



高3 物理総合 S

夏期講習会

～電気・電流回路～

氏名

学習内容

◆第1回 荷電粒子①◆	4
<重要事項>	4
<予習用問題>	5
<演習問題>	9
◆第2回 荷電粒子②◆	13
<予習用問題>	13
<演習問題>	17
◆第3回 電気力学◆	19
<重要事項>	19
<予習用問題>	23
<演習問題>	27
◆第4回 コンデンサーと電場◆	31
<重要事項>	31
<予習用問題>	35
<演習問題>	39
◆第5回 コンデンサーと直流回路◆	43
<重要事項>	43
<予習用問題>	45
<演習問題>	49
◆第6回 総まとめ◆	55
<演習問題>	55

❶ 学習方法について

最難関大学を目指す生徒にとっての、理科の学習は、できる限り実践に近い形で、できる限り多くの問題に触れることです。物理においては、数学と同様復習が鍵を握ります。“なぜその解き方なのか。”ということ意識しながら、日々復習に励んでください。

コラボのテキストは、基礎レベルからハイレベルな内容まで盛り込んでいます。「学力は復習（回数）に宿る」を肝に銘じて、学習した全てが血肉となるまで、徹底した復習をしてください。

❷ 授業欠席のフォローに関して

平常授業を欠席する場合は、担当講師または事務局まで、事前に連絡をしてください。

連絡の上欠席した場合は、下記の要領にてフォローをします。

集団個別指導	担当講師と相談の上、フォローします。担当講師の空き時間等を利用して授業内容のフォローをします。*解説が中心です。
--------	--

*個別指導と異なり、振替授業はありません。

重要 テキストの使用方法”予習”と”復習”

本テキストは、難解な入試問題への対応力を養成するため、難問～超難問レベルの入試問題で構成されています。以下に、予習と復習のポイントを挙げておきます。テキストを効果的に使用するために、熟読しておいてください。

予習用問題：授業前に予習が必要です。1題 25～40分を目安にノートに解答しましょう。

問題に取り組むにあたっては、以下の点に注意してください。

- ①予習の前にテキストや問題集で基本事項の復習をしておくこと
- ②解答の際ノートに図を書き直すこと
- ③該当単元の公式は答えられるようにしておくこと

演習問題：予習用問題の解説後、授業時間内で演習します。

復習：間違った問題だけでなく、解答根拠が曖昧だった問題をすべて再確認してください。確認の回数を増やすことで論理的思考の強化をしましょう。

第1段階 *授業後3日以内

基本事項の復習と、間違えた問題・解答根拠が曖昧だった問題の解き直し

第2段階 *授業後1週間以内

間違えた問題・解答根拠が曖昧だった問題の解き直し

第3段階 *授業後1カ月以内

間違えた問題・解答根拠が曖昧だった問題の解き直し

第4段階 *直前期

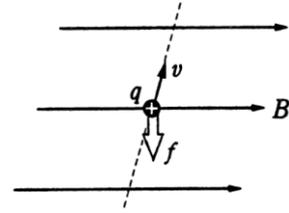
◆第1回 荷電粒子①◆

<重要事項>

○ローレンツ力

(i)向き：正電荷の運動の向きを電流の向きとして、
フレミングの左手の法則を用いる。

(ii)大きさ： $f = qvB$



○ホール効果

図(a)のように、 y 軸の正の向きに電流 I [A] が流れている薄い物体に、 z 軸の正の向きの磁場（磁束密度 B [Wb/m²]）を加えると、 x 軸方向に電位差が生じる。

これは、電流をになう荷電粒子（キャリアという）にローレンツ力がはたらき（図(b)）、運動の方向が曲げられ、キャリアが電流と磁場とに垂直な方向に集められるからである。この現象をホール効果という。

幅 d [m]、厚さ h [m] の薄片を考える。

速さ v [m/s] で y 軸の負の向きに動いている

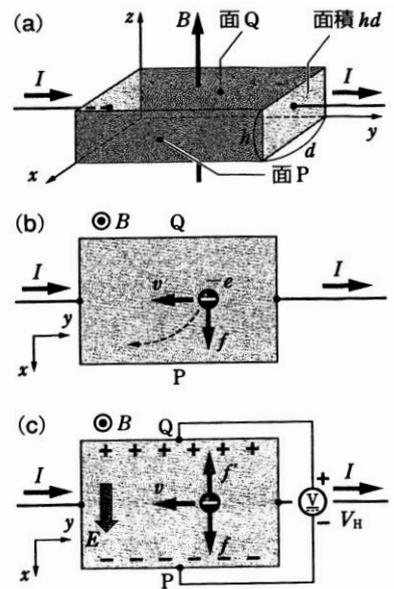
電子（電気量 $-e$ [C]）は、 x 軸の正の向きにローレンツ力 evB を受け面 P に集まる。

これは、磁場を加えると瞬時に起こる。これより、面 P は負に、面 Q は正に帯電し、導体中に x 軸の

正の向きの電場 E [V/m] ができる。ローレンツ力 evB と電子が電場から受ける力 eE とが釣りあうと、電子はまっすぐ進むようになる。つまり、 $E = vB$

よって PQ 間の電位差（ホール電圧）は、 $V_H = Ed = vBd$

さらに、 $I = envS$ より、 $v = \frac{I}{enhd}$ であるから、 $V_H = vBd = \frac{IB}{enh}$



<予習用問題>

【1】次の文章を読んで、問1～2に答えよ。

1930年にアメリカの原子物理学者ローレンスは、イオンを加速し高エネルギーのイオンとして取り出すサイクロトロンという加速装置を考案した。この装置の動作原理について考えよう。

図のような真空中に二つの半円型の中空の加速電極（形状が文字Dに似ているのでディーと呼ぶ） D_1 、 D_2 を距離 d [m]隔てておき、中心付近に置いたイオン源から D_1 、 D_2 面に平行にイオンを放出させる。 D_1 、 D_2 面内に垂直に様な磁界をかけておくと、イオンは D_1 、 D_2 面に平行な面内で等速円運動を行う。磁束密度を B [Wb/m²]、イオンの質量を M [kg]、電荷を q [C] (q は正とする)とし、イオンが初速 v_0 [m/s]で D_1 に進入したときの円軌道の半径を r_0 [m]とする。イオンには磁界から 力が働く。この力が向心力となり、円運動の加速度を生じるので運動方程式は となる。

これから、 $r_0 =$ が得られる。この式から軌道半径はイオンの速さに比例し磁束密度に反比例することがわかる。イオンが D_1 に入ってから点 P_1 に達するまでの時間は で与えられる。

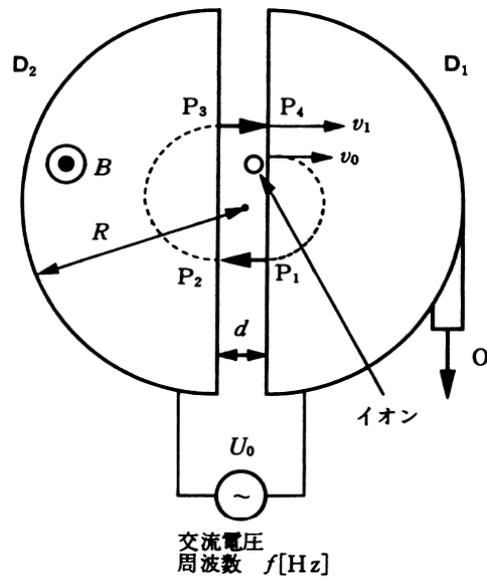
ローレンスは、 D_1 と D_2 の間に交流電圧をかけ、その周波数を次のように設定した。イオンが初速 v_0 で D_1 に入り半周して点 P_1 から出てきたときに D_1 が正に、 D_2 が負になる電位差 U_0 [V]がかかるようにし、電極間の電界でイオンを加速する。このときイオンの運動エネルギーは増加し、 D_2 に入る点 P_2 での運動エネルギーを M 、 v_0 、 q 、 U_0 を用いて表すと [J]となる。(ただし、電極間隔 d は十分狭く、イオンがこの間隔を走行する間の電極間の電位差は一定と見なせるものとする。)

D_2 内でさらに半周してイオンが点 P_3 で出てきたときに、今度は D_1 が負、 D_2 が正になるような電位差 U_0 がかかるように周波数を選んだ。するとイオンは D_1 に向けてさらに加速され、イオンが一周して点 P_4 に到達したときの運動エネルギー K_1 [J]は $K_1 =$ となる。この時の粒子の速さ v_1 は で与えられるので、再び D_1 に入ったイオンは半径 $r_1 =$ [m]の円運動をする。このようにして、一周するごとにイオンの持つ運動エネルギーと軌道半径は する。

n 回まわったあと、軌道半径 r_n [m]が R [m]になったとき（電極の半径に近づいたとき）にイオンは点Oから外部に取り出される。このときのイオンの運動エネルギーを M 、 q 、 R 、 B で表すと となる。このようにして加速されたイオンは高エネルギーを持つイオンとして核反応実験などに利用される。

問1 空欄 (ア) ~ (コ) を適当な語句または数式で埋めよ。ただし、イオンに対する重力の影響は無視するものとする。

問2 サイクロトロンで効率の良い加速をするために交流の周波数 f [Hz] とイオンの電荷 q 、質量 M 、磁束密度 B との間に成り立つ関係について論ぜよ。



(1996年 神戸大)

【2】次の文章を読んで、問1～3に答えよ。

2枚の金属板 P_1 と P_2 を間隔 d で平行に配置する。金属板 P_1 には2つのスリット S_1 、 S_2 があって、その間隔は l である。断面図(図(a))のように、 S_1 から質量 m 、電荷 q の陽イオン(正電荷のイオン)を紙面に沿って金属板に対して 45° の角度で入射し、 S_2 に達した陽イオンを検出器でとらえる。陽イオンは常に一定の運動エネルギーで入射されるものとし、陽イオンに対する重力の影響は無視できる。

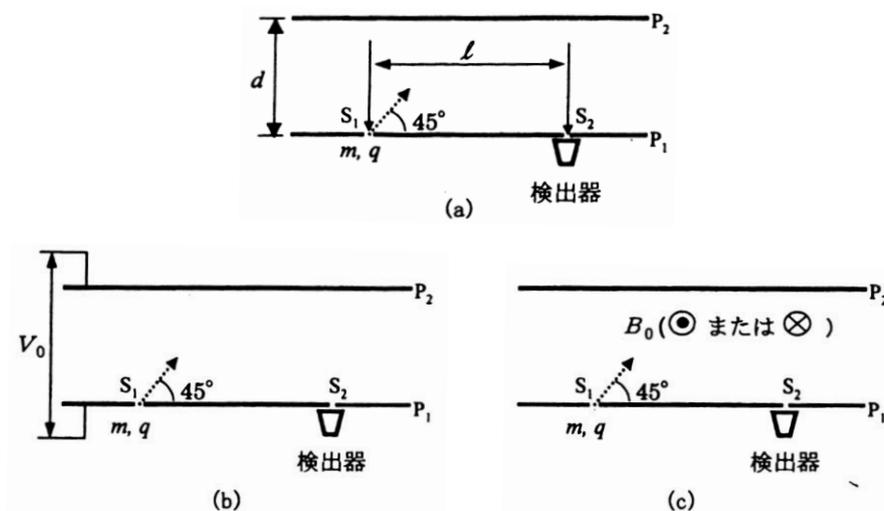
問1 図(b)のように、この金属板 P_1P_2 間に電位差を与え、その大きさを調節すると、ちょうど電位差が V_0 のときに陽イオンは S_2 に達して検出された。

- (1) このとき、 P_1 に対して P_2 の電位は高いか低い。また、 P_1P_2 間に生じる一様な電場の強さはいくらか。
- (2) 陽イオンは S_1 から S_2 へどのような軌跡を描いて運動するか、理由をつけて述べよ。
- (3) 陽イオンが S_2 に達する条件から、入射されたときの陽イオンの運動エネルギーを導出の過程を示した上で求めよ。
- (4) この実験装置に関して、陽イオンが P_2 にぶつからずに S_2 に達するための条件を、導出の過程を示した上で求めよ。

問2 金属板 P_1P_2 間に電位差を与える代わりに、図(c)のように、紙面に垂直方向に一様磁場を与え、磁束密度の大きさを調節すると、ちょうど磁束密度が B_0 のときに陽イオンは S_2 に達して検出された。

- (1) このとき、一様磁場は紙面に対して上向きか下向きか。
- (2) 陽イオンは S_1 から S_2 へどのような軌跡を描いて運動するか、理由をつけて述べよ。
- (3) 陽イオンが S_2 に達する条件から、入射されたときの陽イオンの運動エネルギーを導出過程を示した上で求めよ。

問3 電荷 q が e (電気素量)であることがわかっている未知の陽イオンに対して、問1と問2の実験を行う。その結果を用いて陽イオンの種類を決定する方法を説明せよ。なお、そのとき注意すべき点があれば、それも記せ。



(2003年 神戸大)

<演習問題>

解答時間 20+15 分

【1】 次の文を読んで、に適した式または数値をそれぞれの解答欄に記入せよ。

断面積 S [m²], 長さ D [m] の一様な金属棒の両端間に電圧 V [V] がかけられていて、電流が流れている。この金属内部の電子の運動について考える。以下では、電子の質量を m [kg], 電荷を $-e$ [C] とし、体積 1m^3 あたりの電子の数を N とする。

(1) 電子は勝手な方向にいろいろな速さで動いているが、電子全体について平均した速度は、電界に平行である。そこで、電子の速度の電界方向の成分を v [m/s] とし、その平均値を \bar{v} [m/s] と表すことにする。ただし、電界と逆向きを正とする。そうすると、上の金属棒を流れる電流の大きさは イ [A] となる。

オームの法則に従うと、電流は電圧の大きさに比例する。一方、電界の中で電子は加速される。その加速度の大きさは ロ [m/s²] である。したがって、電界の作用だけでは電流は時間とともに増加しつづけ、オームの法則が成立しない。

(2) 金属の内部で、電子は、イオン配列の乱れや不純物など、いろいろな障害物との衝突を繰り返している。一般には、衝突から次の衝突までの間に電子が走る距離は一定していない。そこで、この衝突の間に電子が走る距離を電子全体について平均したものを L [m] とする。いま、衝突直後の電子の電界方向の速度成分を v_0 [m/s] で表す。ただし、電界と逆向きを正とする。衝突から次の衝突までの間、電子は電界の作用だけを受けて運動するものと考え、ある衝突から時間 t [s] 後の、電子の電界方向の速度成分 v [m/s] は、 $v = v_0 +$ ハ となる。ただし、まだ次の衝突は起こっていないとする。

