quad \boxed{0}\quad \cdots③$$

(iii) プランAを採用した場合，$x_1+x_2=t$ とおくと，①より総利益は，

$$(400-t)t=-(t-200)^2+40000$$

であるから，$0<t<400$ より，

$$M_{\mathrm{A}}=40000\ (\text{円}).$$

← $t=200$ のとき．

プランBを採用した場合，②より1日目の利益の最大値は，

40000円．

← $x_1=200$ のとき．

また，③は，

$$\begin{aligned}-x_2^{\,2}+200x_2&=-\{(x_2-100)^2-100^2\}\\&=-(x_2-100)^2+10000\end{aligned}$$

となるから，$0\leqq x_2<200$ より，2日目の利益の最大値は，

← $x_1=200,\ x_2\geqq 0,\ x_1+x_2<400$.

10000円．

← $x_2=100$ のとき．

よって，

$$M_{\mathrm{B}}=40000+10000=50000\ (\text{円}).$$

以上より，

$$D=M_{\mathrm{A}}-M_{\mathrm{B}}=-10000$$

であり，

$$D<-5000\quad \boxed{⓪}$$

が成り立つ．

〔2〕

(1) 一級河川44本の幹川流路延長の第1四分位数は，値の小さい方から11番目と12番目の平均値であるから，

$$\frac{118+120}{2}=\boxed{119}.$$

← 44個の値からなるデータにおいて，値を小さい順に，a_1，a_2，…，a_{44} とする．

下位データ　上位データ

$a_1\cdots a_{11}\ a_{12}\cdots a_{22}\ a_{23}\cdots a_{33}\ a_{34}\cdots a_{44}$

この2つの平均値が第1四分位数　この2つの平均値が第3四分位数

この2つの平均値が中央値

また，第3四分位数は，値の大きい方から11番目と12番目の平均値であるから，

$$\frac{196+194}{2}=\boxed{195}.$$

これより，四分位範囲は，

$$195-119=76.$$

← (四分位範囲)
＝(第3四分位数)－(第1四分位数)．

よって，

(第1四分位数)$-1.5\times$(四分位範囲)$=119-1.5\times76=5$,

(第3四分位数)$+1.5\times$(四分位範囲)$=195+1.5\times76=309$

であるから，

外れ値は322，367の $\boxed{2}$ 個である．

次に，一級河川44本の幹川流路延長における外れ値は，値の大きい方からの2つであり，この2つを除くことから，

$$m_{44}>m'.\quad \boxed{②}$$

← 実際に計算すると，
$m_{44}=162.7\cdots$,
$m'=154.0\cdots$.

また，一級河川44本の幹川流路延長の外れ値を除いた42個の

値からなるデータにおいて，第1四分位数は値の小さい方から11番目の118であり，第3四分位数は値の大きい方から11番目の194であるから，

$$q'=194-118=76.$$

← 外れ値を除いた42個の値からなるデータにおいて，値を小さい順に b_1，b_2，…，b_{42} とする．

下位データ　上位データ

$b_1\cdots b_{11}\cdots b_{21}\ b_{22}\cdots b_{32}\cdots b_{42}$

第1四分位数　第3四分位数

この2つの平均値が中央値

$q_{44}=76$ より，

$$q_{44}=q'.\quad \boxed{⓪}$$

(2)

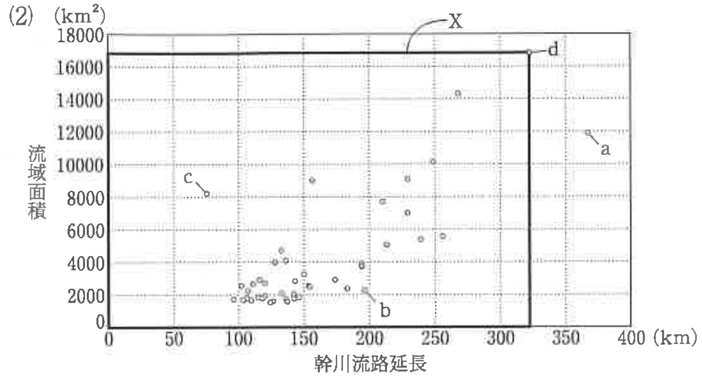


図1　「幹川流路延長」と「流域面積」の散布図

・⓪は正しくない．

幹川流路延長が最大の河川は図1の点aであるが，流域面積は最大ではない．

・① は正しい．

流域面積が6000 km² 以上の河川の数が9であるから，6000 km² 未満の河川の数は35である．

・② は正しくない．

(1)のデータより，図1の点bの幹川流路延長は196 km であり，幹川流路延長の第3四分位数195より大きい．しかし，点bの流域面積は4000 km² 未満である．

