

1

【解答】 (1) ② (2) ① (3) ①

【指針】 アクリル棒が正に帯電することから、アクリル棒と絹布に電子不足・過剰のどちらが生じているかを考える。また、アクリル棒と塩化ビニル棒の間に引力がはたらくことから、塩化ビニル棒が正・負どちらに帯電しているかを考える。

【解説】 (1) アクリル棒は正に帯電しているため電子不足の状態になっている。帯電は電子の移動によって生じるので、絹布は電子過剰の状態になり、負に帯電する。

(2) (1)からわかるように、電子の移動はアクリル棒から絹布へである。

答えは ①

(3) アクリル棒(正に帯電)と塩化ビニル棒の間には引力がはたらくことから、塩化ビニル棒は負に帯電している^[1]。(1)と同様に考えると、毛皮は正に帯電している。したがって、絹布(負に帯電)と毛皮の間には引力がはたらく。

答えは ①

←[1] 引力がはたらくのは異種の電荷間である。

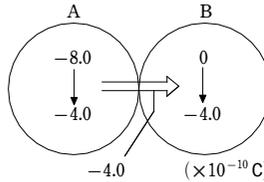
2

【解答】 (1) A から B へ $-4.0 \times 10^{-10} \text{ C}$ (2) 2.5×10^9 個

【指針】 A では負電荷が減少し、B ではその減少分だけ負電荷が増加する。このような変化は電子の移動によって生じる。

【解説】 (1) 接触後、A と B はそれぞれ $-4.0 \times 10^{-10} \text{ C}$ に帯電している。よって、負の電気をもつ電子は、A から B へ $-4.0 \times 10^{-10} \text{ C}$ 移動した。

$$(2) n = \frac{-4.0 \times 10^{-10}}{-1.6 \times 10^{-19}} = \frac{4.0}{1.6} \times 10^{-10+19} = 2.5 \times 10^9 \text{ 個}$$



3

【解答】 A : ① B : ② A' : ③ B' : ③

【指針】 導体の静電誘導では、自由電子が導体内を自由に移動するので、A と B をはなしたとき、それぞれが正や負に帯電している。一方、不導体の誘電分極では、自由電子による電荷の移動がないため、A' と B' をはなしても、それぞれが正や負に帯電することはない。

【解説】 A, B は金属なので、静電誘導が起こり、帯電した管の負の電気にしりぞけられた自由電子が A から B へ移動する(図 a)。操作後も電荷分布は同じなので

A : 正 …… ① B : 負 …… ②

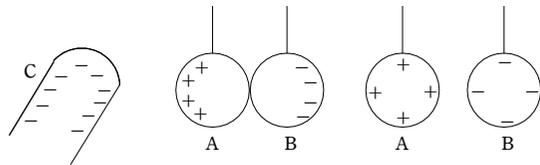


図 a (操作終了後)

A', B' は不導体なので、誘電分極が起こる。分子内の電子配置のずれで、図 b のように帯電した管に近い側には正、遠い側には負の電気が現れるが、A', B' 間に実際の

電荷の移動がないので、操作後は A', B' とも帯電していない。

A' …… ③ B' …… ③

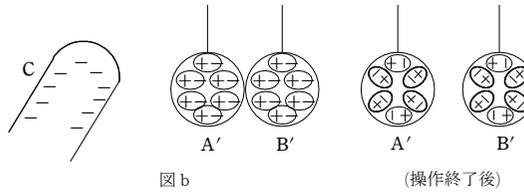


図 b (操作終了後)

4

【解答】 (1) (a) ① (b) ① (c) ② (d) ①

(2) (e) ④ (f) ② (3) (g) ①

(問) 閉じていく

【指針】 箔検電器の金属板に帯電体を近づけると、静電誘導により、帯電体に近い側には帯電体と異種、遠い側には同種の電気が現れる。

【解説】 (1) (a) 金属は導体なので、静電誘導が起こる。…… ①

(b) 帯電体に近い金属板には、帯電体と異符号(正)の電気が現れる(図 a)。…… ①

(c) 帯電体から遠い箔には、帯電体と同符号(負)の電気が現れる(図 a)。…… ②

(d) 2枚の箔に負の電気が分布し、反発するので、箔は開く。…… ①

(2) (e) 箔は閉じる(理由は(f))。…… ④

(f) 箔にある自由電子が、指を通じて逃げるため^[1]。…… ②

(3) (g) 指を離し、帯電体を遠ざけると、正の電気は金属板と箔に分布するため、箔は開く(図 c)。…… ①

問 負の帯電体が近づくと、自由電子が金属板から箔へ移動していく。そのため、箔はしだいに閉じていく(図 d~f)^[2]。

←[1] このとき、金属板の正の電気は、帯電体の負の電気から引力を受けるため逃げない。

←[2] 帯電棒の帯電が強い場合は、さらに自由電子を箔に追いやるので、箔は負に帯電し、再び開き始める(図 g)。

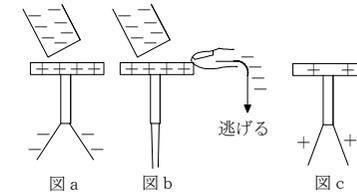


図 a 図 b 図 c

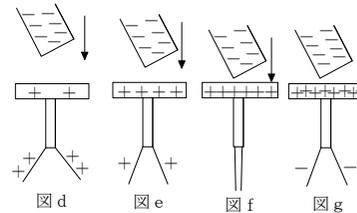


図 d 図 e 図 f 図 g

5

【解答】 (1) $2.7 \times 10^{-4} \text{ N}$, 引力 (2) $1.0 \times 10^{-8} \text{ C}$ (3) $9.0 \times 10^{-5} \text{ N}$, 斥力

【指針】 クーロンの法則の式「 $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$ 」を用いる。等しい材質・形状・大きさの2球が接触すると、各球は等量の電荷をもつようになる。

【解説】 (1) クーロンの法則の式「 $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$ 」より

$$F = 9.0 \times 10^9 \times \frac{3.0 \times 10^{-8} \times 1.0 \times 10^{-8}}{0.10^2} = 2.7 \times 10^{-4} \text{ N}$$

電荷が異符号なので引力^[1]。

(2) $3.0 \times 10^{-8} \text{ C}$ と $-1.0 \times 10^{-8} \text{ C}$ の電荷が結合し、合計 $2.0 \times 10^{-8} \text{ C}$ ^[2] の電荷が残る。この電荷が2つの金属球に分かれるが、金属球の材質・形状・大きさが等しいときは、電荷は両方に等量ずつ分配される。

それぞれ $1.0 \times 10^{-8} \text{ C}$

$$(3) F' = 9.0 \times 10^9 \times \frac{1.0 \times 10^{-8} \times 1.0 \times 10^{-8}}{0.10^2} = 9.0 \times 10^{-5} \text{ N}^{[3]}$$

電荷が同符号なので斥力。

←[1] 力の大きさを計算するとき、電気量に符号をつけて計算し

$$\begin{cases} F > 0 \dots \dots \text{斥力} \\ F < 0 \dots \dots \text{引力} \end{cases}$$

と処理する方法もある。

$$\leftarrow [2] 3.0 \times 10^{-8} + (-1.0 \times 10^{-8}) = 2.0 \times 10^{-8} \text{ C}$$

←[3] 【別解】 2球の電気量の絶対値を比べると、一方の電荷は(1)の場合と同じ、他方は $\frac{1}{3}$ 倍。

したがって、及ぼしあう力の大きさは(1)のときの $\frac{1}{3}$ 倍の $9.0 \times 10^{-5} \text{ N}$

6

【解答】 (1) $8.8 \times 10^{-3} \text{ N}$ (2) $1.0 \times 10^{-7} \text{ C}$

【指針】 金属球 A にはたらく重力、糸が引く力、静電気力のつりあいを考える。

【解説】 (1) 金属球 A にはたらく重力 mg 、糸が引く力 S 、静

電気力 F は図のようになっている。

水平方向の力のつりあいより

$$F = S \sin \theta \dots \dots ①$$

鉛直方向の力のつりあいより

$$mg = S \cos \theta \dots \dots ②$$

①式を②式で辺々わって

$$\frac{F}{mg} = \frac{S \sin \theta}{S \cos \theta} = \tan \theta \text{ したがって } F = mg \tan \theta$$

$$F = mg \tan \theta = (3.0 \times 10^{-3}) \times 9.8 \times 0.30 = 8.82 \times 10^{-3} \approx 8.8 \times 10^{-3} \text{ N}$$