(3) まず、電界がないとき、電子は静止していると仮定してみる。すると、電界があるとき、電子は電界で加速され、衝突で静止し、また電界で加速されるという過程を繰り返していることになる。したがって、 $v_0 = 0$ である。簡単のために、電子は、常に、衝突から次の衝突までの間に一定の距離を動くとする。そして、その距離を衝突間平均移動距離 L [m] に等しいとおく。そうすると、衝突から次の衝突までに要する時間は ニ [s] である。電子の平均速度を求めると、その大きさは ホ [m/s] となる。衝突の間の平均移動距離 L [m] は障害物の分布で決まる量であり、電界の強さには関係しないと思われる。したがって、電流は電圧の ヘ 乗に比例する。

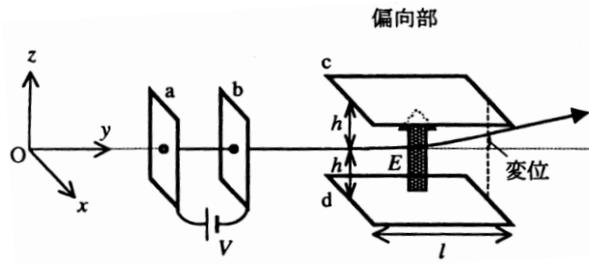
(4) 次に、仮定を変えて、電子は非常に大きな速度で金属の内部を飛び回っているとする。電子が走っている速さ（速度の絶対値）の平均値を \bar{u} [m/s] とすると、 $L = \bar{u} T$ によって決められる時間 T [s] は、衝突から次の衝突までの時間の平均値と見なせる。電子の速度は電界の作用によって時間とともに変化するが、そのような速度の変化量は、電界が作用していないときの電子の平均の速さと比べて十分に小さいとする。そうすると、電界があるときもないときも \bar{u} の値は同じと見なして衝突から次の衝突までの平均時間 T [s] を求めることができ、 T の値は電界に無関係となる。

簡単のために、電子は、常に、衝突から決まった時間の後に次の衝突をするとし、この衝突間の時間を衝突間平均移動時間 T [s] に等しいとおく。衝突直後の電子の電界方向の速度成分 v_0 [m/s] の値は正のことも負のこともあって、 v_0 の平均値を $\overline{v_0}$ で表すと、 $\overline{v_0} = 0$ が成り立つ。したがって、平均すれば、電子が衝突から時間 T [s] の間に動く距離は、 ト [m] となる。ただし、方向は電界と逆向きである。このことから、電子の平均速度の大きさは チ [m/s] となる。この場合には、電流は電圧に比例する。以上の考察から、オームの法則が成立している場合には、金属の内部では電子が大きな運動のエネルギーを持っているものと推測される。

(5) 電子の運動エネルギーは熱エネルギーであると考えてみる。いま、絶対温度を θ [K] とし、エネルギー等分配則を仮定すると、ボルツマン定数を k [J/K] とし、電子 1 個あたりの平均の運動エネルギーは リ [J] に等しい。そうすると、金属の比熱のうちで電子による寄与は温度の ヌ 乗に比例することになる。この結果は観測事実に反する。したがって、金属内部で電子が持っている運動エネルギーは熱エネルギーではない。

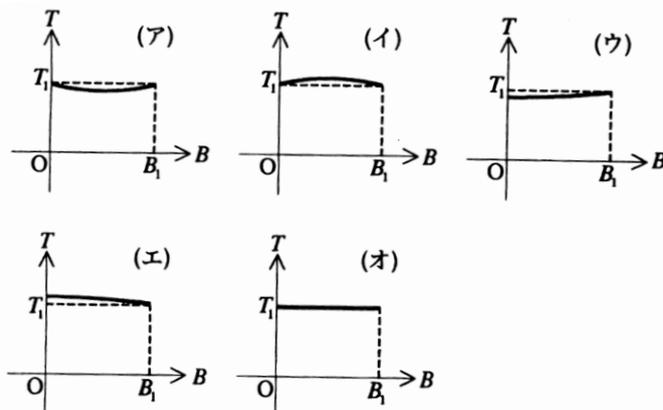
(1989 年 京都大)

【2】右図に示すように直交座標系を設定する。初速度の無視できる電荷 q ($q > 0$)、質量 m の陽子が、 y 軸上で小さな穴のある電極 a の位置から電極 a, b 間の電圧 V で $+y$ 方向に加速され、 z 軸に垂直で y 軸



方向の長さが l の平板電極 c, d ($z = \pm h$) からなる偏向部に入る。 c, d 間には $+z$ 方向に強さ E の一様な電界がかけられている。これらの装置は真空中にある。電界は平板電極 c, d にはさまれた領域の外にはもれ出ておらず、ふちの近くでも電極に垂直であるとし、地磁気および重力の影響は無視できるとして、以下の問いに答えよ。

- [I] 電極 b の穴を通過した瞬間の陽子の速さ v_0 を、 V, q, m を用いて表せ。
- [II] その後、陽子は直進し、速さ v_0 のままで偏向部に入る。
- (1) 陽子が電極 c に衝突することなく偏向部を出る場合、その瞬間の z 座標 (変位) z_1 を、 v_0, q, m, l, E を用いて表せ。
- (2) E がある値 E_1 より大きければ陽子は電極 c に衝突し、小さければ衝突しない。その値 E_1 を、 V, l, h を用いて表せ。
- [III] 陽子のかわりにアルファ粒子 (電荷 $2q$ 、質量 $4m$) を用いて同じ V, E の値で実験を行ったところ、偏向部を出る瞬間の z 座標 (変位) は z_2 であった。 z_2 を、 z_1 を用いて表せ。
- [IV] E の値を E_1 に固定し、電極 c, d にはさまれた領域に $+x$ 方向に磁束密度 B ($B > 0$) の一様な磁界をかけ、再び陽子を用いて実験をした。
- (1) B をある値 B_1 にしたところ、陽子は偏向部を直進し、偏向部を通過するのに時間 T_1 を要した。 B_1 と T_1 を、 v_0, E_1, l を用いてそれぞれ表せ。
- (2) B をある値 B_2 ($0 < B_2 < B_1$) にしたところ、陽子が偏向部を出る直前の z 座標 (変位) は z_3 ($z_3 > 0$) であった。このときの陽子の速さ v_1 を、 q, m, V, E_1, z_3 を用いて表せ。
- (3) B を $0 < B < B_1$ の範囲内で変化させて実験を繰り返し、陽子が偏向部を通過するのに要する時間 T を測定した。このとき、 B と T の関係を表すグラフはどのようになるか。下図の(ア)~(オ)の中から最も適当なものを一つ選べ。



(2004年 東京大)

<NOTE>

◆第2回 荷電粒子②◆

<予習用問題>

【1】真空中における電子の運動を考える。電子の質量を m ，電荷を $-e$ ($e > 0$)とする。重力の影響は無視できるものとする。

〔I〕電子源から電子を発生させた。この電子を，電位差 V ($V > 0$)で加速した。ただし，電子の初速度は無視できるものとする。

問1 加速後の電子の速さを求めよ。

〔II〕図1および図2のように，一様な磁束密度 B の磁場(磁界)が $y > 0$ の領域にある。磁場の向きは，紙面裏から表向きである。磁場に対して垂直な xy 平面内で，速さ v の電子を原点 O から磁場中に入射したところ，大きさ evB のローレンツカを受けて運動した。電子を磁場中に入射したときの時刻を0とする。

問2 図1のように，速さ v の電子を x 軸に対して垂直に入射したところ，円運動をはじめたが，半円を描いたところで，磁場のある領域から外に飛び出した。電子が磁場のある領域から飛び出すときの時刻と x 座標を求めよ。

問3 次に，図2のように，速さ v の電子を x 軸に対して角度 ϕ [rad]($0 < \phi < \frac{\pi}{2}$)で入射した。磁場中と，磁場のある領域から飛び出した後の電子の軌跡を図示せよ。また，磁場のある領域から外に飛び出すときの時刻と x 座標も求めよ。

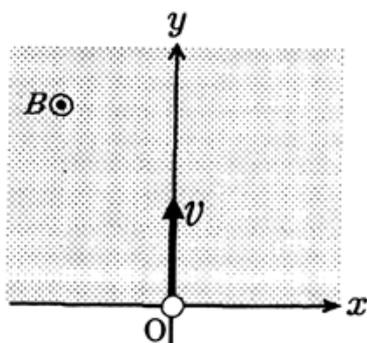


図 1

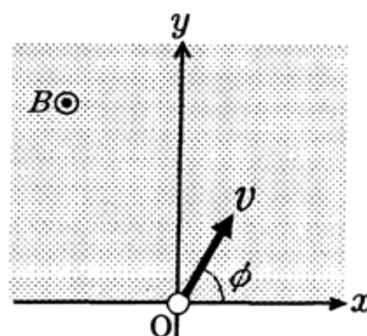
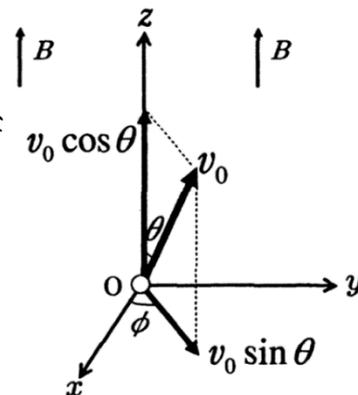


図 2

〔III〕一様な磁束密度 B の磁場が全空間にある。磁場の向きは z 軸の正の向きである。

問4 電子を原点 O から磁場の向きに入射した。電子はどのような運動をするか。理由とともに述べよ。

次に，図3のように，速さ v_0 の電子を磁場の向きと角度 θ [rad]($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)で原点 O から入射した。なお，電子の原点における速度ベクトルの xy 平面成分は，図3のように x 軸の正の向きと角度 ϕ [rad]($0 \leq \phi < 2\pi$)をなしている。すると，電子はらせん運動をした。つまり，電子は， z 軸の方向からみたときは等速円運動， z 軸方向には等速度運動をした。



問5 この電子の等速円運動の半径と周期を求めよ。

問6 電子がこの等速円運動により一周する間に、 z 軸方向に進む距離 L を求めよ。

問7 z 軸上の $z = 3L$ の位置に、大きさの無視できる電子検出器を置いた。入射角度は変えずに、入射する電子の速さを、はじめの速さ v_0 から連続的に大きくしていった。すると、電子は、速さ v_0 のときに検出されていたが、より大きくなると検出されなくなり、ある速さで再び検出された。この時の電子の速さは、はじめの速さの何倍であるかを求めよ。

[IV] IIIと同じ磁場中に、 z 軸を中心軸とし、 z 軸方向に十分長くのびた半径 R の円筒を置いた。この円筒に電子が接触すると、電子は吸収される。また、円筒は磁場の大きさや向きに影響を与えないものとする。速さ v の電子を磁場の向きと角度 θ [rad]で原点 O から入射した。

問8 角度 θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) で入射した電子が、円筒の壁に吸収されないための電子の速さ v の条件を求めよ。

問9 円筒の半径 $R = \frac{4\sqrt{2}mv}{3eB}$ とする。 z 軸上の $z = \pi R$ 位置に、大きさの無視できる電子検出器を置き、速さ v の電子を入射した。入射角度 $\theta = 0$ のとき電子は検出されていた。しかし θ が0より大きくなると電子は検出されなくなり、ある角度で再び検出された。さらに、 θ を大きくすると電子は検出されなくなった。このように、入射角度 θ を0から大きくするにつれて電子は検出されたり、検出されなかったりを繰り返す。電子が検出されたときの $\cos \theta$ をすべて求めよ。

(2008年 大阪大)

【2】次の文を読んで、に適した式をそれぞれの解答欄に記入せよ。

図1のように長さ L [m] の2枚の平行な平板1と2が $2d$ [m] の間隔で紙面に垂直に配置されている。 L は d より十分大きいとする。また紙面を含む平板に平行な方向に x 軸を設定し、紙面左向きを正とする。平板間の領域には紙面に垂直上向きに磁束密度 B (>0) [T] の一様な磁界がかかっている。ここで正の電荷 q [C] をもつ質量 m [kg] の荷電粒子が、平板1と2から等距離の位置に、 x 軸に平行な方向に速度 u (>0) [m/s] で入射する。ここで取り扱う空間は真空であり、誘電率 ϵ_0 [F/m] をもつとする。平板間の領域以外に磁界はなく、また重力の影響も無視できるとする。

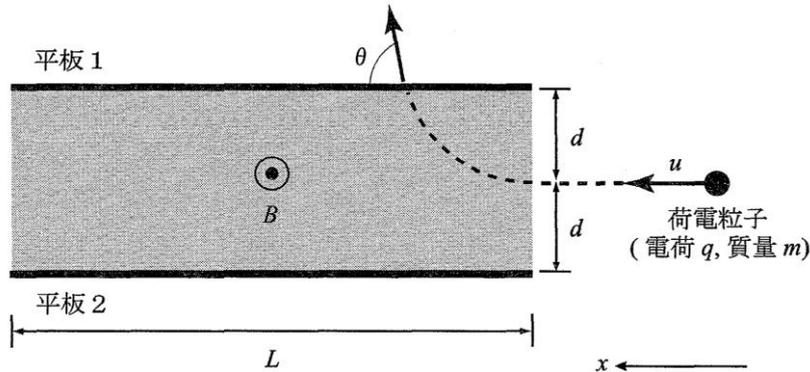


図1

- (1) まずこの荷電粒子の運動を考えよう。平板の間に入射した荷電粒子は進行方向に対して垂直に quB [N] のローレンツ力を受ける。このローレンツ力によって荷電粒子は紙面内で時計回りの円運動を開始する。その円運動の半径は ア [m] で与えられる。ここで d が円運動の半径の2倍を超えているときには、荷電粒子は平板に衝突せず、最終的には右向きに戻っていくが、 d が円運動の半径の2倍以内のときには荷電粒子は平板1に衝突する(図1参照)。そのときの衝突角 θ (ラジアン) の余弦 $\cos\theta$ は イ であり、荷電粒子が平板の間に入射してから最初の衝突が起こるまでの時間は、 θ を用いて、 ウ [s] で与えられる。
- (2) 平板と荷電粒子の間には摩擦力やクーロン力は働かず、かつ荷電粒子が平板に対して反発係数(はねかえり係数)1で衝突する場合を考える。荷電粒子は最初の衝突の後、さらに運動を続け、 $2 \times$ ウ [s] 後に再び平板に衝突する。ここで平板の長さ L は十分長く、衝突は何度も繰り返されるものとする。その各衝突において荷電粒子が平板に与える力積は、 θ を用いて、 エ [Ns] であるから、平板が受ける平均的な力は、 θ を用いて、 オ [N] となる。円運動の半径に比べて d が十分小さいとき、衝突角 θ が小さくなり、 $\sin\theta$ を θ と近似することができる。このとき、この力は カ [N] で与えられる。また衝突角 θ が小さいときの荷電粒子の x 方向の速度は u [m/s] とみなすことができる。このような状況で、毎秒 n 個の荷電粒子が、次々と平板の間に入射している場合を考える。このとき平板の間には キ 個の荷電粒子が存在するので、すべての荷電粒子から平板が受ける力は カ \times キ [N] となる。一方、平板の間を流れる電流は $I = qn$ [A] で与えられ、この電流が磁界から受ける力は、平板がすべての荷電粒子から受ける力と一致する。