・③ は正しくない．

図1の点cの幹川流路延長は，幹川流路延長の第1四分位数119より小さい．しかし，点cの流域面積は4000 km² 以上である．

・④ は正しい．

幹川流路延長と流域面積の積が最大の河川は，図1の点dである．

← 幹川流路延長と流域面積の積の最大値は，図1の長方形Xの面積を表す．

よって，(1)のデータと(2)の図1から読み取れることとして正しいものは $\boxed{⓪}$ と $\boxed{④}$ である．

(3)　[1]　R川はきれいだと思う人の方が多い

と判断してよいかを考察するために，[1]の主張に反する次の仮

説を立てる．

[2]　R川はきれいだと思うと回答する人とそう回答しない人の割合が等しい．

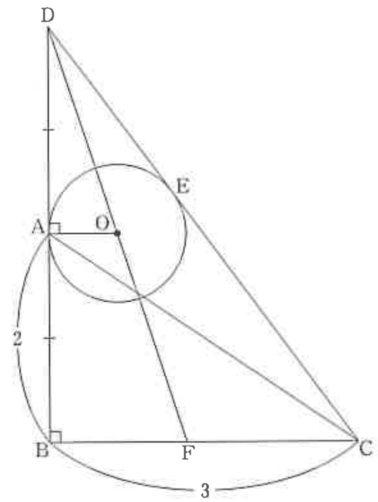
ここで，**実験結果**を用いると，40 枚の硬貨のうち 26 枚以上が表となった割合は，

$$2.2+0.9+0.5+0.3+0.1+0.1=\boxed{4}.\boxed{1}\ (\%).$$

つまり，[2] のもとでは，26 人以上が「きれいだと思う」と回答する割合は 4.1%であり，5%より小さいから，仮説 [2] は誤っていると判断される．$\boxed{0}$

よって，主張 [1] は正しいと判断でき，R川はきれいだと思う人の方が多いといえる．$\boxed{0}$

第 3 問　図形の性質



△ABC に三平方の定理を用いると，

$$AC=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{\boxed{13}}.$$

A は線分 BD の中点であるから，

$$BD=2\,AB=\boxed{4}$$

であり，△BCD に三平方の定理を用いると，

$$CD=\sqrt{3^2+4^2}=\boxed{5}.$$

△ADO ≡ △EDO であり，DE＝DA＝2 であるから，

$$CE=CD-DE=5-2=\boxed{3}.$$

また，

$$\angle ADO=\angle EDO$$

であり，直線 DO は ∠BDC の二等分線であるから，

$$BF:FC=DB:DC=4:5.$$

これより，

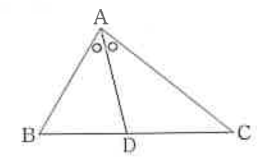
$$BF=\frac{4}{9}BC=\frac{4}{9}\cdot 3=\frac{\boxed{4}}{\boxed{3}}.$$

$$\begin{cases} DO\ は共通, \\ AO=EO, \\ \angle DAO=\angle DEO=90^\circ \end{cases}$$

であるから，

△ADO ≡ △EDO.

角の二等分線の性質



BD : DC＝AB : AC.

$\triangle AOD \backsim \triangle BFD$ より，

$$AO:BF=AD:BD$$

$$AO:\frac{4}{3}=2:4$$

$$AO=\frac{2}{3}$$

であるから，

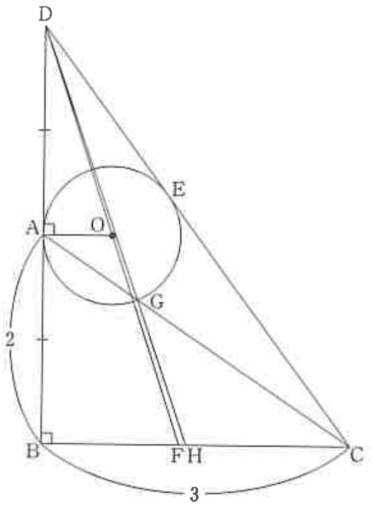
$$(\text{円 O の半径})=AO$$

$$=\frac{\boxed{2}}{\boxed{3}}.$$

⬅ $\begin{cases}\angle ADO=\angle BDF, \\ \angle DAO=\angle DBF=90^\circ\end{cases}$

であるから，

$\triangle AOD \backsim \triangle BFD$.