(2) A がもっている電気量を q [C] とすると、クーロンの法則の式「 $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$ 」より

$$8.82 \times 10^{-3} = 9.0 \times 10^9 \times \frac{q \times 9.8 \times 10^{-8}}{(10 \times 10^{-2})^2}$$

$$\text{よって } q = \frac{8.82 \times 10^{-3} \times (10 \times 10^{-2})^2}{9.0 \times 10^9 \times 9.8 \times 10^{-8}} = 1.0 \times 10^{-7} \text{ C}^{[1]}$$

←[1] A と B の間にはたらく力が引力となるので、A の電荷(電気量)は正である。

7

【解答】 (1) A → B の向きに $\frac{4kq}{r^2}$ [N/C]

(2) A → B の向きに $\frac{kq}{r^2}$ [N/C]

(3) A → Bの向きに $\frac{5kq}{r^2}$ [N/C]

(4) 直線 AB 上で B から A と反対側に 2r [m] の点

指針 点電荷のまわりの電場の式「 $E=k\frac{Q}{r^2}$ 」を用いる。電場はベクトル量であるから、合成する場合は強さとともに向きも考える。

解説 (1) 点電荷のまわりの電場の式「 $E=k\frac{Q}{r^2}$ 」より

$$E_A = k\frac{4q}{r^2} = \frac{4kq}{r^2} \text{ [N/C]} \dots\dots \text{A} \rightarrow \text{Bの向き}$$

$$(2) E_B = k\frac{q}{r^2} = \frac{kq}{r^2} \text{ [N/C]} \dots\dots \text{A} \rightarrow \text{Bの向き}$$

(3) 点 M の電場は、 $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$ であるから

$$E = E_A + E_B = \frac{5kq}{r^2} \text{ [N/C]} \dots\dots \text{A} \rightarrow \text{Bの向き}$$

(4) 直線 AB 以外の点では、2つの電荷による電場は同一直線上になく、合成電場が0となることはない。また、直線 AB 上の A の左側の点では、+4q がつくる B → A 向きの電場が -q がつくる A → B 向きの電場より常に大きくなるので、合成電場が0となる点はない。

求める点 P を直線 AB 上の B から右側に x [m] の点とすると

$$E_{A'} = \frac{4kq}{(2r+x)^2} \dots\dots \text{A} \rightarrow \text{Bの向き}$$

$$E_{B'} = \frac{kq}{x^2} \dots\dots \text{B} \rightarrow \text{Aの向き}$$

$$E_{A'} \text{ と } E_{B'} \text{ が等しくなる所が電場 } 0 \text{ だから } \frac{4kq}{(2r+x)^2} = \frac{kq}{x^2}$$

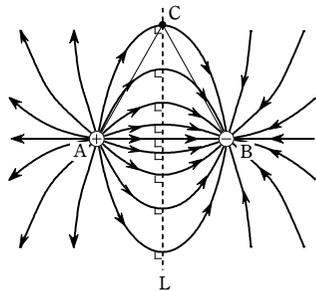
$$\text{整理して } 3x^2 - 4rx - 4r^2 = 0$$

$$(3x+2r)(x-2r) = 0 \quad x > 0 \quad \text{より } x = 2r$$

ゆえに、直線 AB 上で B から A と反対側に 2r [m] の点

8

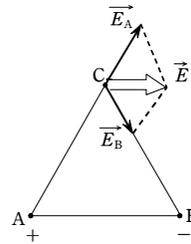
解答 (1) 4.5 N/C (2)



指針 複数の電荷がつくりだす電場は、それぞれの電荷が単独でつくる電場ベクトルの合成によって求められる。ベクトルの合成は必ず図を用いて考えること。電気力線は電場の中で正電荷が受ける力の向きに少しずつ動かすときに描く線である。したがって、正電荷から出ていき負電荷に入っていく。また、電気力線どうしは交わったり、折れ曲がったり、枝分かれすることはない。電気力線の密度は電場

の強さと対応するので、A、B より遠くなるほど間隔が広くなることに注意して作図する。

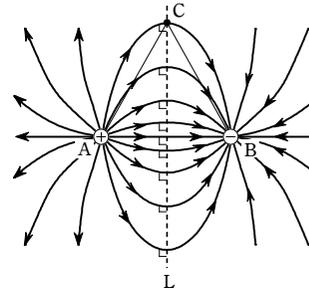
解説 (1) A、B に置かれた電荷が点 C につくる電場をそれぞれ \vec{E}_A 、 \vec{E}_B とする。A、B の電荷の絶対値は等しく AC=BC なので、 $E_A = E_B$ となる。また、 \vec{E}_A は A → C の向き、 \vec{E}_B は C → B の向きであることと、△ABC は正三角形であることから作図すると、 $E = E_A = E_B$ となる。



点電荷のまわりの電場の式「 $E=k\frac{Q}{r^2}$ 」より

$$E = 9.0 \times 10^9 \times \frac{2.0 \times 10^{-9}}{2.0^2} = 4.5 \text{ N/C}$$

(2) 2つの点電荷の電気量の絶対値が等しいので電気力線は、直線 AB に関して対称で、さらに直線 AB の垂直二等分線 L に関して対称になる。電気力線は L と直交し、電気力線どうしは L 上で平行になる。また電気力線の向きに矢印を入れる。



9

解答 (1) q_A : 正 q_B : 負 (2) 2倍 (3) 8倍

指針 \vec{E}_A と \vec{E}_B を合成したベクトルが \vec{E} ($=\vec{E}_A + \vec{E}_B$) なので、 \vec{E} を AC 方向と BC 方向とに分解すれば、 \vec{E}_A と \vec{E}_B が得られる。

(1) \vec{E}_A 、 \vec{E}_B の向きから q_A 、 q_B の符号 (正, 負) を判定する。

(2) \vec{E} 、 \vec{E}_A 、 \vec{E}_B の関係図から、比 $\frac{E_B}{E_A}$ の値が求められる。

(3) (2) の結果および点電荷のまわりの電場の強さを表す式「 $E=k\frac{Q}{r^2}$ 」から、

$$\text{電気量の大きさの比 } \left| \frac{q_B}{q_A} \right| \text{ の値が求められる。}$$

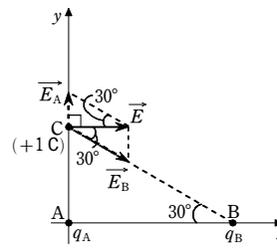
解説 点 C での電場ベクトル \vec{E} を AC 方向と BC 方向に分解し、 \vec{E}_A 、 \vec{E}_B の大きさと向きを求める (右図)。

(1) \vec{E}_A 、 \vec{E}_B の向きから判断して

$$q_A: \text{正} \quad q_B: \text{負}$$

$$(2) \text{図から } \frac{E_A}{E_B} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{よって } \frac{E_B}{E_A} = 2 \text{ 倍}$$



$$(3) \frac{AC}{BC} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \text{ より、} AC = a \text{ とすると } BC = 2a$$

点電荷のまわりの電場の式「 $E=k\frac{Q}{r^2}$ 」より

$$E_A = k\frac{q_A}{a^2}, \quad E_B = k\frac{|q_B|}{(2a)^2}$$

$$\text{よって } \left| \frac{q_B}{q_A} \right| = \left(\frac{E_B}{E_A} \right) \times 2^2 = 2 \times 2^2 = 8 \text{ 倍}$$

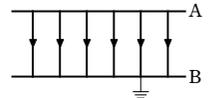
10

解答 (1) A → B (2) 2.0×10^2 V/m (3) P: 8.0 V, Q: 6.0 V

指針 正と負に帯電した 2枚の大きな平面金属板の間には、一様な電場 (電場ベクトル \vec{E} がどの点においても等しい電場) ができる。

電場と電位差の関係式「 $E = \frac{V}{d}$ 」「 $V = Ed$ 」を用いる。

解説 (1) 電場の向きは電位が高い側から低い側へ向かう向きだから、A → B の向き。



(2) 平面金属板の間には一様な電場ができ⁽¹⁾、P、Q における電場の強さは等しい。「 $E = \frac{V}{d}$ 」より

$$E = \frac{12}{6.0 \times 10^{-2}} = 2.0 \times 10^2 \text{ V/m}$$

(3) 平面金属板 B に対する P の電位 V_P は「 $V = Ed$ 」より

$$V_P = 2.0 \times 10^2 \times (6.0 - 2.0) \times 10^{-2} = 8.0 \text{ V}$$

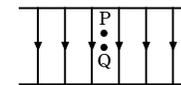
平面金属板 B の電位は 0 V だから、P の電位は $0 + 8.0 = 8.0 \text{ V}$