(3) 次に図2に示すように平板1, 2を電極1, 2にそれぞれ取り替える。初期には電極1, 2には電荷はなく、また電極2は接地されている。荷電粒子と電極の衝突の反発係数(はねかえり係数)が0(ゼロ)である場合を考える。電極1に衝突した荷電粒子はすべてこの電極に捕らえられ、電極表面に一様に分布するよう移動する。いま、多数の荷電粒子の入射によってすでに面密度 σ [C/m²]の電荷が電極1の表面に生じ、対向する電極2の表面には面密度 $-\sigma$ [C/m²]の電荷が誘起されているとする。このとき電極間に生じている電界の強度は [V/m]で与えられる。ここで新たな荷電粒子が入射すると、その荷電粒子は電界からクーロン力を、磁界からローレンツ力を受ける。前者が後者より小さいとき、この荷電粒子は電極1に衝突し、その面密度は増大する。さらに荷電粒子の入射を繰り返すと、あるところで力のつり合いが生じて電極への衝突はなくなり、面密度はそれ以上変化しなくなる。そのときの電極1の面密度は [C/m²]で与えられ、電極2に対する電極1の電位は、 $V =$ [V]と表される。ここで電極間に滞在する荷電粒子数をこの電位 V 、前述の電流 I および d, L, q, B を用いて表すと となる。

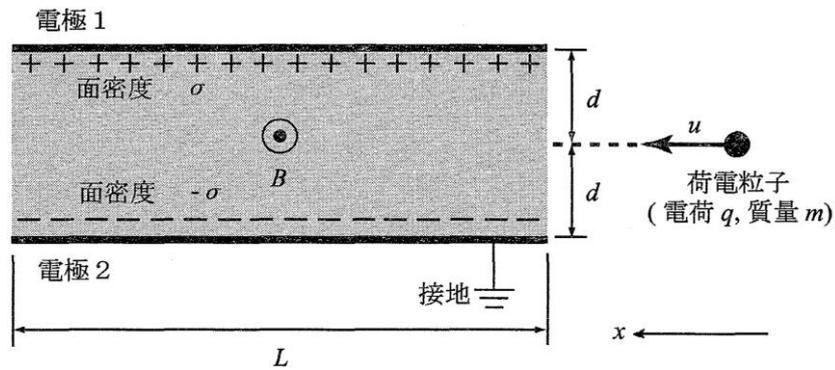


図2

(2006年 京都大-後期)

<演習問題>

解答時間 25 分

【1】 次の文中の各問いに答えよ。

質量 m , 電荷 (電気量) $q (>0)$ の粒子 A が, 磁場 (界), および磁場に垂直な電場 (界) 中でどのように運動するかを考える。ただし, 重力は働かないものとし, 粒子 A は時刻 $t=0$ で定点 O にあり, そのときの速度は x 軸の負の向きで大きさが v_0 であるとする。

(a) 最初に, 図 1 に示すように, z 軸の正の方向を向く磁束密度 $B (>0)$ の一様な磁場だけがある場合を考える。時刻 $t=0$ の粒子 A の速度は磁場に垂直となる。また, 点 O を原点とする。

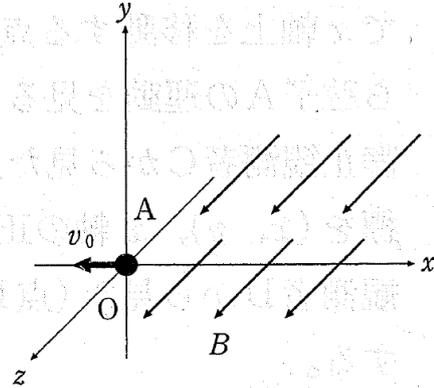


図 1

問 1 粒子 A が, 磁場に垂直な xy 平面 ($z=0$) 内で等速円運動をする理由を説明せよ。

問 2 粒子 A の運動の軌道 (軌跡) をグラフに描け。

問 3 円軌道の半径および中心の座標を求め, 時刻 t での粒子 A の位置の x, y 座標を求めよ。

(b) 次に, 電場もある場合に粒子 A の軌道が(a)の場合からどのように変化するかを考える。図 2 に示すように, (a)の場合と同じように, z 軸の正の方向を向く磁束密度 $B (>0)$ の一様な磁場がある。さらに, 磁場に垂直で y 軸の正の方向を向く, 強さ E の一様な電場もあるとする。この場合, 粒子 A の時刻 $t=0$ における速度は磁場にも電場にも垂直で, その後, 粒子 A は磁場に垂直な xy 平面 ($z=0$) 内を運動する。

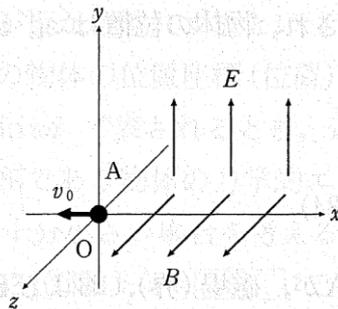


図 2

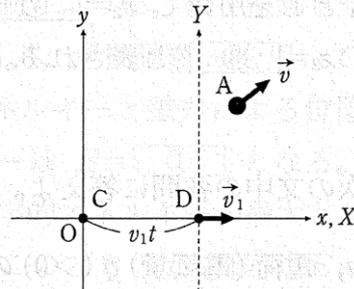


図 3

時刻 t のとき, 図 3 に示すように, 粒子 A の運動を, 点 O に静止している観測者 (静止観測者 C) と, 時刻 $t=0$ に点 O にいて, 一定の速度 \vec{v}_1 で x 軸上を移動する点 D にいる観測者 (移動観測者 D) の 2 人の視点から粒子 A の運動を見ることができ, 粒子 A の運動の軌跡を求めることができる。静止観測者 C から見た点 O を原点とした xy 平面内での粒子 A の位置座標を (x, y) , x 軸の正の方向に速さ (移動速さ) v_1 で移動している移動観測者 D から見た (点 D を原点とした) 粒子 A の位置座標を (X, Y) とする。

問 4

- (1) 図 3 を参考にして、静止観測者 C から見た時刻 t での粒子 A の位置座標 (x, y) と、移動観測者 D から見た時刻 t での粒子 A の位置座標 (X, Y) の間の関係を求めよ。

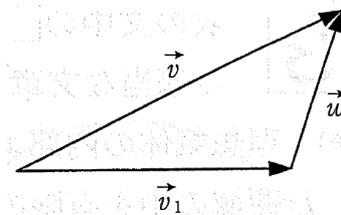


図 4

- (2) 図 4 を参考にして、静止観測者 C から見た粒子 A の速度 \vec{v} の x, y 成分 v_x, v_y と、移動観測者 D から見た粒子 A の速度 \vec{w} の x, y 成分 w_x, w_y との関係を求めよ。
- (3) 静止観測者 C から見た粒子 A の加速度と、移動観測者 D から見た粒子 A の加速度が同じであることを説明せよ。

静止観測者 C から見た粒子 A の速度の x 成分 v_x , y 成分 v_y を用いると、粒子 A が磁場から受けるローレンツ力の x 成分は qBv_y , y 成分は $-qBv_x$ と表せる。

問 5 移動速さ v_1 が $\frac{E}{B}$ の場合、移動観測者 D から見た粒子 A の速度の

x, y 成分 w_x, w_y を用いて、粒子 A に働く力の x, y 成分を書き改めよ。

移動速さ $v_1 = \frac{E}{B}$ の移動観測者 D から粒子 A を見た場合、問 4 の (3) より粒子 A の

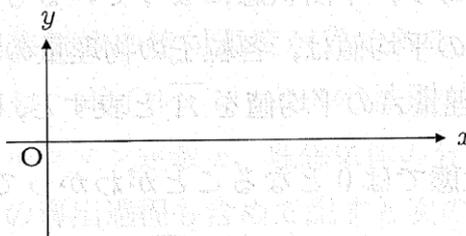
加速度は静止観測者 C から見た場合と同じであり、粒子 A に働く力の表式に関する問 5 の結果より、粒子 A は位置座標 (X, Y) で表した場合、等速円運動をすることがわかる。

問 6 時刻 t での、この移動観測者 D から見た粒子 A の位置座標 (X, Y) を求め、

それを用いて静止観測者 C から見た粒子 A の時刻 t での位置座標 (x, y) を求めよ。

問 7 点 O を原点とした静止観測者 C から見た粒子 A の運動の軌道の様子をグラフに描け。

〔解答欄〕



(2007 年 滋賀医科大)

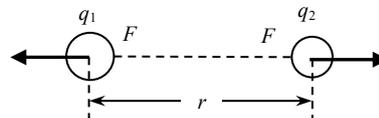
◆第3回 電気力学◆

<重要事項>

■ 静電気力 ■

○ 静電気力に関するクーロンの法則

2つの帯電体間にはたらく静電気力は、それらの電荷（電気量）の積に比例し、距離の2乗に反比例する。



$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \text{ [N]} \quad (k \text{ は比例定数, 真空中では } k_0 \doteq 9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)$$

○ 電気素量：電子のもつ電気量（負電荷）の絶対値 $e \doteq 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$

○ 電気量保存の法則

帯電体どうしの電気のやりとりでは、前後で電気量の総和は変わらない。

■ 電場 ■

電気量 Q の電荷が距離 r の点につくる電場： $E = k \frac{Q}{r^2}$ [N/C] or [V/m]

⇒ 電気量 q [C] の電荷が電場 \vec{E} [N/C] から受ける力： $\vec{F} = q\vec{E}$

※ 電場の重ね合わせ：ベクトルの合成

■ 電気力線 ■

電場内に引いた曲線で、その接線が電場ベクトル \vec{E} の方向を表す。

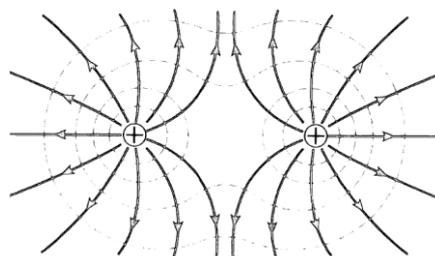
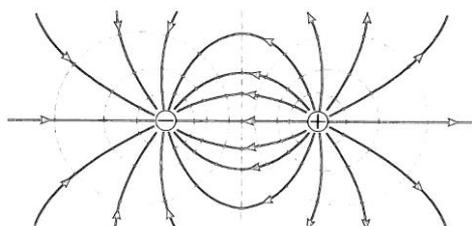
電場の強さ E [N/C] のところでは、電場に垂直な面に 1m^2 当たり E 本の割合で引く。

電場が強い ⇔ 電気力線は密集

電場が弱い ⇔ 電気力線はまばら

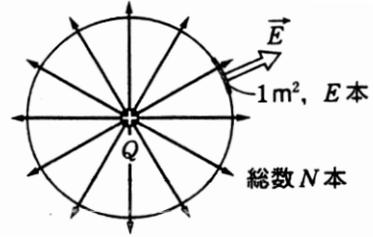
< 電気力線の性質 >

- ① 電気力線は正電荷から出て負電荷に入る。
- ② 電気力線上の各点での接線は、その点での電場の方向を表す。
- ③ 電場の強さ E [N/C] のところでは、電場に垂直な面に 1m^2 当たり E 本の割合で引く。
- ④ 電気力線は交わったり、折れ曲がったり、枝分かれしたりしない。
- ⑤ 電気力線はその向きに縮まろうとする性質をもち、隣りあう電気力線はたがいに押し合うと考えられる。



■ガウスの法則■

+ Q [C]の電荷から出る（- Q [C]の電荷に入る）
電気力線の総本数 $N = 4\pi k Q$ 本



■一様な電場■

無限に広い平面に一様に電荷が分布しているとき、電場内の電場ベクトルは、すべて電荷平面に垂直となる。

■電位■

○電位と電位差

ある点から基準点（無限遠）まで、+1C（試験電荷）の電荷を運ぶときに静電気力がした仕事 V [V]=[J/C]を電位という。（+1Cの電荷がもつ位置エネルギーのこと）

電気量 Q の電荷から距離 r の点の電位： $V = k \frac{Q}{r}$ （無限遠点を基準）

※電位差：2点間の電位の差のこと。

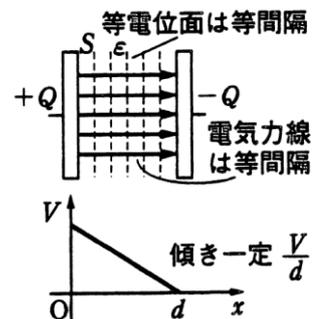
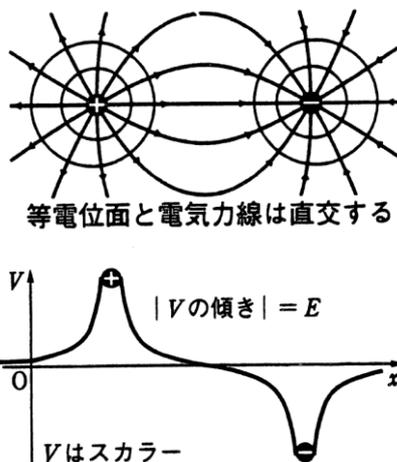
電位差 V の2点間を、低電位のほうへ電荷 q が移動するとき、静電気力がする仕事
 $W = qV$ （途中の経路には無関係）