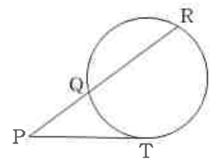
方べきの定理より，

$$CG\cdot CA=CE^2$$

$$CG\cdot\sqrt{13}=3^2$$

$$CG=\frac{\boxed{9}\sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{13}}.$$

⬅ **方べきの定理**



$PQ\cdot PR=PT^2$.

（T は接点）

これより，

$$CG:GA=\frac{9\sqrt{13}}{13}:\left(\sqrt{13}-\frac{9\sqrt{13}}{13}\right)$$

$$=9:4$$

⬅ $GA=AC-CG$.

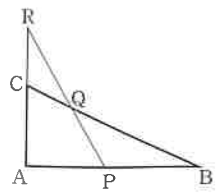
であるから，$\triangle ABC$ と直線 DH についてメネラウスの定理を用いると，

$$\frac{BH}{HC}\cdot\frac{CG}{GA}\cdot\frac{AD}{DB}=1$$

$$\frac{BH}{HC}\cdot\frac{9}{4}\cdot\frac{2}{4}=1$$

$$\frac{BH}{HC}=\frac{\boxed{8}}{\boxed{9}}. \qquad \cdots①$$

⬅ **メネラウスの定理**



$\frac{AP}{PB}\cdot\frac{BQ}{QC}\cdot\frac{CR}{RA}=1$.

$BF=\frac{4}{9}BC$ であり，①より，

$$BH=\frac{8}{17}BC$$

であるから，

$$FH=BH-BF$$

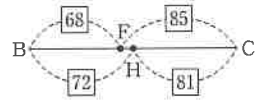
$$=\left(\frac{8}{17}-\frac{4}{9}\right)BC$$

$$=\frac{4}{153}BC$$

$$=\frac{4}{153}\cdot 3$$

$$=\frac{4}{51}.$$

⬅ $\frac{4}{9}=\frac{68}{153}$，$\frac{8}{17}=\frac{72}{153}$.



また，点 G から辺 BC に垂線 GI を下ろすと，$\triangle CGI \backsim \triangle CAB$ より，

$$GI:AB=CG:CA$$

$$GI:2=9:13$$

$$GI=\frac{18}{13}$$

⬅ $CG:GA=9:4$.

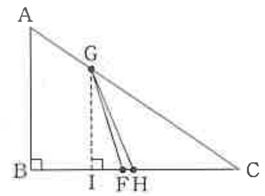
であるから，

$$(\triangle FGH\ \text{の面積})=\frac{1}{2}FH\cdot GI$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{51}\cdot\frac{18}{13}$$

$$=\frac{\boxed{12}}{\boxed{221}}.$$

⬅



⬅ 次のように考えてもよい．

$(\triangle FGH$ の面積$)$

$=\frac{CG}{CA}\cdot\frac{FH}{BC}\times(\triangle ABC$ の面積$)$

$=\frac{9}{13}\cdot\frac{4}{153}\times\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 2$

$=\frac{12}{221}$.

第４問　場合の数・確率

さいころを１回投げるとき，

3 の倍数の目が出る事象を E,

3 の倍数でない目が出る事象を F

とする．

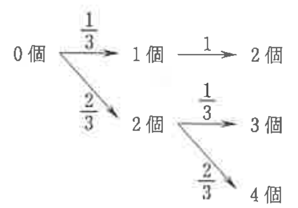
(1)　3 の倍数の目は 3 と 6 であるから，

$$P(E)=\frac{2}{6}=\frac{\boxed{1}}{\boxed{3}}.$$

また，

$$P(F)=P(\overline{E})=1-P(E)=\frac{2}{3}.$$

(2)　さいころを２回投げたときの球数の推移は，**規則** (a), (b) より次の図のようになる．ただし，矢印に添えた数は推移の確率を表す．



さいころを２回投げた後の球数のとり得る値は，小さい方から順に，

$$2,\ \boxed{3},\ \boxed{4}$$

であり，それぞれの値をとる確率は次のようになる．

(i)　球数が 2 となるのは，

1 回目に E,　2 回目に E または F

が起こるときであるから，その確率は，

$$\frac{1}{3}\cdot 1=\frac{1}{3}.$$

(ii)　球数が 3 となるのは，

1 回目に F,　2 回目に E

が起こるときであるから，その確率は，

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{9}.$$

(iii)　球数が 4 となるのは，

1 回目に F,　2 回目に F

が起こるときであるから，その確率は，

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{4}{9}.$$

(i), (ii), (iii) を表にまとめると次のようになる．

←　球数が 1 のとき，E が起こると球数は，

$$1+1=2$$

となり，F が起こると球数は，

$$1\times 2=2$$

となるから，球数が 1 から 2 に推移する確率は，

$$\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=1.$$

球数	2	3	4
確率	$\frac{1}{3}$	$\frac{\boxed{2}}{\boxed{9}}$	$\frac{\boxed{4}}{\boxed{9}}$