同様に、平面金属板 B に対する Q の電位 V_Q は

$$V_Q = 2.0 \times 10^2 \times (6.0 - 3.0) \times 10^{-2} = 6.0 \text{ V}$$

平面金属板 B の電位は 0 V だから、Q の電位は $0 + 6.0 = 6.0 \text{ V}$

←**11**



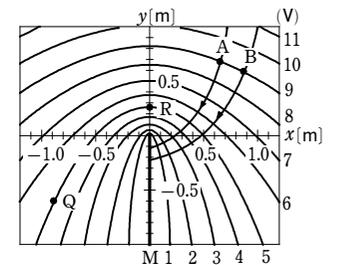
単位面積当たりの電気力線の本数が電場の強さに対応している。P でも Q でも単位面積当たりの電気力線の本数は等しく、電場の強さは等しい。

11

解答 (1) 右図

(2) $E_R > E_Q$

電場は、電位の傾きが大きいほど強い。Q および R の付近で等電位線の間隔を比較すると、R のほうが密であり、電位の傾きが大きいから。



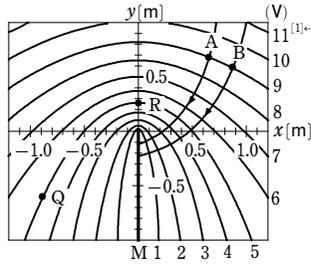
指針 (1) 電気力線は等電位面と直交し、電位の高い側から低い側に向かう。

(2) 等電位面の間隔が密な所ほど電場は強い。

高2物理総合SSA 電磁気練習問題【解答】

【解説】(1) 等電位線と直交する曲線を描き、矢印は高電位側から低電位側に向かうようにつける(右図)。

(2) $E_R > E_Q$
電場は、電位の傾きが大きいほど強い。
Q および R の付近で等電位線の間隔を比較すると、R のほうが密であり、電位の傾きが大きいから。

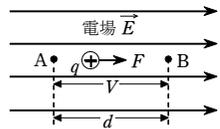


←[1] 遠方に置かれた正電荷によって金属板の表面には負電荷が現れる。したがって、金属板の位置が電気力線の端となる。

【12】
【解答】(ア) qEd (イ) 等電位線 (ウ) 2.4×10^{-7} (エ) 0
(オ) -1.8×10^{-7}

【指針】電荷(電気量 q [C])を点 A(電位 V_A [V])から点 B(電位 V_B [V])まで移動するとき、静電気力がする仕事 W [J]は、静電気力による位置エネルギーの差 $qV_A - qV_B = q(V_A - V_B)$ [J]である。静電気力とつりあう外力を加えて、電荷をゆっくりと移動させるとき、外力がする仕事 W' [J]は、 W と同じ大きさで符号が逆になる。 $W = q(V_A - V_B)$, $W' = -W = q(V_B - V_A)$
これらの仕事は、運ぶ経路には関係がなく、また、 q , V_A , V_B の符号が正でも負でも成り立つ。

【解説】(ア) 右図において、電荷の移動の始点を A(電位 V_A [V])、終点を B(電位 V_B [V])とする。



電場が電荷にする仕事 W [J]は、静電気力による位置エネルギーの差であるから
 $W = qV_A - qV_B = q(V_A - V_B)$

電場が一樣なので、2点 A, B の電位差は $V = V_A - V_B = Ed$ [V]であり
 $W = qEd$ [J]^[1]

(イ) 等電位線

問題の図において、点 A, B, C, D の電位をそれぞれ V_A, V_B, V_C, V_D [V]とし、(ウ)~(オ)の各区間で外力がする仕事をそれぞれ W_{AB}, W_{BC}, W_{CD} [J]とする。

各区間で始点を基準とした終点の電位は、図の等電位線の間隔の数から考えて
 $V_B - V_A = 2.0 \times 4 = 8.0$ V, $V_C - V_B = 2.0 \times 0 = 0$ V
 $V_D - V_C = -2.0 \times 3 = -6.0$ V

(ウ) $W_{AB} = q(V_B - V_A) = (3.0 \times 10^{-8}) \times 8.0 = 2.4 \times 10^{-7}$ J^[2]

(エ) $W_{BC} = q(V_C - V_B) = q \times 0 = 0$ J^[2]

(オ) $W_{CD} = q(V_D - V_C) = (3.0 \times 10^{-8}) \times (-6.0) = -1.8 \times 10^{-7}$ J^[2]

【参考】点 A から点 D まで、A→B→C→D の経路で電荷をゆっくりと運ぶとき、外力のする仕事 W_{A-D} は

$$W_{A-D} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} = 6.0 \times 10^{-8}$$

また、点 A から点 D へ、直接運ぶときの外力の仕事 W_{AD} は

$$W_{AD} = q(V_D - V_A) = (3.0 \times 10^{-8}) \times 2.0 = 6.0 \times 10^{-8}$$

すなわち、 $W_{A-D} = W_{AD}$ であり、運ぶ仕事は経路によらない。

←[1] 【別解】電場から電荷にはたらく静電気力は $F = qE$ [N] 電場が一樣なので、この力の大きさは一定である。よって、電場が電荷にする仕事 W [J]は $W = Fd = qEd$ [J]

←[2] このとき、電場が電荷にする仕事は、同じ大きさで符号が逆になる。

【13】
【解答】(1) $\frac{\sqrt{5}kq}{a^2}$ [N/C] 向き: ③ (2) $\frac{3kq}{a}$ [V] (3) $\frac{9kq^2}{a}$ [J]
(4) $x = \frac{1}{9}a$ [m], $y = \frac{16}{9}a$ [m]

【指針】電場はベクトルなので作図によって合成し(ベクトル和)、電位はスカラーなので、各電荷による電場の電位を足し合わせる(代数和)。

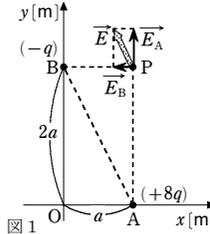
【解説】(1) 点 A, B にある点電荷による点 P の電場をそれぞれ \vec{E}_A, \vec{E}_B [N/C] とする(図1)。

点電荷のまわりの電場の式「 $E = k\frac{Q}{r^2}$ 」より

$$E_A = k\frac{8q}{(2a)^2} = \frac{2kq}{a^2}$$
 [N/C], $E_B = k\frac{q}{a^2}$ [N/C]

\vec{E}_A と \vec{E}_B は垂直なので、三平方の定理より

$$E = \sqrt{E_A^2 + E_B^2} = \frac{\sqrt{5}kq}{a^2}$$
 [N/C]



また $\frac{OB}{OA} = 2$, $\frac{E_A}{E_B} = 2$ なので、電場 \vec{E} の方向は、線分 AB の方向と平行になる。したがって、 \vec{E} の向きは、図1より \vec{AB} と同じになる。答え ③

(2) 点 A, B のそれぞれの電荷による点 P の電位を V_A および V_B [V] とする。無限遠を基準とすると、点電荷のまわりの電位の式「 $V = k\frac{Q}{r}$ 」より

$$V_A = k\frac{8q}{2a} = \frac{4kq}{a}$$
 [V], $V_B = k\frac{(-q)}{a} = -\frac{kq}{a}$ [V]

よって $V_P = V_A + V_B = \frac{3kq}{a}$ [V]

(3) 原点 O の電位を V_0 [V] とする。(2) と同様と考えて

$$V_0 = k\frac{8q}{a} + k\frac{(-q)}{2a} = \frac{15kq}{2a}$$
 [V]

したがって、 $+2q$ [C] の電荷を P から原点 O まで動かす仕事 W [J]は、外力がする仕事の式「 $W = qV$ 」より

$$W = (+2q)(V_0 - V_P) = \frac{9kq^2}{a}$$
 [J]