静電気力による位置エネルギー： $U = k \frac{q_1 q_2}{r}$ （無限遠点を基準）

強さ E [N/C]の一様な電場内の電場の方向の2点間距離が d [m]、電位差が V [V]のとき

$$V = Ed$$

※等電位面：電位が等しい点を連ねた面。間隔が密なところほど電場が強い。等電位面と電気力線は直交する。



■ 静電気力に関する公式のまとめ ■

○点電荷の場合のみ使用（平面電荷の場合使用不可）

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad E = k \frac{Q}{r^2} \quad V = k \frac{Q}{r} \quad U = k \frac{q_1 q_2}{r}$$

○点電荷も平面電荷も使用可

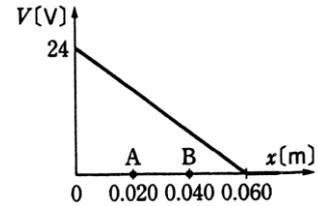
$$\vec{F} = q\vec{E} \quad W = qV \quad 1\text{m}^2 \text{ 当たり } E \text{ 本} \quad N = 4\pi k Q \text{ 本}$$

○平面電荷のみ使用可

$$V = Ed$$

< 必須典型問題 1 >

x 軸に平行な一様な電場があり、位置 x [m] とその点の電位 V [V] との関係は、図のように表される。



- (1) 点 A と点 B の電場ベクトルを \vec{E}_A , \vec{E}_B [V/m] とする。

\vec{E}_A , \vec{E}_B の強さと向きをそれぞれ求めよ。

- (2) AB 間の電位差 V_{AB} [V] を求めよ。

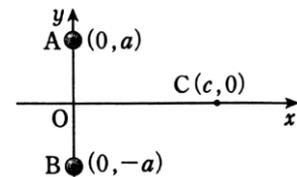
次に、点 A に質量 6.4×10^{-27} kg, 電気量 3.2×10^{-19} C の陽イオンを置いたところ、イオンは電場から力を受けて動きだした。

- (3) イオンが電場から受ける力の大きさ F [N] を求めよ。
 (4) イオンが点 B に達したときの速さ v [m/s] を求めよ。

【解答】 (1) 4.0×10^2 [V/m] , x 軸方向正の向き (2) 8.0V
 (3) 1.3×10^{-16} N (4) 2.8×10^4 [m/s]

< 必須典型問題 2 >

$x-y$ 平面上の $(0, a)$, $(0, -a)$ の位置に、大きさを無視できる同じ金属球 A, B を固定した。クーロンの法則の比例定数を k とする。はじめ、金属球 A, B にそれぞれ $+4Q$, $-2Q$ ($Q > 0$) の電荷を与えた。



- (1) 金属球 A にはたらく静電気力の大きさと向きを求めよ。
 次に、金属球 A と B を接触させた後、もとの位置に固定した。
 (2) 金属球 A と B の電荷はいくらになったか。
 (3) x 軸上の点 C(c , 0) における電場の強さと向きを求めよ。
 (4) 電位の基準を無限遠として、点 C および原点 O の電位を求めよ。

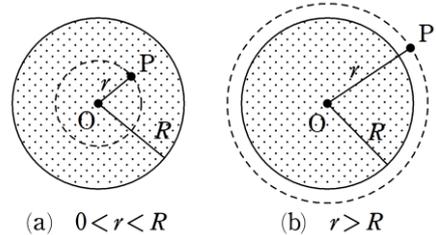
【解答】 (1) y 軸負の向き $2k \frac{Q^2}{a^2}$ (2) A, B ともに Q (3) x 軸正の向き $\frac{2kQc}{(a^2 + c^2)^{3/2}}$

(4) C: $2k \frac{Q}{\sqrt{a^2 + c^2}}$, O: $2k \frac{Q}{a}$

<予習用問題>

【1】次の文章を読み、ア～サに適切な数式を記入せよ。い～ほに対しては、指定された選択肢から最も適切なものを選べ。なお、い、ろ、ほには同じ選択肢を選んでもよい。ア～サに記入する数式では、数字以外の文字としては π , k , m , Q , R , r のみを用いること。

図のように、正の電荷が半径 R の球の内部に一様に分布しており、その電気量の総和は、 Q である。この球の中心 O から距離 r の位置に点 P をとる。クーロンの法則の比例定数を k とし、地球の重力や地磁気の影響はないものとする。



[A]

半径 R の球における単位体積当たりの電気量はアである。電場の強さ E は電場に垂直な面を貫く単位面積当たりの電気力線の本数に等しい。物体が正の電気量 q をもっているとき、この物体から出る電気力線の本数は $4\pi kq$ である。このことは、物体に電荷が連続的に分布している場合にも成り立つ。これらに従い、点 P における電場を求めよう。なお、ここでは、点 O を中心とする半径 r の球の外側の部分の電荷は、点 P における電場とは無関係であると考えてよい。まず、 $0 < r < R$ の場合、点 O を中心とする半径 r の球の内部の電気量はイであり、この半径 r の球の表面を貫く電気力線の本数はウである。この結果、点 P における電場の強さはエと表され、その電場の向きはいである。次に、 $r > R$ の場合、点 O を中心とする半径 r の球の内部の電気量はオであり、この半径 r の球の表面を貫く電気力線の本数はカである。この結果、点 P における電場の強さはキと表され、その電場の向きはろである。距離 r と電場の強さ E との関係を図示すると、はのようなになる($E-r$ グラフ)。

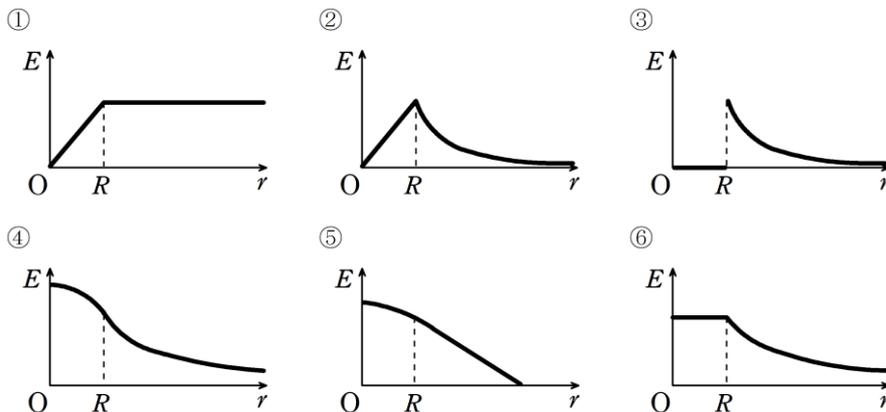
電位の基準点を無限遠の点とすると、点 P における電位 V は、 $r > R$ ではクとすることが知られている。これは距離 r での電位 V が、 $+1\text{C}$ の電荷を基準点から、距離 r の位置まで、静電気力に逆らって移動させるのに必要な仕事に等しいことにより求められる。この仕事は、 $E-r$ グラフにおいて、距離 r と電場の強さ E との関係を与える曲線、 r 軸、および、距離 r の位置での E 軸に平行は直線で囲まれる領域の面積に等しい。以上から、距離 r と電位 V との関係を図示すると、にのようなになる。

[B] 次に、この半径 R の球の内部または外部に負の電荷量 $-Q$ ($Q > 0$) をもつ点電荷がある場合を考える。この点電荷の質量を m とする。ただし、半径 R の球における電荷の分布は、この点電荷によって変化しないとする。この点電荷が点 P に存在するとき、この点電荷がもつ、静電気力による位置エネルギーは、 $r > R$ では である。距離 r が $0 < r < R$ を満たす場合、点 P に存在するこの点電荷にはたらく力の大きさは であり、その力の向きは である。この点電荷に外部から力を加えて、この点電荷を半径 R の球内の点 P ($0 < r < R$) で静止させていたとする。外部から加えていた力を静かに取り除くと、この点電荷は復元力を受け、角振動数 で単振動をする。ただし、外部から加えた力によって半径 R の球は移動しないとする。

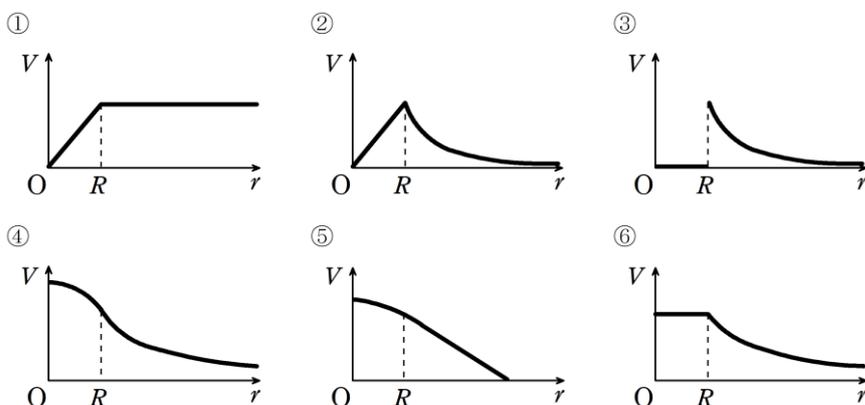
, , に対する選択肢

- ① 球の表面に垂直で、球の中心 O に向かう向き
- ② 球の表面に垂直で、球の中心 O から外側に向かう向き
- ③ 球の中心 O と点 P を通る直線に垂直で、この直線に向かう向き
- ④ 球の中心 O と点 P を通る直線に垂直で、この直線から離れる向き
- ⑤ 球の中心 O を始点として、らせん状に回転する向き
- ⑥ 球の中心 O を終点として、らせん状に回転する向き

に対する選択肢



に対する選択肢



(2017年 立命館大)

【2】 xy 平面上において、距離 ℓ [m] だけ離れた 2 点 A, B に電荷を固定したときの電気力線について考える。点 A の座標を $(-\frac{\ell}{2}, 0)$, 点 B の座標を $(\frac{\ell}{2}, 0)$ として以下の設問に答えよ。

〔I〕 点 A, 点 B に等しい正電荷 Q [C] を置いた場合を考える。

- (1) xy 平面上の電気力線の様子を、向きも含めて図示せよ。
- (2) Q が 5.0×10^{-12} C, ℓ が 6.0×10^{-2} m とする。 y 軸上で原点から 4.0×10^{-2} m だけ離れた点に静かに置いた大きさの無視できる荷電粒子が、無限遠方に達したときの速度を求めよ。ただし、荷電粒子の電荷を 1.6×10^{-19} C, 質量を 9.0×10^{-31} kg とする。また、クーロンの法則の比例定数を 9.0×10^9 N \cdot m²/C² とする。

〔II〕 点 A, 点 B にそれぞれ Q [C], $-\frac{Q}{2}$ [C] の電荷を置いた場合を考える。ただし、 Q は正とする。

- (1) 電位が 0 (無限遠方と同じ) となる点 (x, y) が満たす方程式を求めよ。それは xy 平面上でどのような図形を表すか。
- (2) x 軸上の点 P に電荷を置いたとき、それに働く力が 0 になった。そのような点 P の座標を求めよ。
- (3) 点 B を中心とする円周上で、電位が最も低い点は x 軸上 (ただし $x > \frac{\ell}{2}$) にある。その理由を説明せよ。
- (4) 点 A を出た電気力線は、一部は点 B に、一部は無限遠方に達する。線分 AB となす角度 θ で点 A を出た電気力線が点 B に入るとき、 θ がとりうる範囲を理由とともに答えよ。ただし、電気力線のふるまいを考える際、点 A のごく近くにおいては、点 B に置いた電荷からの影響は無視してよい。
- (5) 設問 II (1) から設問 II (4) の結果を参考にして、 xy 平面上の電気力線の様子を、向きも含めて特徴がわかるように図示せよ。なお、図には点 A, 点 B, 点 P の位置をそれぞれ示すとともに、設問 II (1) で求めた図形を点線で書き加えよ。

(2004 年 東京大一後期)

<演習問題>

解答時間 20+25 分

【1】図1のように、鉛直方向にかけられた磁束密度 B [T] (図の上向きを正とする) の一様な磁界中で、長さ l [m] の糸の下端に正の電荷 q [C] をもつ質量 m [kg] のおもりをつるし、水平面内で図の矢印の方向に、角振動数 ω [rad/s] で円運動させる。重力加速度を g [m/s²]、糸が鉛直方向となす角を θ [rad] とする。ただし、 θ は B に依存せず一定の値であるとし、誘導起電力の効果は考えない。(なお、解答における説明に必要なならば、 $OP = h$, $OR = r$ などの記号を使ってもよい。)

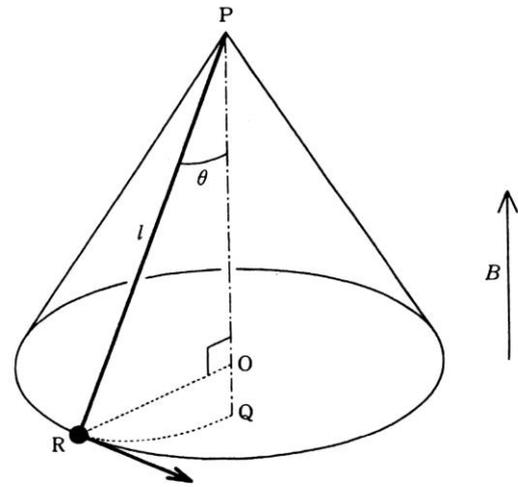


図 1

[I] (1) おもりの水平方向 (OR の方向) に関する力のつり合いを示す式を求めよ。また、特に磁界が上向き ($B > 0$) の場合について、それぞれの力の方向と意味を説明せよ。

(2) 前問 (1) の結果から、角振動数 ω を B の関数として求めよ。

(3) 角振動数 ω が B の正および負の十分大きな値に対してどのような値に近づくかを調べ、 ω を B (正および負) の関数としてグラフに表せ。

[II] (1) 磁界が上向きで十分に大きい場合、主としてどの力とどの力がつりあっているか、説明せよ。

(2) 磁界が下向きで十分に大きい場合はどうか。

(3) 磁界が上向きで十分に大きい場合、おもりの位置エネルギー U と運動エネルギー K はどちらが大きいか調べよ。ただし、位置エネルギーは、糸を鉛直方向にしたときのおもりの最低位置 Q における値を基準とする。