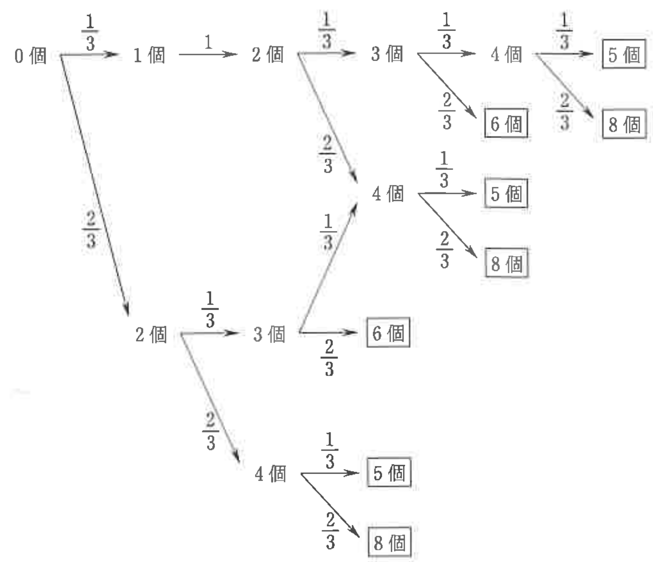
よって，さいころを２回投げた後の球数の期待値は，

$$2\cdot\frac{1}{3}+3\cdot\frac{2}{9}+4\cdot\frac{4}{9}=\frac{\boxed{28}}{\boxed{9}}.$$

さいころを２回投げた後の球数が 4 であったとき，２回目に起こる事象は F であるから，２回目に出た目は 1, 2, 4, 5 のいずれかである．よって，２回投げた後の球数が 4 であったとき，２回目に出た目が 5 である条件付き確率は，

$$\frac{\boxed{1}}{\boxed{4}}.$$

(3)　終了するまでの球数の推移は次の図のようになる．ただし，矢印に添えた数は推移の確率を表す．



よって，N のとり得る値は，3, 4, 5 であるから，

N の最小値は $\boxed{3}$

である．

推移図より，$N=3$ となる確率 $P(N=3)$ は，

$$P(N=3)=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}$$
$$=\frac{\boxed{16}}{\boxed{27}}.$$

さらに，推移図より，$N=4$, $N=5$ となる確率 $P(N=4)$,

←　**期待値**

$X=x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n$

となる確率がそれぞれ

$p_1,\ p_2,\ \cdots,\ p_n$

$(p_1+p_2+\cdots+p_n=1)$

のとき，X の期待値は，

$x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_np_n$.

←　次のように考えてもよい．

事象 A, B を，

A：さいころを２回投げた後の球数が 4 である

B：2 回目に出たさいころの目が 5 である

と定めると，求める条件付き確率は，

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$
$$=\frac{\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{6}}{\frac{4}{9}}$$
$$=\frac{1}{4}.$$

←　$N=3$ となるときの球数の推移は，

0 個 → 2 個 → 3 個 → 6 個

または

0 個 → 2 個 → 4 個 → 5 個

または

0 個 → 2 個 → 4 個 → 8 個.

$P(N=5)$ は，それぞれ

$$P(N=4)=\frac{1}{3}\cdot1\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\cdot1\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\cdot1\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}$$
$$+\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}$$
$$=\frac{10}{27},$$

$$P(N=5)=\frac{1}{3}\cdot1\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\cdot1\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}$$
$$=\frac{1}{27}.$$

よって，N の期待値は，

$$3\cdot\frac{16}{27}+4\cdot\frac{10}{27}+5\cdot\frac{1}{27}=\frac{\boxed{31}}{\boxed{9}}.$$

次のように求めてもよい．

$P(N=4)$

$=1-\{P(N=3)+P(N=5)\}$

$=1-\left(\frac{16}{27}+\frac{1}{27}\right)$

$=\frac{10}{27}.$

第2回 解答・解説