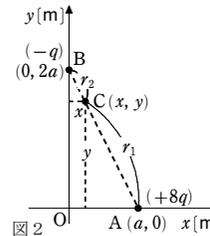
(4) 線分 AB 上で電位 V が 0 となる点を C(x, y) とし、 $AC = r_1$ [m], $BC = r_2$ [m] とする(図2)。点 C での電位 $V = 0$ より

$$V = k\frac{8q}{r_1} + k\frac{(-q)}{r_2} = 0$$

よって $\frac{r_1}{r_2} = 8$

したがって、点 C は線分 AB を $r_1 : r_2 (= 8 : 1)$ に内分する点になる。

よって、三角形の相似比より



$$\frac{x}{a} = \frac{r_2}{r_1 + r_2} = \frac{1}{9} \quad \text{ゆえに} \quad x = \frac{1}{9}a$$
 [m]^[3]

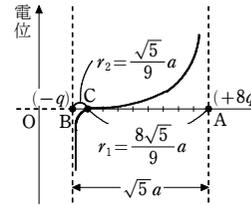
$$\frac{y}{2a} = \frac{r_1}{r_1 + r_2} = \frac{8}{9} \quad \text{ゆえに} \quad y = \frac{16}{9}a$$
 [m]^[3]

←[1] 点 A から点 B まで、静電気力に逆らって、電気量 q の電荷をゆっくりと運ぶ仕事 W は、静電気力による位置エネルギー U の差から
 $W = U_B - U_A = q(V_B - V_A)$

←[2] このとき、静電気力(電場)がする仕事 W' は

$$W' = (+2q)(V_B - V_0) = -\frac{9kq^2}{a}$$
 [J] (= -W)

←[3] 【参考】このとき、線分 AB 上における電位の様子、次のようになる。



【14】
【解答】(1) y 軸方向負の向きに 7.1×10^3 N/C (2) 0 J (3) 3.0×10^4 V

【指針】電場がベクトルであるのに対し、電位はスカラーである。電位の正、負は向きの区別ではなく、基準量に対して高いか低いかを表していることに注意したい。2つの電荷による合成電場(ベクトル)についての電位(スカラー)は、各電荷による電位の代数和になる。

(2) 電場内で電荷をゆっくりと移動させるときは運動エネルギーの変化がないので、

$$(外力がする仕事) = (静電気力による位置エネルギーの変化)$$

$$W = qV \quad (V \text{ は電位差})$$

となる。このとき静電気力がする仕事 W' は、 W と同じ大きさで符号が逆になる。 $W' = -W$

(3) 電荷が静電気力だけを受けて運動するときは、
(運動エネルギー) + (静電気力による位置エネルギー) = 一定

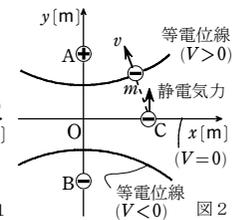
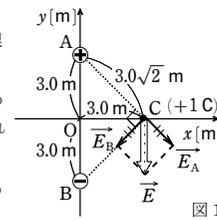
$$\frac{1}{2}mv^2 + qV = \text{一定} \quad (V \text{ は電位})$$

【解説】(1) $AC = BC = r$ [m] とすると、三平方の定理より $r = 3.0\sqrt{2}$ m

点 A, B の点電荷による点 C での電場をそれぞれ \vec{E}_A, \vec{E}_B [N/C] とする。

点電荷のまわりの電場の式「 $E = k\frac{Q}{r^2}$ 」より

$$E_A = E_B = (9.0 \times 10^9) \times \frac{(1.0 \times 10^{-5})}{(3.0\sqrt{2})^2} = 5.0 \times 10^3$$
 N/C



高2物理総合S-SA 電磁気練習問題【解答】

図1より $E = \sqrt{2} E_A = \sqrt{2} \times (5.0 \times 10^3) = 1.41 \times (5.0 \times 10^3) \approx 7.1 \times 10^3 \text{ N/C}$

電場 \vec{E} の向きは、**y 軸方向負の向き**

(2) 点 C および原点 O の電位をそれぞれ V_C, V_O [V] とする。

点電荷のまわりの電位の式「 $V = k \frac{Q}{r}$ 」より

$$V_C = k \frac{Q_1}{r} + k \frac{Q_2}{r}, \quad Q_2 = -Q_1 \text{ なので } V_C = 0 \text{ V}$$

同様に考えて $V_O = 0 \text{ V}$

P を点 C から原点 O まで、ゆっくり運ぶ仕事 W [J] は
外力がする仕事 = 静電気力による位置エネルギーの変化 の関係より
 $W = qV_O - qV_C$ [1]、 $V_O = V_C = 0 \text{ V}$ より $W = 0 \text{ J}$ [2]

(3) 点 C に置いた負の点電荷 P は電場 \vec{E} から \vec{E} と反対向きの力を受け、初めは y 軸方向正の向きに動きだす(図2)。静電気力だけを受ける電荷の運動では
(運動エネルギー) + (静電気力による位置エネルギー) = 一定

であるから、 $\frac{1}{2}mv^2 + qV = \text{一定}$ より

$$\frac{1}{2}m \times 0^2 + qV_C = \frac{1}{2}mv^2 + qV \text{ [3] (ただし, } V_C = 0 \text{ V)}$$

よって $V = -\frac{mv^2}{2q} = -\frac{(3.0 \times 10^{-2}) \times 2.0^2}{2 \times (-2.0 \times 10^{-6})} = 3.0 \times 10^4 \text{ V}$

←[1] 電場内で電荷をゆっくりと運ぶとき

(外力がする仕事 W) = (電気量) × ((終点の電位) - (始点の電位))

←[2] [参考] x 軸は電位 $V = 0$ の等電位線になる。点 C と原点 O は同じ等電位線上にあるので、電荷を運ぶ仕事は、途中の経路に関係なく 0 J。

←[3] (P の運動エネルギーの変化)

= (静電気力による仕事) = (電気量) × ((始点の電位) - (終点の電位))

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = qV_C - qV$$

としてもよい。

[15]

[解答] (1) 0.11 N (2) $2.8 \times 10^{-5} \text{ C}$ (3) 0.52 m

[指針] 正電荷は電場の向きに力を受ける。本問では水平方向に電場が与えられているので、小球 P は水平方向に電場からの力を受けることになる。したがって、小球 P には、重力、糸の張力、電場からの力の3力がはたらき、つりあっている。また、糸が切れたあと、小球 P にはたらく力は重力と電場からの力の2力のみであるので、P は2力の合力の向きに加速度運動をする。

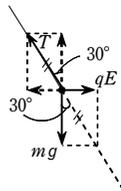
[解説] (1) 小球 P にはたらく力は右図のようになる。鉛直方向の力のつりあいより $T \cos 30^\circ = mg$

したがって $T = \frac{mg}{\cos 30^\circ} = \frac{10 \times 10^{-3} \times 9.8}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$$= \frac{2 \times 10 \times 10^{-3} \times 9.8}{1.73} \approx 0.11 \text{ N}$$

(2) 水平方向の力のつりあいより $qE = T \sin 30^\circ$

したがって $q = \frac{T \sin 30^\circ}{E}$



$$= \frac{10 \times 10^{-3} \times 9.8 \times \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{2}}{2.0 \times 10^3}$$

$$= \frac{10 \times 10^{-3} \times 9.8 \times 2}{2.0 \times 10^3 \times 1.73 \times 2} \approx 2.8 \times 10^{-5} \text{ C [1]}$$

(3) 小球 P は、重力と静電気力の合力の向き、すなわち、糸の延長線上を等加速度運動するから

$$\frac{BC}{AB} = \tan 30^\circ$$

よって $l = BC = AB \tan 30^\circ = 0.90 \times \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0.52 \text{ m [2]}$

←[1] [別解] 図より

$$qE = mg \tan 30^\circ \quad \text{よって } q \approx 2.8 \times 10^{-5} \text{ C}$$

←[2] [別解] 小球 P が床に落下するまでに必要な時間は、自由落下の式「 $y = \frac{1}{2}gt^2$ 」より

$$0.90 = \frac{1}{2} \times 9.8t^2 \quad \text{よって } t = \frac{3}{7} \text{ s}$$

また、水平方向の加速度 a は、運動方程式「 $ma = F$ 」より

$$ma = qE \quad \text{よって } a = \frac{qE}{m} = \frac{mg \tan 30^\circ}{m} = g \tan 30^\circ = \frac{9.8}{\sqrt{3}}$$

したがって、等加速度運動の式「 $x = \frac{1}{2}at^2$ 」より

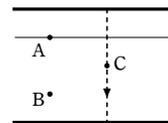
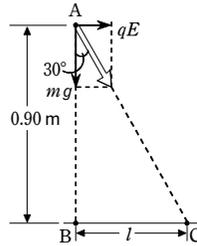
$$l = \frac{1}{2} \cdot \frac{9.8}{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^2 \approx 0.52 \text{ m}$$