(4) 磁界を下向きで十分に大きくした場合についても、同様の考察をせよ。

(1991 年 東京大)

【2】〔I〕 図1-1のように、一様な磁束密度 B が鉛直方向に加えられ、 B と垂直に長さ $2L$ の細長い中空の円筒が置かれている。円筒は、中点 C のまわりに水平面内（紙面内）で自由に回転できるようになっており、その中に質量 m 、正電荷 q を持つ粒子が入っている。最初、円筒は静止しており、粒子は円筒の中点 C からある距離のところにと静止しているとする。重力、粒子と円筒の摩擦、円筒の質量を無視するとして、次の問いに答えよ。

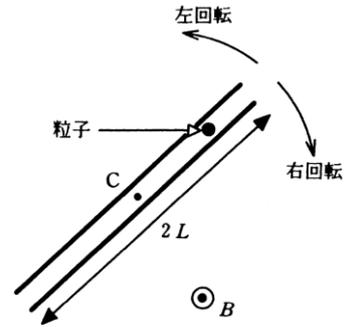


図1-1

- (1) この円筒を水平面内で中点 C の回りに等角速度 ω で回転させた。このとき、粒子を円筒から逃さないための回転方向と角速度 ω に対する条件を求めよ。
- (2) (1) の条件のもとでは、粒子は円筒に沿って単振動するか静止する。単振動するとき、その周期 T を求めよ。
- (3) 上と同じ方向の等角速度回転運動によって、粒子を円筒から逃したい。最初の静止状態から粒子を逃すまでに円筒の回転に要する仕事は、最低限ある値 W より大きくなければならない。この仕事の大きさ W を求めよ。

〔II〕〔I〕と同様な円筒と磁場の配置で、静止した円筒に同じ粒子（質量 m 、正電荷 q ）を2個入れ、両端にフタをする。2つの粒子は静電気力で反発し両端に達した（図1-2参照）。この円筒を、中点 C の回りに前問と同じ方向に回転させ、角速度をゼロから十分にゆっくりと上げていく。2つの粒子相互の間には静電気力しか働かないとし、次の問いに答えよ。ただし、静電気力に関するクーロンの法則の比例定数を k とせよ。

- (1) はじめのうち、粒子はフタから離れなかった。角速度を ω として、このときフタが粒子に及ぼす円筒の軸方向の抗力 N を求めよ。
- (2) ある角速度 ω_1 に達したとき、粒子がフタから離れ中心に向かって動きはじめた。このような ω_1 が存在するためには、どのような条件が満たされている必要があるか。
- (3) (2) の条件のもとで、さらに、ゆっくりと角速度を上げていくと、粒子の位置が徐々に変化していった。その様子を記述しているものとして最も適当なものを以下から選べ。

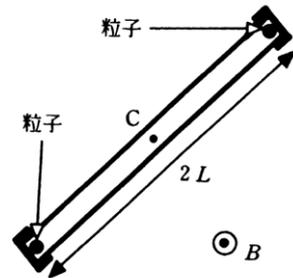


図1-2

- (a) 中点 C に限りなく近づいていく。
- (b) 中点 C とフタの間のある点に限りなく近づいていく。
- (c) 中点 C より手前のある点に達した後、フタに向かって戻り、フタに達した後は中心に向かうことはない。
- (d) 中点 C より手前のある点に達した後、フタに向かって戻り、フタに達した後再び中心に向かう。この運動を繰り返す。
- (e) 中点 C とフタの間にある決まった2点の間を往復運動する。
- (f) 中点 C とフタの間にある2点の間を往復運動するが、その2点が限りなく近づいていく。

(2000年 東京大)

<NOTE>

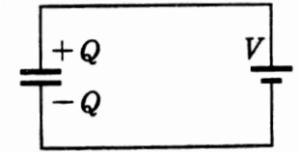
◆第4回 コンデンサーと電場◆

<重要事項>

■ コンデンサー ■

○ コンデンサーの充電

1組の金属板が正，負等の電荷をたくわえる装置をコンデンサーといい，電荷をためることを充電という。1組の導体（極板）が平行な金属板のとき，これを平行板コンデンサーという。



○ コンデンサーの電気容量

極板間の電圧 V [V]，電気容量 C [F] とすると，蓄えられる電荷 $Q = CV$ [C]

電気容量 C [F] = $\epsilon \frac{S}{d}$ (S : 極板の面積， d : 極板間距離)

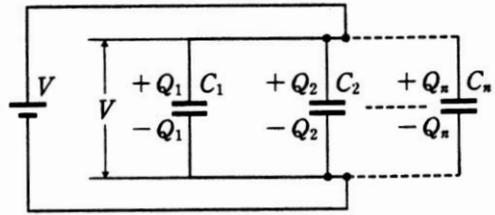
誘電率 $\epsilon = \frac{1}{4\pi k}$ 比誘電率 $\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$ (ϵ_0 : 真空の誘電率)

典型的な導入例

○コンデンサーの接続

(i) 並列接続のとき

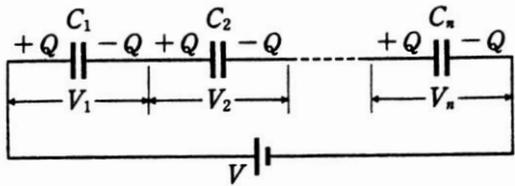
- ・ 電圧が等しい
- ・ 合成容量 $C = C_1 + C_2 + \dots$



(ii) 直列接続のとき

“はじめに電荷をもっていないときのみ”

- ・ 電気量が等しい
- ・ 合成容量 $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$
- ・ 全電圧 $V = V_1 + V_2 + \dots$



※はじめに電荷を蓄えている場合など⇒電気量保存を用いる。

○コンデンサーに蓄えられるエネルギー

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{Q^2}{2C}$$

○極板間への導体・誘電体の挿入

電気容量は入れる位置によらないので、片側へ寄せてから直列・並列公式を使うとよい。

※導体・誘電体を極板に垂直な方向に移動させても、コンデンサーに蓄えられる静電エネルギーに変化がないので、導体・誘電体になされた仕事は 0 であり、極板に垂直な方向には力は働かない。これに対し、導体・誘電体の板を極板に平行に挿入すると、静電エネルギーは減少する。⇒外力がする仕事は負である。

○コンデンサーの充電と放電

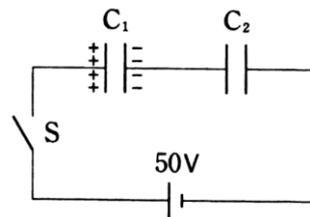
① 充電開始直後：電荷 0 ⇒ 導線とみなす

② 充電途中：電荷 Q [C] がある場合、起電力 $\frac{Q}{C}$ [V] の電池とみなす

③ 充電終了後：抵抗値無限大の抵抗（絶縁体）とみなす

< 必須典型問題 1 >

10V で充電された $3.0[\mu\text{F}]$ のコンデンサー C_1 に、
 充電されていない $2.0[\mu\text{F}]$ のコンデンサー C_2 、
 スイッチ S 、 $50[\text{V}]$ の電池を図のように接続した後、
 スイッチを閉じた。次の問いに答えよ。

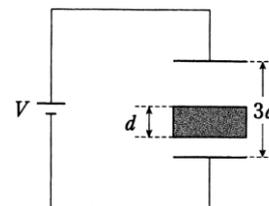


- (1) C_1 、 C_2 にたくわられる電荷はそれぞれいくらか。
- (2) C_1 、 C_2 の両端の電圧はそれぞれいくらか。

【解答】 (1) $Q_1 = 7.8 \times 10^{-5}[\text{C}]$ 、 $Q_2 = 4.8 \times 10^{-5}[\text{C}]$ (2) $V_1 = 26[\text{V}]$ 、 $V_2 = 24[\text{V}]$

< 必須典型問題 2 >

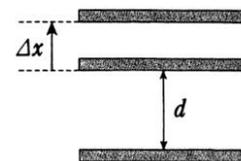
十分に広い極板面積 S をもつ平行板コンデンサーが空気中
 にある。極板間隔を $3d$ にして、図のように極板と同じ面積 S で
 厚さ d の金属板を極板に平行に挿入した。金属板を挿入する前の
 電気容量 C 、および挿入した後の電気容量 C' を求めよ。
 ただし、空気の誘電率を ϵ_0 とする。



【解答】 $C = \epsilon_0 \frac{S}{3d}$ 、 $C' = \epsilon_0 \frac{S}{2d}$

< 必須典型問題 3 >

電気容量 C 、極板間隔 d の平行板コンデンサーがある。
両極板には $\pm Q$ の電荷がたくわえられている。極板間の電場
は一様であるものとして、次の問いに答えよ。



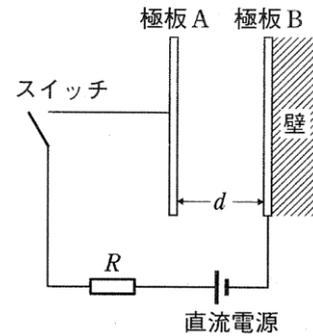
- (1) コンデンサーがたくわえている静電エネルギーを求めよ。
- (2) 極板の距離を Δx だけ引き離す。引き離した後の静電エネルギーを求めよ。
- (3) 両極板間にはたらく引力を求めよ。

【解答】 (1) $\frac{Q^2}{2C}$ (2) $\frac{Q^2}{2C} \cdot \frac{d + \Delta x}{d}$ (3) $\frac{Q^2}{2Cd}$

<予習用問題>

【1】質量が m 、1 辺の長さが a である正方形の極板 A、B で構成される平行板コンデンサーが真空中に置かれている。

図に示すように極板 B は絶縁体の鉛直な壁に固定されており、極板 A と極板 B の間隔は d である。極板 A、B には、スイッチ、抵抗値 R の抵抗、そして、起電力が調節できる直流電源がたるみのない導線で接続されている。はじめ、スイッチは開いており、コンデンサーには電荷がたくわえられていないものとする。さらに、導線の抵抗、直流電源の内部抵抗、重力の影響は無視でき、真空の誘電率を ϵ_0 とする。



(1) 次の文章の空欄 **ア**～**オ** に適当な数式または数値を記入せよ。また、問いについては、指示にしたがって解答すること。

図に示したコンデンサーの電気容量 C は、 a 、 d 、 ϵ_0 を用いて $C =$ **ア** と表される。直流電源の起電力を V に設定して、スイッチを閉じた。スイッチを閉じた直後、抵抗には大きさ **イ** の電流が流れる。十分に時間が経過すると電流の大きさは **ウ** となり、コンデンサーにたくわえられた電荷 Q は、 C と V を用いて $Q =$ **エ** と表され、静電エネルギーは、 C と Q を用いて **オ** と表される。

問 スイッチを閉じてから十分に時間が経過するまでの電流の時間変化の概略を図示せよ。なお、図の縦軸にスイッチを閉じた直後と十分に時間が経過したときの電流を数式または数値で示すこと。さらに、図のグラフ上で電荷 Q はどのように表されるか図示せよ。

(2) はじめの状態からスイッチを閉じ、直流電源の起電力をゆっくり上昇させたところ、コンデンサーの電荷が Q_c のときに極板 A を引っ張っている導線が切れた。その後、極板 A は極板 B と平行を保ちながら水平に移動し、導線が切れてから時間が T 経過したときに極板 B に衝突した。次の文章の空欄 **カ**～**コ** に適当な数式を記入せよ。

はじめに極板 A が極板 B の方向に Δd だけ移動したときを考える。ただし、 $\Delta d < d$ とする。このとき、コンデンサーの電気容量は移動前より大きくなるが、たくわえられている電荷は変化しない。静電エネルギーの減少量は a 、 ϵ_0 、 Q_c 、 Δd を用いて **カ** と表される。この静電エネルギーの減少量は、極板 A にはたらく力の大きさを F とすると、力 F が極板 A を移動させる仕事に等しい。したがって、次式 **カ** = **キ** が成り立ち、 $F =$ **ク** と表すことができる。

次に導線が切れてから時間が t 経過したときを考える。ただし、 $0 \leq t \leq T$ とする。このとき極板の間隔は Q_c とその他の記号を用いて **ケ** と表すことができる。したがって、導線が切れてから 2 つの極板が衝突するまでの時間 T は **コ** と表される。

(3) コンデンサーの電気容量は、極板間に誘電体を挿入しても大きくなる。この理由を誘電分極、電荷、電場の 3 つの語句を用いて説明せよ。

(2003 年 岡山県立大)

【2】

図1のように、面積 S [m²] の3枚の極板 P_1 , P_2 , P_3 を、誘電率が ϵ [F/m] の空气中に互いに平行に向かいあわせて配置した。極板 P_1 , P_2 の間隔は a [m] であり、極板 P_2 , P_3 の間隔は b [m] である。隣りあう極板間での電場は、極板と垂直で一様であり、それ以外の部分での電場はないものとする。また、初めに極板に電荷はなく、極板に与えた電荷は、空気等へ移動しないものとする。次の問いに答えよ。

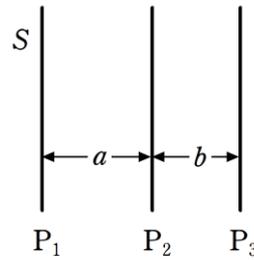


図1

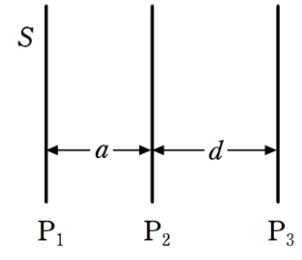


図2

- (1) 極板 P_1 , P_2 間の電気容量 C_{12} [F], 極板 P_2 , P_3 間の電気容量 C_{23} [F], および極板 P_1 , P_3 間の電気容量 C_{13} [F] を、それぞれ ϵ , S , a , b のうちから必要なものを用いて表せ。