[16]

[解答] (1) 右図 (2) $2.0 \times 10^2 \text{ V/m}$

(3) $V_A : 60 \text{ V}, V_B : 20 \text{ V}$ (4) $3.2 \times 10^{-7} \text{ N}$

(5) $6.4 \times 10^{-8} \text{ J}$ (6) $5.6 \times 10^2 \text{ V/m}$



[指針]

正負等量に帯電した2枚の広い平行極板間には、正の極板から負の極板へ向かう一様な電場ができる。この電場内では等電位面は極板に平行になり、電気力線は等電位面に垂直に等間隔に存在する。電気力線は正電荷が電場から受ける力の向きに少しずつ動かしした軌跡になるので、その向きに矢印をつける。また、電場の中で電荷を運ぶとき、静電気力がする仕事は経路によらず、2点間の電位差だけで決まる。

[解説] (1) 等電位線は極板に平行。電気力線は極板に垂直(右図)。

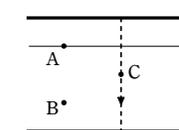
(2) 一様な電場での電場の強さと電位差の関係式「 $E = \frac{V}{d}$ 」より

$$E = \frac{80}{0.40} = 2.0 \times 10^2 \text{ V/m}$$

(3) 負の極板を電位の基準とすると、一様な電場での電場の強さと電位差の関係式「 $V = Ed$ 」より

$$V_A = (2.0 \times 10^2) \times (0.10 + 0.20) = 60 \text{ V}$$

$$V_B = (2.0 \times 10^2) \times 0.10 = 20 \text{ V}$$



(4) 電場中に置かれた電荷が受ける力の式「 $F = qE$ 」より
 $F = (1.6 \times 10^{-9}) \times (2.0 \times 10^2) = 3.2 \times 10^{-7} \text{ N}$

(5) 静電気力による仕事は途中の経路にはよらない。A、B間の電位差 V は $V_A - V_B$ であるから、静電気力がする仕事の式「 $W = qV$ 」より
 $W = q(V_A - V_B)$
 $= (1.6 \times 10^{-9}) \times (60 - 20) = 6.4 \times 10^{-8} \text{ J}$

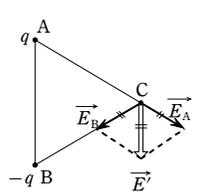
(6) 点 A、B に置かれた電荷が点 C につくる電場を \vec{E}_A, \vec{E}_B とする。この合成電場を \vec{E}' とすると、右図より

$$E' = E_A = E_B$$

点電荷のまわりの電場の式「 $E = k \frac{Q}{r^2}$ 」より

$$E' = (9.0 \times 10^9) \times \frac{(1.6 \times 10^{-9})}{0.20^2} = 3.6 \times 10^2 \text{ V/m}$$

極板による電場 \vec{E} と \vec{E}' は向きが一致するので、点 C での電場は
 $E_C = E + E' = (2.0 \times 10^2) + (3.6 \times 10^2) = 5.6 \times 10^2 \text{ V/m}$



[17]

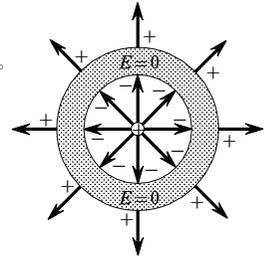
[解答] (1) 金属球殻の内側表面に $-Q$ が一様に分布し、金属球殻の外側表面には $+Q$ が一様に分布する。金属球殻の内部には電荷は現れない。
(2) ㊸

[指針]

電場の中に導体を置くと、ただちに自由電子が移動することにより外部と逆向きの電場ができ、導体内部の電場が打ち消される。したがって、導体内部には電場はなく、導体全体が等電位になる。

[解説]

(1) 金属球殻の内側表面に $-Q$ が一様に分布し、金属球殻の外側表面には $+Q$ が一様に分布する。金属球殻の内部には電荷は現れない。
(2) 中心の正電荷はガウスの法則により、周囲の空間に原点を中心として外向きの電場 E をつくる。一方、金属球殻内では外側表面から内側表面に向かって電場をつくる。中心から外向きになる電気力線は $4\pi kQ$ 本だが、金属球殻内では内向きに $4\pi kQ$ 本となるので、この部分のみ打ち消して電場は 0 となる。㊸



[18]

[解答] (1) q_A : 負, q_B : 正 (2) 1:1 (3) $b > a > c$ (4) $V_{ab} = V_{bc}$
(5) $\frac{8(25 - \sqrt{5})kQ}{25l^2}$ [N]

[指針]

電気力線が対称的に表されるとき、配置されている電荷も対称的になっている(位置、電気量、電荷の正負など)。電気力線の密度が電場の強さに対応しているため、計算しなくても図から電場の強さの大小が判断できる。

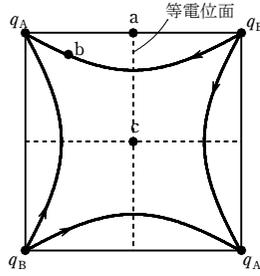
[解説]

(1) 電気力線は正電荷から出て負電荷に入るのだから q_A : 負 q_B : 正
(2) 正電荷から出る(または負電荷に入る)電気力線の総数 N は、電荷の電気量に比例し $N = 4\pi kQ$ で表される。問題の図より、電荷 q_A, q_B に入出入りする電気力線の総数は等しいので

$$4\pi k|q_A| = 4\pi k|q_B|$$

よって $|q_A| : |q_B| = 1 : 1$

- (3) 電荷が電場から受ける力はその点での電場の強さに比例するので、点 a, b, c での電場 E_a, E_b, E_c の大小を考える。電場の強さは電気力線の密度に比例するので、電気力線が密な所ほど受ける力も大きくなる。図より $E_b > E_a > E_c$ なので **b > a > c**
- (4) 右図のように、等電位面は電気力線に垂直である。a, c は同じ等電位面上にあり電位が等しいから



$$V_{ab} = V_{bc}$$

- (5) 点 a に置かれた 1C の電荷が各電荷から受ける力を、図のように F_1, F_2, F_3, F_4 とする。

クーロンの法則「 $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$ 」より

$$F_1 = F_2 = k \frac{Q \times 1}{\left(\frac{l}{2}\right)^2} = \frac{4kQ}{l^2} \text{ [N]}$$

$$F_3 = F_4 = k \frac{Q \times 1}{\left(\frac{\sqrt{5}l}{2}\right)^2} = \frac{4kQ}{5l^2} \text{ [N]}$$

$F_1 \sim F_4$ の合力 F は、図の左向きに

$$F = 2F_1 - 2F_3 \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{8(25 - \sqrt{5})}{25} \frac{kQ}{l^2} \text{ [N]}^{[2]-}$$

←[1] 電荷までの距離は三平方の定理を利用し、求めておく。

←[2] 文字式の答えなので、分数、 $\sqrt{\quad}$ はそのままよい。

[19]

解答 (1) $\frac{kqQ}{l}$ [J] (2) $\sqrt{\frac{2kqQ}{ml}}$ [m/s] (3) $\sqrt{\frac{2kqQ}{ml}}$ [m/s]

指針 静電気力は保存力なので、電場内で静電気力だけを受けて運動する荷電粒子では

$$\left(\text{運動エネルギー} - \frac{1}{2}mv^2\right) + (\text{静電気力による位置エネルギー} - qV) = \text{一定}$$

解説 AC=BC=r[m] とする。三平方の定理より

$$r = \sqrt{l^2 + (\sqrt{3}l)^2} = 2l \text{ [m]}$$

点 C と原点 O の電位をそれぞれ V_C, V_O [V] とする。

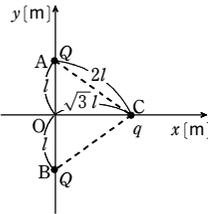
V_C, V_O は、A, B の電荷が単独で存在するときの電位の代数和になる。

点電荷のまわりの電位の式「 $V = k \frac{Q}{r}$ 」より

$$V_C = k \frac{Q}{2l} \times 2 = \frac{kQ}{l} \text{ [V]}^{[1]-}$$

$$V_O = k \frac{Q}{l} \times 2 = \frac{2kQ}{l} \text{ [V]}^{[1]-}$$

- (1) 荷電粒子 P (電気量 q[C]) が点 C でもつ静電気力による位置エネルギー U [J] (無限遠点を基準) は



$$U = qV_C = q \times \left(\frac{kQ}{l}\right) = \frac{kqQ}{l} \text{ [J]}$$

- (2) 荷電粒子 P が点 C にあるときと無限遠点 ($V=0$ V) に達したときとについて

$$\frac{1}{2}mv^2 + qV = \text{一定} \quad \text{より} \quad \frac{1}{2}m \times 0^2 + qV_C = \frac{1}{2}mv^2 + (q \times 0)$$

$$\text{よって} \quad v = \sqrt{\frac{2qV_C}{m}} = \sqrt{\frac{2kqQ}{ml}} \text{ [m/s]}$$

- (3) 点 C から原点 O に向かって進む荷電粒子 P は、電場から逆向き (+x の向き) に静電気力を受け減速される。原点を通過する速さを v' [m/s] とすると、P が原点 O に達する条件は $\frac{1}{2}mv'^2 \geq 0 \quad \dots\dots [1]$

一方、(2) と同様考えて

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + qV_C = \frac{1}{2}mv'^2 + qV_O \quad \dots\dots [2]$$

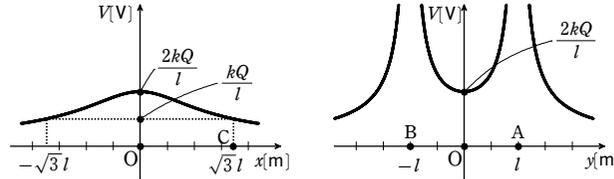
[1], [2] 式と、 V_C, V_O の値とから

$$\frac{1}{2}mv_0'^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 - q(V_O - V_C) = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{kqQ}{l} \geq 0$$

$$\text{よって} \quad v_0 \geq \sqrt{\frac{2kqQ}{ml}}$$

$$\text{ゆえに、} v_0 \text{ の最小値は } \sqrt{\frac{2kqQ}{ml}} \text{ [m/s]}^{[2]-}$$

←[1] 参考 x 軸上および y 軸上の電位 V のようすは次のようになる。



←[2] 参考 P を x 軸上の無限遠点において、原点 O に向けて初速度を与える場合の、原点 O に到達させるのに必要な初速度の大きさ v_0 [m/s] は次のように求められる。

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + q \times 0 = \frac{1}{2}m \times 0^2 + qV_O \quad \text{より}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2qV_O}{m}} = 2\sqrt{\frac{kqQ}{ml}} \text{ [m/s]}$$

[20]

解答 $\frac{2}{3}a$

指針 電荷がいくつかあるときの電位 (スカラー) は、それぞれの電荷が単独で存在する場合の電位を足しあわせた値 (代数和) になる。

解説 2 つの点電荷による電位が 0 となる xy 平面

上の点を P(x, y) とする (右図)。

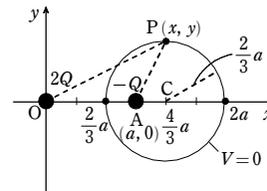
$$OP = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$AP = \sqrt{(x-a)^2 + y^2}$$

点 P の電位 $V=0$ より

$$V = \frac{k \times (2Q)}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{k \times (-Q)}{\sqrt{(x-a)^2 + y^2}} = 0$$

$$\text{整理して} \quad 2\sqrt{(x-a)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$



$$\text{両辺を平方して} \quad 4[(x-a)^2 + y^2] = x^2 + y^2$$

$$\text{展開して整理し} \quad 3x^2 - 8ax + 4a^2 + 3y^2 = 0$$

$$x^2 - \frac{8}{3}ax + \frac{4}{3}a^2 + y^2 = 0$$

$$x^2 - \frac{8}{3}ax + \left(\frac{4}{3}a\right)^2 - \left(\frac{4}{3}a\right)^2 + \frac{4}{3}a^2 + y^2 = 0$$

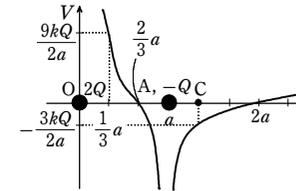
$$\left(x - \frac{4}{3}a\right)^2 + y^2 = \left(\frac{2}{3}a\right)^2$$

この式は、中心が点 C $\left(\frac{4}{3}a, 0\right)$ 、半径 $\frac{2}{3}a$ の円を表している。

よって、求める半径は $\frac{2}{3}a$

←[1] 参考 x 軸上の電位 V は、 $y=0$ として $V = \frac{2kQ}{|x|} - \frac{kQ}{|x-a|}$ となり、V-x 図

は次の図のようになる ($x > 0$ の範囲)。



[21]

解答 左向き、 2.0×10^{19} 個

指針 電流の向き……正の電気が移動する向き。

電流の大きさ……単位時間当たりに導線の断面を通過する電気量。1 A の電流が 1 秒間に運ぶ電気量が 1 C である。

解説 自由電子の移動する向きは電流の向きと逆であるから、**左向き**

3.2 A の電流は、1 秒間に 3.2 C の電気量が流れていることになるから、「 $Q = ne|e|$ 」より

$$n = \frac{Q}{|e|} = \frac{3.2}{1.6 \times 10^{-19}} = 2.0 \times 10^{19} \text{ 個}$$

[22]

解答 $R_a = 10 \Omega, R_b = 20 \Omega$

指針 グラフ上の適切な点を取り、電圧 V と電流 I の値を読み取る。これをオームの

法則「 $V = RI$ 」に代入すれば抵抗値が得られる。

解説 抵抗線 a は電圧 $V = 20$ V のとき電流 $I = 2.0$ A が流れるから、これをオームの法則「 $V = RI$ 」に代入して

$$20 = R_a \times 2.0 \quad \text{よって} \quad R_a = \frac{20}{2.0} = 10 \Omega$$

同様に、抵抗線 b は電圧 $V = 40$ V のとき電流 $I = 2.0$ A が流れるから

$$40 = R_b \times 2.0 \quad \text{よって} \quad R_b = \frac{40}{2.0} = 20 \Omega$$

[23]

解答 1.0 m

指針 抵抗率の式「 $R = \rho \frac{l}{S}$ 」を用いる。

【解説】 $R = \rho \frac{l}{S}$ より

$$l = \frac{RS}{\rho} = \frac{5.0 \times (2.2 \times 10^{-7})}{1.1 \times 10^{-6}} = 1.0 \text{ m}$$

【24】

【解答】 (1) 0.10Ω (2) $5.0 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ (3) $5.0 \times 10^{-3} / \text{K}$

【指針】 抵抗率の式 $R = \rho \frac{l}{S}$ および $\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$ を用いる。

【解説】 (1) 金属線の長さが2倍になるから、抵抗値も2倍になる。

$$\text{よって } R = 2 \times (5.0 \times 10^{-2}) = 0.10 \Omega$$

(2) $R = \rho \frac{l}{S}$ より

$$\rho_0 = \frac{RS}{l} = \frac{(5.0 \times 10^{-2}) \times (1.0 \times 10^{-6})^{(1) \leftarrow}}{1.0} = 5.0 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

(3) 100°C のときのこの金属線の抵抗率を $\rho [\Omega \cdot \text{m}]$ とすると、(2)と同様に

$$7.5 \times 10^{-2} = \rho \times \frac{1.0}{1.0 \times 10^{-6}} \quad \text{よって } \rho = 7.5 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

$[\rho = \rho_0(1 + \alpha t)]$ より

$$7.5 \times 10^{-8} = (5.0 \times 10^{-8}) \times (1 + \alpha \times 100)$$

これを解いて $\alpha = 5.0 \times 10^{-3} / \text{K}$

← [1] 断面積の単位は m^2 にして代入することに注意。

$$1.0 \text{ mm} = \frac{1}{1000} \text{ m} = 10^{-3} \text{ m}$$

だから

$$\begin{aligned} 1.0 \text{ mm}^2 &= 1.0 \text{ mm} \times 1.0 \text{ mm} \\ &= 10^{-3} \text{ m} \times 10^{-3} \text{ m} \\ &= 1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