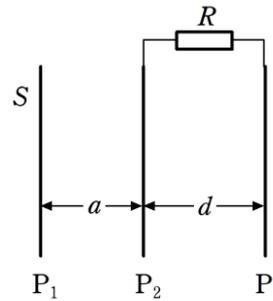


図3

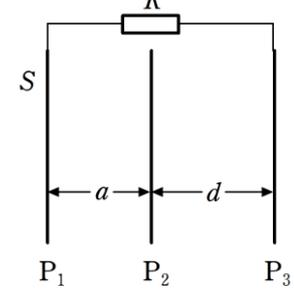


図4

極板 P_1 に電気量 Q [C], 極板 P_3 に電気量 $-Q$ [C] の電荷を、それぞれ与えた。

- (2) 極板 P_2 , P_3 間に発生する電場の強さ E_{23} [V/m] を ϵ , Q , S を用いて表せ。また、極板 P_2 , P_3 間に蓄えられた静電エネルギー U_{23} [J] を ϵ , Q , S , a , b のうちから必要なものを用いて表せ。

極板 P_3 を、極板 P_2 との距離が d [m] になるまで、他の極板と平行に保ったまま、ゆっくりと移動させて、図2の配置とした。

- (3) (2)における電場 E_{23} が極板間の距離によらなかったことを用いて、極板 P_3 の移動に要した仕事 W_1 [J] と、移動中に極板 P_3 にはたらいっていた力の大きさ F [N] を、それぞれ ϵ , Q , S , a , b , d のうちから必要なものを用いて表せ。

図3のように、極板 P_2 , P_3 間に抵抗値 R [Ω] の抵抗 R_{23} をつないだ。

- (4) 次の(a), (b)の問いに対し、 ϵ , Q , S , a , b , d , R のうちから必要なものを用いて答えよ。

(a) 抵抗 R_{23} をつないだ直後に、抵抗 R_{23} に流れる電流 I_0 [A] を求めよ。

(b) 抵抗 R_{23} に流れる電流が $\frac{I_0}{2}$ になったときに、極板 P_2 , P_3 間に蓄えられている静電エネルギー U_{23} [J] を求めよ。

十分に時間がたったのちに抵抗 R_{23} を取り外した。さらに、図 4 のように、極板 P_1 , P_3 間に抵抗値 R [Ω] の抵抗 R_{13} をつなぎ十分に時間が経過した。

- (5) 極板 P_1 に蓄えられた電気量 Q_1 [C] と、極板 P_3 に蓄えられた電気量 Q_3 [C] を、それぞれ Q , a , d を用いて表せ。
- (6) 抵抗 R_{13} での発熱量 H [J] を ε , Q , S , a , b , d , R のうちから必要なものを用いて表せ。

(2015 年 福井大)

<演習問題>

解答時間 25+25 分

【1】 次の文を読んで、には適した式を、{ }からは正しいものを選びその番号を、またには25字~50字の適切なことばを、それぞれの解答欄に記入せよ。なお、必要な場合には、微小量 x および任意の実数 k に対して成り立つ近似式、 $(1+x)^k \doteq 1+kx$ (ただし、 $|x| \ll 1$) を用いよ。

同じ長方形の2枚の導体極板 A, B が間隔 d で向かい合わせに配置された平行板コンデンサーを考える。コンデンサーは空気中にあり、空気の誘電率を ϵ とし、極板の端における電界の乱れは常に無視できるものとする。

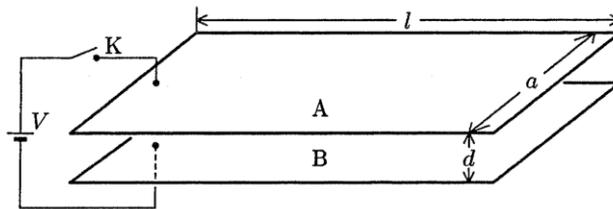


図1

(1) 図1のように、極板 A, B の辺の長さを a , l とし、極板間に起電力 V の電池とスイッチ K を直列につなぐ。スイッチを閉じて十分に時間がたつてからスイッチを開いたとき、コンデンサーに蓄えられたエネルギーを、充電された電気量 Q を用いて表すとイである。

充電されたコンデンサーの極板はクーロン力により互いに引力を及ぼしあっている。この力に抗して一方の極板に外力を加え、極板間の間隔を $d + \Delta d$ まで微小変化させたとすると、この変化によるコンデンサーのエネルギーの変化量はロである。このエネルギーの変化量が外力のした仕事に等しいことから、極板間の引力はハに等しいことが分かる。この力の大きさをコンデンサー内の電界の強さ E を用いて表し、極板の単位面積あたりの力を求めるとニとなる。

(2) 次に、向かい合った極板の面積を同時に変えることができる平行板コンデンサーを考えよう。図2のように、両極板はいずれも同じ幅 a の2枚の薄い導体板を部分的に重ねて作られている。極板の左右の端には極板間に

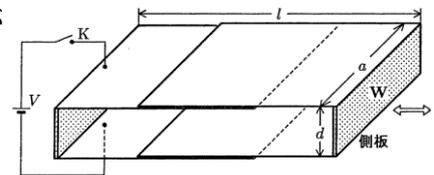


図2

薄い絶縁性の側板が取り付けられており、右側の側板 W を左右に動かして導体板の重なりを調整することにより、極板の面積を変えることができる。このとき、重ねられた導体板は常に接触しているが摩擦なしに滑らせることができ、また、極板間の間隔 d の変化はないとする。このコンデンサーを充電したとき、側板には、上下の極板が押しつける力のほかに横向き力が働くことが、以下のようにしてわかる。この横向き力の性質を調べてみよう。

(a) 始めに、極板の左右の長さを l に保ち、(1) の場合と同様に、回路のスイッチ K を閉じて充電した後、スイッチを開いておく。ここで、側板に働く横向きの方に抗して側板 W に外力を加え、極板の長さを $l + \Delta l$ まで微小変化させたとしよう。この変化によるコンデンサーのエネルギーの変化量を、充電された電気量 Q を用いて表すと、 である。このことから、微小変化の間は側板に働く力の大きさは一定であるとみなして側板に加えた外力を求めると、 となる。

(b) 再び極板の長さを l に戻した後、今度はスイッチ K を閉じたまま、やはり側板 W に横向きの外力を加え、極板の長さを $l + \Delta l$ まで微小変化させたとしよう。

この場合に、コンデンサーに蓄えられたエネルギーの変化量は であり、また、この間に電池がする仕事は、蓄えられた電気量の変化を考慮すれば、 である。したがって、この場合に加えた外力は となる。

以上より、このコンデンサーの側板 W に働く横向きの力の方向は、(a) の場合には図 2 の {ヌ : ①左方向, ②右方向}, また、(b) の場合には図 2 の {ル : ①左方向, ②右方向} であることが分かる。この力の大きさをコンデンサー内の電界の強さ E を用いて表し、側板 W の単位面積あたりの力を求めると、(a), (b) のいずれの場合も、 となる。このような横方向の力が生じるのは、 が原因である。

(2004 年 京都大・後期)

【2】次の文を読んで、には適した式を、また、{ }内からは適した番号を一つ選んで記せ。なお、はすでにで与えられたものと同じものを表す。

図1のように、一辺の長さが l の正方形の金属板2枚を間隔 d で平行に置いた平行板コンデンサーがあり、その間に、奥行き l 、幅 l 、厚さ d の直方体の誘電体 U がなめらかに挿入できるようになっている。ただし、誘電体は、図の左右方向(x 軸方向)にのみ移動でき、奥行き方向は常に電極とちょうど重なっているものとする。

誘電体を挿入していないときのこの平行板コンデンサーの電気容量は C であり、誘電体の誘電率は空気の誘電率の $1+k$ 倍($k>0$)であるとする。また、 d は l に比べて充分小さく、コンデンサーの電極や誘電体の端での電界の乱れは無視できるものとする。

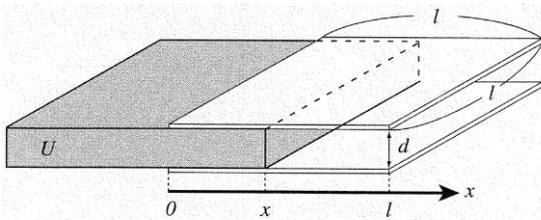


図1

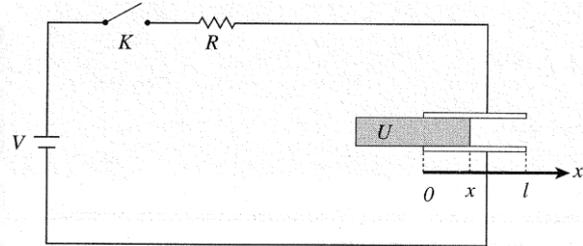


図2

(1) 誘電体の右端が電極の左端から x ($0 < x < l$)の位置にあるとき、誘電体が位置 x にあると、以下では言い表すことにする。このとき、このコンデンサーの電気容量は x の1次関数アで与えられる。

図2のように、コンデンサーを、起電力 V の電池、抵抗値 R の抵抗およびスイッチ K とつないで回路を作った。ただし、コンデンサーの極板は水平に置き、誘電体 U が摩擦なしに移動できるようにした。初めスイッチ K は開いており、コンデンサーは帯電していないものとし、抵抗 R 以外の回路の抵抗はすべて無視できるものとする。

(2) 誘電体を位置 x に固定しておき、スイッチ K を閉じた。その直後に抵抗 R を流れる電流は、イである。抵抗値 R が十分小さいと、すみやかに電流がゼロの状態に達する。このとき、コンデンサーには $Q(x) =$ ウの電気量(電荷)がたくわえられている。また、このときの極板の、誘電体の挿入された部分($[0, x]$ の区間)にたくわえられた電気量 $Q_1(x)$ と、誘電体が入っていない部分($[x, l]$ の区間)に

たくわえられた電気量 $Q_2(x)$ との比 $\frac{Q_1(x)}{Q_2(x)}$ はエである。

ここで、誘電体を x から微小距離 Δx だけ、外力を加えてゆつくりと $x + \Delta x$ まで移動させたとする。この間、電池からコンデンサーに $Q(x + \Delta x) - Q(x)$ だけの電気量が流入するので、ウを用いてこの電気量を求めれば、電池がオだけの仕事を行うことがわかる。一方、コンデンサーにたくわえられた静電エネルギーは、この間にカだけ増加する。このように、誘電体を十分ゆつくりと移動させた場合、抵抗 R での発熱によるエネルギー損失は無視できるので、この移動を起こした外力による仕事と電池のした仕事の和は、静電エネルギーの増加量に等しい。このことから、この場合に位置 x の誘電体に働く電氣的な力の方向は{キ: ①右向き, ②左向き}であり、その大きさはクであることがわかる。

(3) 次いで誘電体を位置 $x=0$ まで戻してから、スイッチ K を開いた。以下スイッチは開いたままにして、誘電体を位置 x まで持ってきたとする。ここでも、誘電体を x から微小距離 Δx だけ移動させる仕事を考察すれば、位置 x で誘電体に働く力の大きさは $\boxed{\text{ケ}}$ であることがわかる。(ただし、必要な場合は、 $|y|$ が 1 に比べて十分小さいとき、 $(1+y)^a$ は $1+ay$ で近似できることを用いよ。) この場合の力 $\boxed{\text{ケ}}$ と、(2) の場合の力 $\boxed{\text{ク}}$ は、かなり異なっているように見えるが、それぞれの場合にコンデンサーにたくわえられている電気量を q と記して、 q, C, k, l , および x を用いて両者を書き直せば、実は共通の表式 $\boxed{\text{コ}}$ になっており、たくわえられた電気量が同じなら誘電体に働く力も同じであることがわかる。

(2000年 京都大)

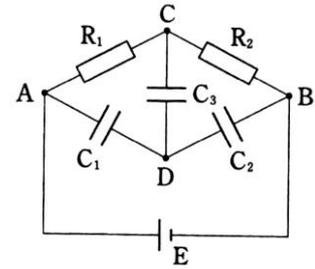
◆第5回 コンデンサーと直流回路◆

<重要事項>

<必須典型問題>

図の回路において、E は内部抵抗が無視できる起電力 9.0V の電池、 R_1 、 R_2 はそれぞれ $2.0\text{k}\Omega$ 、 $3.0\text{k}\Omega$ の抵抗、 C_1 、 C_2 、 C_3 はそれぞれ $1.0\mu\text{F}$ 、 $2.0\mu\text{F}$ 、 $3.0\mu\text{F}$ のコンデンサーである。はじめ、各コンデンサーに電荷はなかったものとする。

- (1) R_1 を流れる電流はいくらか。
- (2) 各コンデンサーの D 側の極板の電荷はいくらか。



【解答】(1) 1.8mA (2) $C_1 : -4.8\mu\text{C}$, $C_2 : 8.4\mu\text{C}$, $C_3 : -3.6\mu\text{C}$

<予習用問題>

【1】解答に必要な計算および答えは解答用紙の指定されたところに書け。

コンデンサーA, B, C, 抵抗 R_1 (R_1 [Ω]),
 R_2 (R_2 [Ω]), 電池E(V [V])およびスイッチS
 からなる図1の回路がある。コンデンサー
 A, B, Cの極板は、一辺の長さが l [m]の
 正方形である。各コンデンサーの極板間の
 距離 d_A [m], d_B [m], d_C [m]は $d_A = 2d_B = 3d_C$

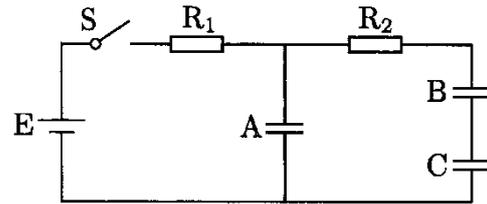


図1

である。また、極板内は真空である。最初、スイッチSは開いており、コンデンサーには電荷が蓄えられていなかった。真空の誘電率を ϵ_0 として、解答には単位を付けて次の問いに答えよ。

- (1) スイッチSを閉じた直後、抵抗 R_1 , R_2 にそれぞれ流れる電流 I_1 , I_2 はいくらか。
- (2) コンデンサーAの電気容量 C_A を ϵ_0 , l , d_A を用いて表せ。
- (3) スイッチSを閉じて充分時間が経過した後、抵抗を流れる電流はゼロとなった。そのとき、それぞれのコンデンサーA, B, Cに蓄えられた電気量 Q_A , Q_B , Q_C を C_A , V を用いて表せ。
- (4) (3)でコンデンサーA, B, Cが持つ静電エネルギー U を C_A , V を用いて表せ。
- (5) この充電過程で電池がした仕事 W を C_A , V を用いて表せ。