【25】

【解答】 (1) 0.45 A (2) 3.6 V , 5.4 V (3) 20Ω

【指針】 R_1 と R_2 を流れる電流はともに I である。また、 $V_1 + V_2 = 9.0 \text{ V}$ である。この2つを組み合わせる。

【解説】 (1) オームの法則より $V_1 = 8.0I$ ……① $V_2 = 12I$ ……②

$$V_1 + V_2 = 9.0 \text{ V} \quad \text{より}$$

$$8.0I + 12I = 9.0 \quad \text{したがって } I = 0.45 \text{ A}$$

(2) ①式と②式より

$$V_1 = 8.0 \times 0.45 = 3.6 \text{ V}, \quad V_2 = 12 \times 0.45 = 5.4 \text{ V}$$

(3) 電圧 9.0 V で 0.45 A の電流が流れるから、

オームの法則より

$$9.0 = R \times 0.45 \quad R = 20 \Omega$$

【別解】 (1)~(3) を逆順で解く。

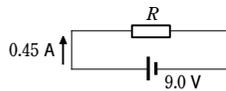
(3) 直列接続の合成抵抗の式 $R = R_1 + R_2$ より

$$R = 8.0 + 12 = 20 \Omega$$

(2) $V_1 : V_2 = R_1 : R_2 = 8.0 : 12 = 2 : 3$ だから

$$V_1 = \frac{2}{2+3} \times 9.0 = 3.6 \text{ V}$$

$$V_2 = 9.0 - 3.6 = 5.4 \text{ V}$$



(1) 合成抵抗 20Ω に 9.0 V の電圧が加わっているから

$$\text{オームの法則より } I = \frac{9.0}{20} = 0.45 \text{ A}$$

【26】

【解答】 (1) $I_1 : I_2 = 1.0 \text{ A} : 0.50 \text{ A}$ (2) 1.5 A (3) 2.0Ω (4) 9.0 V

【指針】 R_1 と R_2 に加わる電圧は電池の電圧に等しい。また、 I_1 と I_2 は I が分流したものであるから、 $I = I_1 + I_2$ である。 I がわかれば、電池の電圧がわかっているのだから、合成抵抗が求まる。

【解説】 (1) $R_1 (3.0 \Omega)$ に加わる電圧は 3.0 V だから、オームの法則より

$$3.0I_1 = 3.0 \quad \text{したがって } I_1 = 1.0 \text{ A}$$

$R_2 (6.0 \Omega)$ についても同様に

$$6.0I_2 = 3.0 \quad \text{したがって } I_2 = 0.50 \text{ A}$$

(2) $I = I_1 + I_2 = 1.0 + 0.50 = 1.5 \text{ A}$

(3) 3.0 V の電圧が加わって、 1.5 A

の電流が流れるから、オームの法則より $R \times 1.5 = 3.0$

したがって $R = 2.0 \Omega$

(4) 合成抵抗 2.0Ω に 4.5 A の電流が流れるから $V = RI = 2.0 \times 4.5 = 9.0 \text{ V}$

【別解】 (1)~(3) を逆順に解いてみる。

(3) 並列接続の合成抵抗の式 $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ より $\frac{1}{R} = \frac{1}{3.0} + \frac{1}{6.0}$

ゆえに $R = 2.0 \Omega$

(2) オームの法則より $I = \frac{3.0}{2.0} = 1.5 \text{ A}$

(1) $I_1 : I_2 = \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2} = R_2 : R_1 = 6.0 : 3.0 = 2 : 1$ だから

$$I_1 = \frac{2}{2+1} I = \frac{2}{3} \times 1.5 = 1.0 \text{ A}$$

$$I_2 = I - I_1 = 1.5 - 1.0 = 0.50 \text{ A} \quad (1) \leftarrow$$

← [1] 回路の問題はいろいろな解き方ができることが多い。どうやったら簡単かを考えたり、自分の得意なスタイルを身につけるよう努力するとよい。

【27】

【解答】 (1) 6.0Ω (2) 14.0Ω (3) $V_{AC} : 42 \text{ V}$, $I : 1.2 \text{ A}$

【指針】 R_{BC} は並列接続の合成抵抗の式 $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ で求める。 R_{AC} は、 8.0Ω と R_{BC} の抵抗が直列接続されていると考え、直列接続の合成抵抗の式 $R = R_1 + R_2$ で求める。

【解説】 (1) BC間は2つの抵抗が並列接続されているので、 $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ より

$$\frac{1}{R_{BC}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{15} \quad \text{よって } R_{BC} = 6.0 \Omega$$

(2) $R = R_1 + R_2$ より $R_{AC} = 8.0 + 6.0 = 14.0 \Omega$

(3) 8.0Ω の抵抗を流れる電流を $I' [\text{A}]$ とすると、オームの法則より

$$24 = 8.0 \times I' \quad \text{よって } I' = 3.0 \text{ A}$$

BC間の合成抵抗は 6.0Ω であるから、BC間の電圧を $V_{BC} [\text{V}]$ とすると

$$V_{BC} = 6.0 \times 3.0 = 18 \text{ V}$$

したがって

$$V_{AC} = 24 + 18 = 42 \text{ V}$$

また、 15Ω の抵抗についてオームの法則より

$$18 = 15 \times I \quad \text{よって } I = 1.2 \text{ A} \quad (1) \leftarrow$$

← [1] 【別解】 並列接続では、電流は抵抗値の逆比に分配されるから、 10Ω と 15Ω の抵抗に流れる電流の比は $15 : 10$ となる。

$$\text{よって } I = \frac{10}{15+10} I' = \frac{10}{25} \times 3.0 = 1.2 \text{ A}$$

【28】

【解答】 (1) $6.0 \times 10^2 \text{ W}$ (2) $3.6 \times 10^4 \text{ J}$, $1.0 \times 10^{-2} \text{ kWh}$

【指針】 電力の式 $P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$ および電力量の式 $W = IVt = I^2 R t = \frac{V^2}{R} t$ を用いる。

【解説】 (1) $P = IV$ より $P = 6.0 \times (1.0 \times 10^2) = 6.0 \times 10^2 \text{ W}$

(2) $W = IVt$ より $W = 6.0 \times (1.0 \times 10^2) \times 60^{(1) \leftarrow} = 3.6 \times 10^4 \text{ J}$

また、 1 Wh は 1 W の電力を1時間(1h)使用したときの電力量であるから

$$\begin{aligned} W &= (6.0 \times 10^2) \times \frac{1}{60}^{(2) \leftarrow} = 10 \text{ Wh} \\ &= 1.0 \times 10^{-2} \text{ kWh}^{(3) \leftarrow} \end{aligned}$$

← [1] 時間は単位 s で代入することに注意。

← [2] $1 \text{ 分} = \frac{1}{60} \text{ h}$ である。

← [3] $1 \text{ kWh} = 10^3 \text{ Wh}$ を用いた。

【29】

【解答】 $4.2 \times 10^2 \text{ s}$

【指針】 ニクロム線から発生するジュール熱 $Q = \frac{V^2}{R} t$ を、油がすべて吸収すると考える。油の吸収する熱量 Q は、 $Q = mc\Delta T$ で求める。

【解説】 ニクロム線から発生するジュール熱 $Q = \frac{V^2}{R} t$ と、油が吸収する熱量 $Q = mc\Delta T$ が等しい。

$$t [\text{s}] \text{ にかかる} \quad \frac{10^2}{5.0} \times t = 200 \times 2.1 \times 20$$

$$\text{よって } t = \frac{200 \times 2.1 \times 20 \times 5.0}{10^2} = 4.2 \times 10^2 \text{ s}$$

【30】

【解答】 図1: $P_1 = 2.5 \times 10^{-2} \text{ W}$, $P_2 = 5.0 \times 10^{-2} \text{ W}$, 図2: $P_1 = 0.23 \text{ W}$, $P_2 = 0.11 \text{ W}$

【指針】 電流、電圧、抵抗の3つの値のうち、2つの値が分かれば、電力を求めることができる。

図1では、抵抗に流れる電流の大きさを求めてから、電力の式 $P = I^2 R$ を用いる。

図2では、電力の式「 $P = \frac{V^2}{R}$ 」を用いる。

【解説】 図1について

抵抗 R_1 と R_2 の合成抵抗 R は $R = 10 + 20 = 30 \Omega$

よって、抵抗を流れる電流 I は、オームの法則より

$$I = \frac{1.5}{30} = 5.0 \times 10^{-2} \text{ A}$$

したがって、電力「 $P = I^2 R$ 」より

$$P_1 = (5.0 \times 10^{-2})^2 \times 10 = 25 \times 10^{-2 \times 2 + 1} = 2.5 \times 10^{-2} \text{ W}$$

$$P_2 = (5.0 \times 10^{-2})^2 \times 20 = 500 \times 10^{-2 \times 2} = 5.0 \times 10^{-2} \text{ W}$$