コンデンサーの容量を変化させる方法として、図2に示すように極板間の距離を変化させる方法以外に、極板をずらしたり、また、極板間に誘電体を挿入する方法がある。

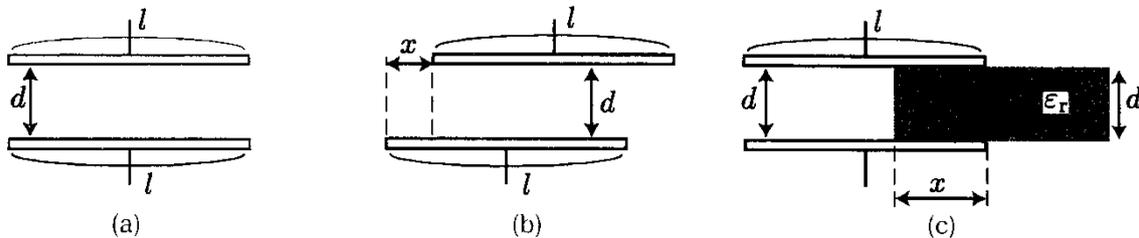


図2

- (6) 図2(b)のように極板間距離(d [m])を一定のまま、極板の一辺に平行な方向に片側の極板を x [m]だけずらした時の電気容量を C' とする。図2(a)の極板をずらす前の状態、すなわち、二つの極板が完全に重なっている時の電気容量を C とする。 C' を C , x , l を用いて表せ。ただし、電場は二つの極板の重なった部分にのみ一様に生じているとする。
- (7) 図2(c)のように、比誘電率が ϵ_r で厚さ d の誘電体が x [m]だけ極板間に挿入された場合の電気容量を C'' とする。誘電体挿入前の図2(a)の電気容量を C とする。 C'' を C , x , l , ϵ_r を用いて表せ。

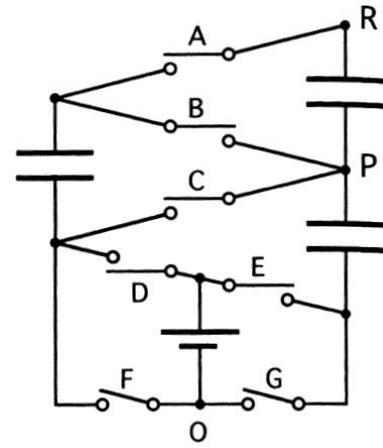
(2010年 近畿大一医)

【2】次の文章を読んで、(1)～(4)に答えなさい。

超電力 V の電池、容量が等しいコンデンサー3個及びスイッチ A から G を抵抗の小さな導線で図のように配線する。最初はすべてのスイッチが開いていて、コンデンサーは電荷を蓄えていないものとする。

図中の点 O の電位をゼロとする。

文中に与えられた記号の他に問題の解決に必要な物理量があれば、それを表す記号はすべて各自が定義し、解答欄に明示せよ。



(1) スイッチ A, C, D, G を閉じる。じゅうぶん

時間がたった後の点 P および点 R の電位を求めよ。

(2) 次に、スイッチをいったんすべて開いてからスイッチ B, E, F を閉じる。

じゅうぶん時間が経ったあとの点 P および点 R の電位を求めよ。その導出過程も書け。

(3) (2) において、スイッチを閉じてからじゅうぶん時間が経つまでに回路全体から発生するジュール熱を求めよ。その導出過程も書け。

(4) 次に、スイッチをいったんすべて開いてからスイッチ A, C, D, G を閉じる。

じゅうぶん時間がたった後の点 P および点 R の電位を求めよ。その導出過程も書け。

(2001 年 神戸大)

<演習問題>

解答時間 30+20 分

【1】

図1に示すように、幅が1 m、長さが L [m] の長方形の極板2枚を間隔 d [m] だけ離して平行に設置したコンデンサー1と、幅が1 m、長さが L [m] の長方形の極板2枚を間隔 $\frac{d}{2}$ [m] だけ離して平行に設置したコン

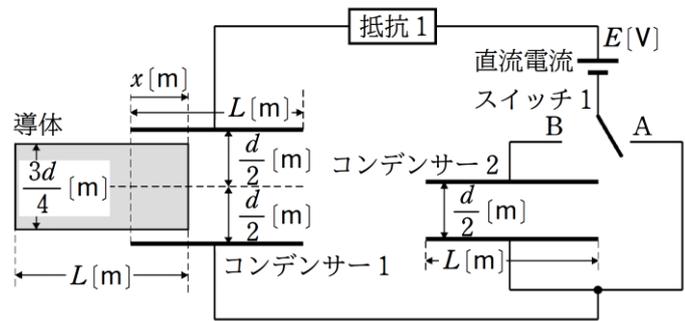


図1

デンサー2が、電圧 E [V] の直流電源、抵抗1、スイッチ1につながれている。コンデンサー1に、幅が1 m、長さが L [m]、厚さが $\frac{3d}{4}$ [m] の直方体の導体を、図2に示すように、両端をそろえて挿入した。図1のように、導体をコンデンサー1の中央にコンデンサー1と平行に挿入したとき、コンデンサー1の長さ方向の左端と導体の長さ方向の右端の距離を x [m] とし、 x の範囲を $0 \leq x \leq L$ とする。

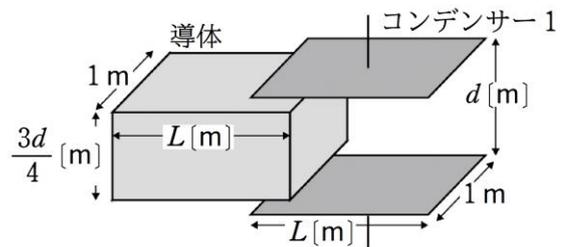


図2

導線の抵抗および直流電源の内部抵抗は無視できるものとする。抵抗以外でのエネルギーの消費は考えなくてよい。ここで、コンデンサー1とコンデンサー2の極板間はいずれも真空とみなせるとする。また、コンデンサー1とコンデンサー2における2枚の極板の間隔は常に一定とする。コンデンサー内部の電気力線の向きは極板に垂直であるものとし、極板の端での電場(電界)の乱れはないものとする。導体は帯電しておらず、外部との電荷のやりとりはないものとする。最初、コンデンサー1とコンデンサー2に電荷は蓄えられていない。

導体がコンデンサー1に挿入されていないとき($x=0$ m)のコンデンサー1の電気容量を C [F] とし、次の問いに答えよ。

(1) まず、スイッチ1を端子Aにつなぎ、その状態を保持しつつ、導体に外力を加えて、

導体をコンデンサー1に $x = \frac{L}{4}$ [m] まで挿入した後に、十分に長い時間が経過した。この

とき、次の文章中の ア ~ ウ を C と E を用いて表せ。

コンデンサー1の電気容量は ア [F]、コンデンサー1の正極板に蓄えられている電気量は イ [C]、コンデンサー1に蓄えられている静電エネルギーは ウ [J] である。

(2) 続いて、導体がコンデンサー1に $x = \frac{L}{4}$ [m] まで挿入されている状態を保持しつつ、スイッチ 1 を端子Aから端子Bにつなぎかえて十分に長い時間が経過した。このとき、次の文章中の「エ」と「オ」を C と E を用いて表せ。

コンデンサー1の正極板に蓄えられている電気量は「エ」[C]、コンデンサー1に蓄えられている静電エネルギーは「オ」[J]である。

次に、図1と同じコンデンサー1とコンデンサー2を、電圧 E [V] の直流電源、抵抗1、抵抗2、スイッチ2、スイッチ3と、図3に示すようにつなぎなおした。導体はコンデンサー1に完全に挿入されており ($x = L$ [m])、スイッチ3を開いたままスイッチ2のみを閉じてコンデンサー1が完全に充電されている。また、コンデンサー2に電荷が与えられていない。

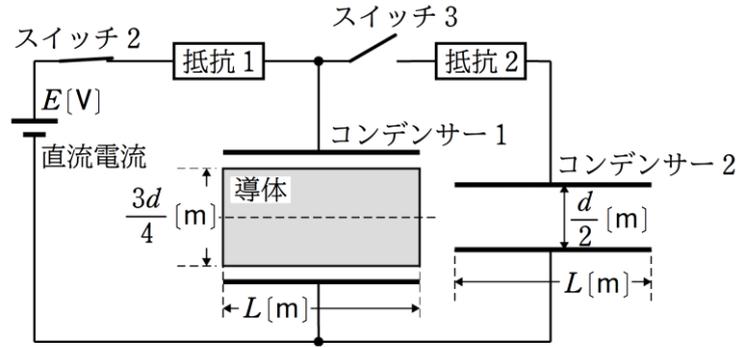


図3

まず、スイッチ2を開き、続いて導体に外力を加えて、導体をコンデンサー1から完全に引き抜いた ($x = 0$ m)。次の問いに答えよ。

(3) コンデンサー1の極板間の電位差を求めよ。

次に、導体がコンデンサー1から完全に引き抜かれている状態 ($x = 0$ m) を保持しつつ、スイッチ3を閉じて十分に長い時間が経過した。次の問いに答えよ。

(4) コンデンサー1の極板間の電位差を求めよ。

次に、図4のように、スイッチ2とスイッチ3のいずれも開いた状態で、導体がコンデンサー1と平行に、 $x=a$ [m] ($0 < a < L$)までコンデンサー1に挿入されている場合を考える。ただし、コンデンサー1とコンデンサー2には電荷は蓄えられていないとする。また点Pと点Qは図4に示すようにコンデンサー1の2つの極板の間にあり、点Pは導体表面のある位置に、点Qは導体が挿入されていない部分のある位置にあるとする。点Pと点Qの2

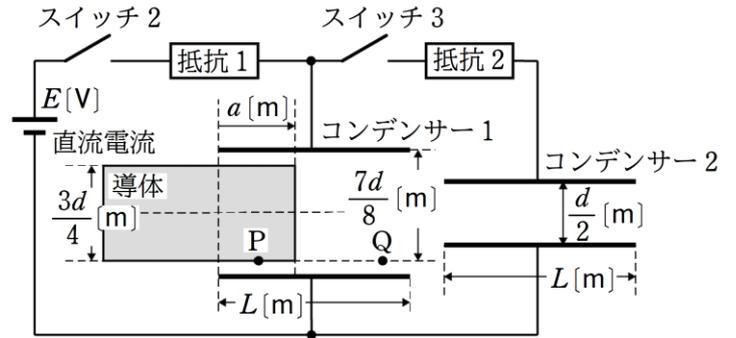


図4

点は、いずれもコンデンサー1の正極板から負極板に向かって $\frac{7d}{8}$ [m] 離れた位置にある。

次の問いに答えよ。

- (5) 次の文章中の カ \sim ク と コ \sim ス を L, a, C, E の中から適切な記号を用いて表せ。また、ケ は適切な選択肢を選べ。

スイッチ2を閉じてコンデンサー1を完全に充電した。このとき、直流電源はカ [J] の仕事をした。続いて、導体がコンデンサー1に $x=a$ [m] まで挿入されている状態を保持しつつ、スイッチ3を閉じて十分に長い時間が経過した。このとき、抵抗1と抵抗2において合計キ [J] のジュール熱が発生した。ここで、点Pと点Qの位置の電位を比較すると、点Pの位置のほうが点Qの位置よりも電位がク [V] だけケ {① 高い, ② 低い}。

次に、スイッチ2とスイッチ3をいずれも開いた。その後、導体に外力を加えて、導体をコンデンサー1から完全に引き抜くと($x=0$ m), コンデンサー1の極板間の電位差はコ [V] になった。

その後、コンデンサー1から完全に引き抜かれている状態($x=0$ m)を保持しつつ、スイッチ3を閉じて十分に長い時間が経過した。このとき、コンデンサー1に蓄えられている電気量はサ [C], コンデンサー2に蓄えられている電気量はシ [C] となり、抵抗2でジュール熱が発生した。抵抗2で発生したジュール熱が、キ [J] と等しくなるとき、 a はス [m] である。

(2017年 名古屋大)

【2】 次の各問いの
 答えを記せ。

図1, 2, 3は, 電池
 と抵抗とスイッチを
 含む3種の電気回路で
 ある。図1の回路では,
 電池の起電力がそれぞれ
 E_1 と E_2 であり, 図2と
 3の回路では, すべて
 の電池の起電力が
 等しく, E であると
 する。また, 図1の
 回路には, 抵抗値が

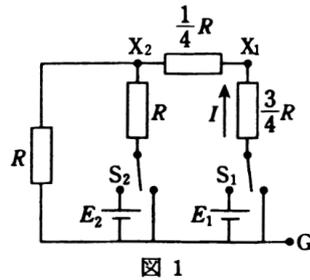


図1

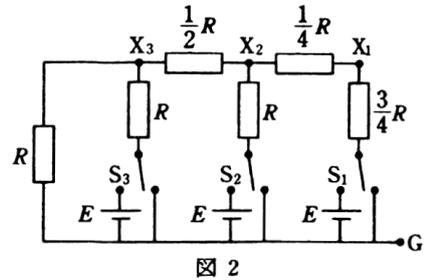


図2

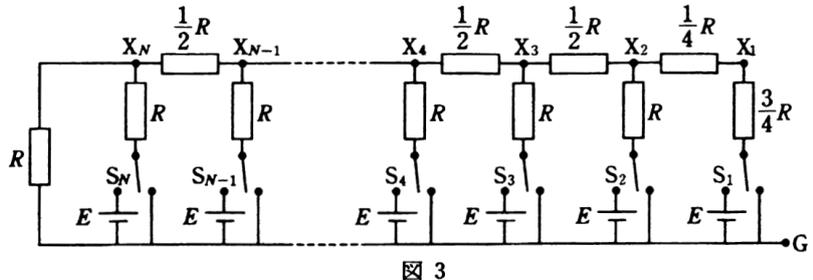


図3

それぞれ R , $\frac{3}{4}R$, $\frac{1}{4}R$ の3種の抵抗が接続されており, 図2と3の回路には, 抵抗値
 がそれぞれ R , $\frac{3}{4}R$, $\frac{1}{2}R$, $\frac{1}{4}R$ の4種の抵抗が接続されている。スイッチ S_1 , S_2 , S_3 ,
 \dots , S_N は, いずれも右側に閉じると導線を通して端子 G につながり, 左側に閉じると
 電池に接続する。以下の問いでは, すべての電池の内部抵抗と導線の抵抗が, 無視できる
 ほど小さいものとする。まず, 図1の回路について, 次の問いに答えよ。

- (1) S_1 を左側 (電池側) に閉じ, S_2 を右側に閉じたとき, 端子 X_1G 間の電位差はいくらか。
- (2) S_1 を右側に, S_2 を左側 (電池側) に閉じたとき, 端子 X_1G 間の電位差はいくらか。
- (3) S_1 と S_2 をともに左側 (電池側) に閉じたとき, 端子 X_1 とスイッチ S_1 との間の
 $\frac{3}{4}R$ の抵抗に流れる電流 I はいくらか。
- (4) (3) の状態のとき, 端子 X_1G の電位差はいくらか。
 つぎに, 図2の回路について, 次の問いに答えよ。
- (5) S_1 と S_2 をともに右側に閉じ, S_3 のみを左側 (電池側) に閉じたとき, 端子 X_1G 間の
 電位差はいくらか。
- (6) S_1 , S_2 , S_3 をすべて左側 (電池側) に閉じたとき, 端子 X_1G 間の電位差は
 いくらか。

最後に、図3の回路は、図2の回路におけるスイッチを含む枝路（抵抗，スイッチ，電池の直列接続部分）の数を、 N 個にしたものである。この回路について、次の問いに答えよ。

- (7) スイッチ S_N のみを左側（電池側）に閉じ、他のすべてのスイッチ S_1, S_2, \dots, S_{N-1} を右側に閉じたとき、端子 X_NG 間の電位差はいくらか。
- (8) (7) の状態のとき、端子 X_1G 間の電位差はいくらか。
- (9) この回路で、枝路の数を6個 ($N=6$)、電池の起電力を $8V$ ($E=8V$) とするとき、いくつかのスイッチを左側（電池側）に閉じ、残りのスイッチを右側に閉じて、端子 X_1G の電位差を $3.25V$ としたい。どのスイッチを左側に閉じればよいか。

(早稲田大・理工)

◆第6回 総合演習◆

<演習問題>

【1】

図1のようにコンデンサー C_1 と C_2 、ダイオード D_1 と D_2 、直流電源 E_1 と E_2 、および接点 S_1 と S_2 の間をつなぎかえる切り替えスイッチを組み合わせた回路を作成した。この中で図2の記号によって表されるダイオードは、図に示した順方向にのみ電流を流して逆方向には電流を流さない、という整流作用をもつ電子部品である。図1の回路では、 S_1 と S_2 の間でスイッチを何度も切りかえていくことによって、電源電圧よりも高い電圧を得ることができる。この回路において、スイッチを切りかえていった際の電荷の動きと、回路上の各点における電位の変化を考えていこう。

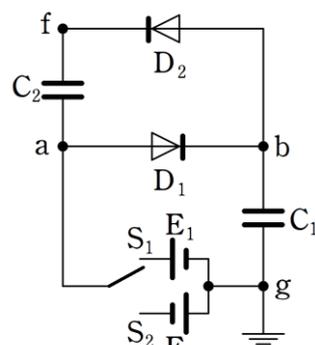


図1

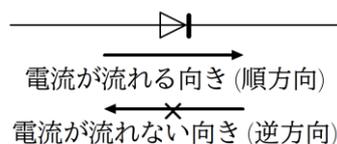


図2

図1の D_1 と D_2 は順方向には抵抗値が R [Ω]の抵抗とみなせるものとする。また、 C_1 と C_2 の電気容量はともに C [F]、 E_1 と E_2 の起電力はともに V_0 [V]とし、点 g は接地されていて電位は 0 Vになっているものとする。導線の電気抵抗および、電源の内部抵抗はないものとする。

初めの状態では、どちらのコンデンサーにも電荷は蓄えられておらず、スイッチは S_1 、 S_2 のどちらにもつながっていないものとする。まずスイッチを S_1 につないだ。

(1) つないだ瞬間に回路上の点 a を流れる電流の大きさを答えよ。

S_1 につないだ後、電荷の移動が終わるまで待った。この状態を $\boxed{1,+}$ と表すことにする。

(2) このとき、 C_1 と C_2 に蓄えられている電気量をそれぞれ答えよ。

$\boxed{1,+}$ の状態から、スイッチを S_1 から切り離れた。続いて S_2 につなぎ、電荷の移動が終わるまで待った。この状態を $\boxed{1,-}$ とする。

(3) S_2 につないだ瞬間の点 a の電位を答えよ。また S_2 につないでから $\boxed{1,-}$ の状態となるまでの間に、 D_1 上に電流は流れるか。

(4) $\boxed{1,-}$ の状態における点 b の電位を V [V]とするとき、 C_2 に蓄えられた電気量を C, V, V_0 を使って答えよ。

(5) C_1 の点 b 側の極板と C_2 の点 f 側の極板に蓄えられる電気量の合計は、 $\boxed{1,+}$ と $\boxed{1,-}$ の状態の間で保存される。この2つの状態の間で成り立つ電気量保存の式を C, V, V_0 を使って書け。また、この式から V の値を求めよ。

$1,-$ の状態からスイッチを S_2 から切り離し、再びスイッチを S_1 につないだ。その後、電荷の移動が終わるまで待った。この状態を $2,+$ とする。

(6) S_1 につないだ瞬間の点 f の電位を求めよ。

(7) $2,+$ の状態で、 C_1 および C_2 に蓄えられている電気量を求めよ。

$2,+$ の状態からスイッチを S_2 に切りかえ、電荷の移動が終わるまで待った。この状態を $2,-$ とする。

(8) (5) と同様に、 $2,+$ と $2,-$ の状態の間で成り立つ電気量保存の法則を使って、 $2,-$ の状態で C_1 および C_2 に蓄えられている電気量を求めよ。

(2017年 大阪府立大)

【2】

図1のように、直流電源、真空中の電気容量が C である平行板コンデンサーA, B, 抵抗値 R の抵抗, およびスイッチ S_0 , S を接続した回路を考える。コンデンサーA, Bの極板は真空中に固定されており、極板間に、上下すき間なく比誘電率 ϵ_r (>1) の誘導体を挿入する。極板は長方形で、極板と誘導体の紙面に垂直な方向の幅は等しく、極板の上から見ると図2のように並んでいる。そこで図1の x 方向の長さや位置に注目する。極板の長さはそれぞれ $2a$ であり、コンデンサーAの極板とコンデンサーBの極板は $2a$ 離れている。

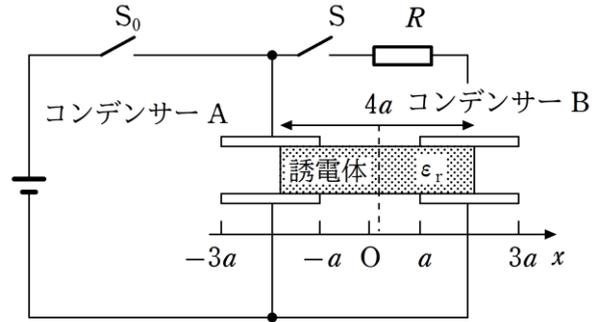


図1

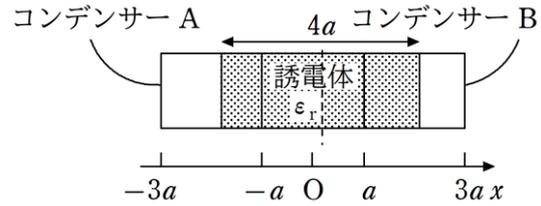


図2

誘電体の長さは $4a$ である。図1のように x の原点をとり、誘電体の位置を中心の座標 x で表すと、誘電体は $x=-a$ から a の範囲でなめらかに動かすことができる。したがって、コンデンサーA, Bの電気容量 C_A , C_B は x の関数となる。最初、コンデンサーA, Bには電荷はなく、スイッチ S_0 , S は開いている。なお、極板の端の影響, R 以外の抵抗はないものとする。

- (1) 電気容量 C_A , C_B を C , ϵ_r , a を用いて x の関数として表せ。
- (2) まず、誘電体を $x=-a$ に置き、スイッチ S_0 , S を閉じ十分に時間が経過した後、スイッチ S_0 を開いた。両方のコンデンサーに蓄えられている電気量の和を Q としたとき、コンデンサーA, Bに蓄えられた電気量 Q_A , Q_B を Q と ϵ_r を用いて表せ。
- (3) 次にスイッチ S を開き、誘電体に外力を加えて $x=-a$ から a までゆっくり動かしたコンデンサーA, Bに蓄えられている静電エネルギー U_A , U_B を Q , C , ϵ_r , a を用いて、誘電体が $x=-a$ から a の範囲にあるときについて、 x の関数として表せ。
- (4) その後、スイッチ S を閉じると抵抗に電流 I が流れた。スイッチを閉じた直後の電流の大きさ I_0 とその向きを求めよ。また、電流 I が時間とともにどのように変化するか、スイッチ S を閉じた時刻を $t=0$ として、その概略を図3にかけ。
- (5) (4)の操作を行ったとき、スイッチ S を閉じてから十分に時間が経過するまでの間に、抵抗で発生するジュール熱を求めよ。



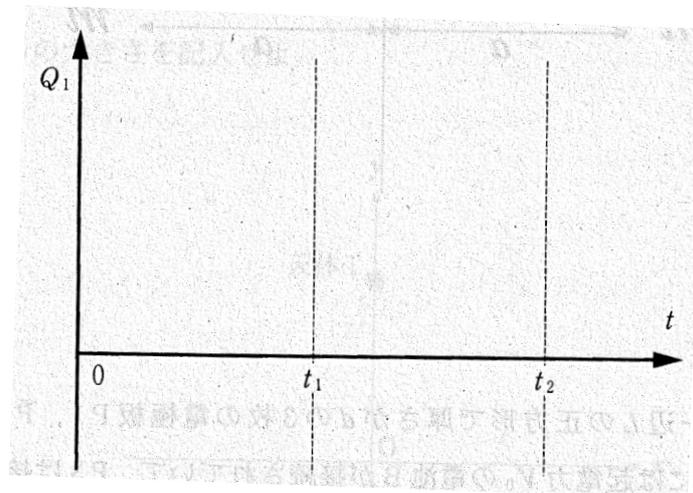
図3

(2015年 神戸大)

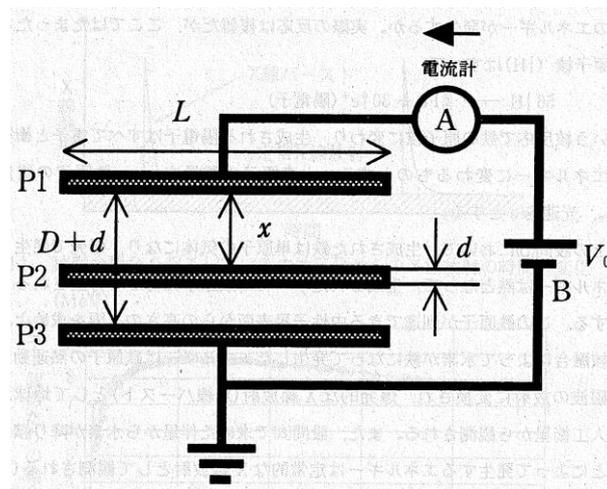
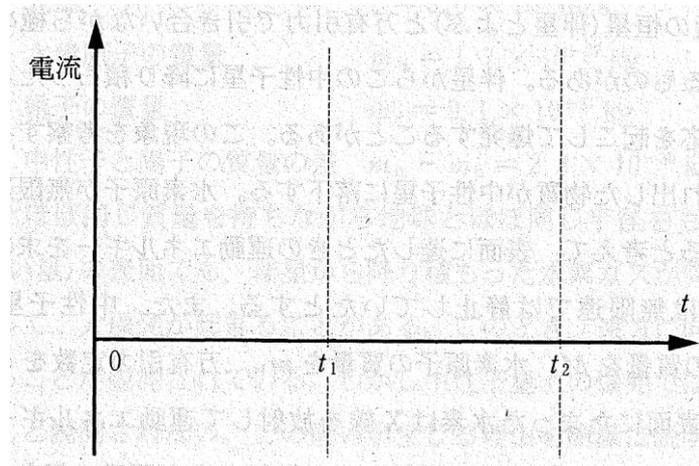
【3】図のように一辺 L の正方形で厚さが d の3枚の電極板 P1, P2, P3 がある。P1-P3 間には起電力 V_0 の電池 B が接続されていて、P3 は接地されている。3枚の板は平行である。P1 と P3 は固定されており、その間の距離は $D+d$ である。P2 は、P1 と P3 の間で上下に動くことができ、P1 と P2 の間隔は x とする。P2 の動く速さ v は、十分にゆっくりであり、その速さで電荷が動くことにより発生する磁界などは無視できるほど小さい。また板間の距離が 0 のときは、板同士が接触しており、電気的に互いに同電位になるとする。電池の内部抵抗は無視できるものとする。

L は P1-P3 間の距離に比べて十分大きく、電極間は真空であり、その誘電率は ϵ_0 とする。

- (a) はじめ P2 を P1 と接触 ($x=0$) させていたが、時刻 $t=0$ から P3 と接触する時刻 $t=t_1 (=D/v)$ まで一定の速さ v で P2 を下向きに動かした。 $0 < t < t_1$ での P1 の持つ電荷 Q_1 を、P2 の電位 V_D および x の関数として表せ。
- (b) $0 < t < t_1$ での P2 の電位 V_D を x の関数として表せ。
- (c) 時刻 $t=t_1$ において P2 の下の面にある電荷と P3 の上の面にある電荷は打ち消しあう。続いて時刻 $t=t_1$ から、再び P2 を一定の速さ v で上向きに動かし、時刻 $t=t_2 (=2D/v)$ で P1 と再度接触させた。 $t_1 < t < t_2$ での P2 の電位 V_U を x の関数として表せ。
- (d) $0 < t < t_2$ での P1 の電荷 Q_1 を時刻 t の関数として図示せよ。



- (e) $0 < t < t_2$ での P1 の電荷 Q_1 の変化は電池 B から流れこむ電流による。電流計を流れる電流を時刻 t の関数として図示せよ。ただし電流計の内部抵抗は無視できるものとする。P1 に向かって流れ込む電流の向き (図の矢印の向き) を正の向きとする。



(2004年 東京工業大)