図2について

抵抗 R_1 と R_2 には、ともに 1.5 V の電圧が加わっているため、電力「 $P = \frac{V^2}{R}$ 」より

$$P_1 = \frac{1.5^2}{10} = 0.225 \approx 0.23 \text{ W}$$

$$P_2 = \frac{1.5^2}{20} = 0.1125 \approx 0.11 \text{ W}$$

【31】

【解答】 (1) 50Ω (2) 12Ω (3) $R_1 : 30 \Omega, R_2 : 20 \Omega$

【指針】 グラフの適切な点を選んで電流値と電圧値を読み取って、オームの法則より計算する。直列接続と並列接続の合成抵抗を求める式を R_1, R_2 についての連立方程式として解く。

【解説】 (1) 図3のAで、電圧値 4.0 V のとき、電流値は 0.08 A だから

$$R = \frac{4.0}{0.08} = 50 \Omega$$

(2) 図3のBで、電圧値 2.4 V のとき、電流値は 0.20 A だから

$$R' = \frac{2.4}{0.20} = 12 \Omega$$

(3) 合成抵抗の公式より

$$R_1 + R_2 = 50 \quad \dots\dots ① \quad \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{12} \quad \dots\dots ②$$

$$\text{②式より} \quad \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 12 \quad \text{①式を代入して} \quad \frac{R_1 R_2}{50} = 12 \quad \dots\dots ③$$

$$\text{③式より} \quad R_1 R_2 = 600 \quad \dots\dots ④$$

①式と④式を連立させ、 $R_1 > R_2$ に注意して解くと

$$R_1 = 30 \Omega, R_2 = 20 \Omega \quad \text{①} \leftarrow$$

←【1】 【別解】 ①, ②式より

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{50 - R_1} = \frac{1}{12}$$

整理して

$$R_1^2 - 50R_1 + 600 = 0$$

$$(R_1 - 20)(R_1 - 30) = 0$$

$$R_1 = 20, 30$$

①式より $R_2 = 30, 20$

$$R_1 > R_2 \text{ より} \quad R_1 = 30 \Omega$$

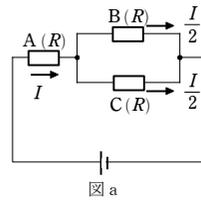
$$R_2 = 20 \Omega$$

【32】

【解答】 (1) 4倍 (2) $\frac{9}{2}$ 倍

【指針】 各抵抗を流れる電流 I の比を調べ、ジュール熱の式「 $Q = I^2 R t$ 」より比べる。

【解説】 (1) 抵抗 A, B, C の抵抗値を R とし、抵抗 A を流れる電流を I とすると、B, C の抵抗値は等しいので、B, C を流れる電流は $\frac{I}{2}$ となる(図a)。



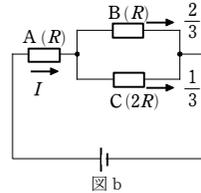
A で発生するジュール熱 $Q_A = I^2 R t$

B で発生するジュール熱 $Q_B = \left(\frac{I}{2}\right)^2 R t = \frac{1}{4} I^2 R t$

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{I^2 R t}{\frac{1}{4} I^2 R t} = 4$$

よって、 Q_A は Q_B の 4 倍である。

(2) 抵抗 A, B の抵抗値を R , 抵抗 C の抵抗値を $2R$ とし、抵抗 A を流れる電流を I とすると、抵抗 B と抵抗 C の抵抗値の比が $1 : 2$ なので、B を流れる電流は $\frac{2}{3} I$, C を流れる電流は $\frac{1}{3} I$ となる^①。



A で発生するジュール熱 $Q_A = I^2 R t$

C で発生するジュール熱 $Q_C = \left(\frac{1}{3} I\right)^2 \times 2R t = \frac{2}{9} I^2 R t$

$$\frac{Q_A}{Q_C} = \frac{I^2 R t}{\frac{2}{9} I^2 R t} = \frac{9}{2}$$

よって、 Q_A は Q_C の $\frac{9}{2}$ 倍である。

←【1】 並列部分では、電圧が等しくなるので、その電圧を V とし、B, C を流れる電流を I_B, I_C とすると、オームの法則より

$$V = R I_B$$

$$V = 2R \times I_C$$

$$R I_B = 2R I_C$$

$$I_B : I_C = 2 : 1$$

すなわち、並列部分では電流は、抵抗の逆比に分割される。

【33】

【解答】 $6.3 \times 10^{-4} \text{ m/s}$

【指針】 自由電子が 1 秒間に進む針金の長さは v であるので、針金の断面を 1 秒間に通過する電子の数は nvS である。電流の大きさ I は、単位時間当たりに針金の断面を通過する電気量の大きさであるので $I = envS$

【解説】 針金の断面積を S , 自由電子の平均の速さを v , 自由電子の単位体積当たりの数を n , 電気素量を e とおくと、電流は単位時間当たり特定の断面を通過する電気量で与えられ $I = envS$

$$\text{よって} \quad v = \frac{I}{enS} = \frac{8.5}{1.6 \times 10^{-19} \times 8.5 \times 10^{28} \times 1.0 \times 10^{-6}} \quad \text{①} \leftarrow$$

$$\approx 6.3 \times 10^{-4} \text{ m/s}$$

←【1】 $1.0 \text{ mm}^2 = 1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2$

【34】

【解答】 図2

【指針】 電流計の接続による電流の変化を小さくするために、電流計の内部抵抗は小さくしてある。また、電圧計に流れる電流により測定する電圧が変化しないように、電圧計の内部抵抗は大きくしてある。ここでは、2つの回路において、電流計・電圧計に流れる電流と加わる電圧の大きさを、R に流れる電流と加わる電圧の大きさと比較する。

【解説】 図1の回路では R を流れる電流値は正しくはかれるが、電圧計は R の電圧と電流計の内部抵抗による電圧の和を示す。このときどちらも抵抗の値が等しいので加わる電圧も等しく、したがって電圧計に示される値は R に加わる電圧の 2 倍になり、誤差が大きい。

図2では R の両端の電圧の値は正しくはかることができる。また、電流計には R と電圧計を流れる電流との和が表示されるが、電圧計はその内部抵抗が R の抵抗値の 1000 倍であるから、流れる電流の大きさは R に流れる電流の大きさの 1000 分の 1 で、きわめて小さい。したがって、誤差がわずかなので、図2のほうがよい^①。

←【1】 【参考】 R の抵抗値が大きい(数 kΩ)ときは、図1の回路のほうが誤差が小さくなる。

【35】

【解答】 (ア) 1.5 (イ) 並列 (ウ) 直列 (エ) 97

【指針】 電流計の測定範囲を広げるには、抵抗を電流計と並列に接続して分岐路をつくらればよい。

また、 100 V までの電圧を測定可能にするには、抵抗を電流計と直列に接続して、合成抵抗を大きくすればよい。

【解説】 (ア) 図のように、 2.0 A の電流を抵抗 R に分岐させる。
「抵抗 R [Ω] の両端の電位差 = 電流計の両端の電位差」だから

$$R \times 2.0 = 3.0 \times 1.0$$

よって $R = 1.5 \Omega$

(イ) 並列

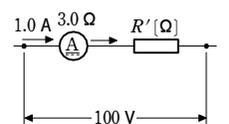
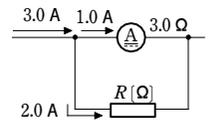
(ウ) 直列

(エ) 図のように、電流計と抵抗 R' の合成抵抗

$(3.0 + R') [\Omega]$ に 100 V の電圧が加わるので

$$(3.0 + R') \times 1.0 = 100$$

よって $R' = 97 \Omega$



【36】

【解答】 (1) $6.0 \times 10^{-2} \text{ A}$ (2) 0.72 W

(3) 0.10 A , $R_1 : b \rightarrow a$, $R_2 : c \rightarrow d$, $R_3 : f \rightarrow e$

【指針】 (3) 抵抗 R_1, R_2, R_3 を流れる電流が未知量となるので、次の 3 つの方程式をつくる。

① 点 d について 流れこむ電流の和 = 流れ出る電流の和 (キルヒホッフの法則 I)

② 経路 $E_1 b f e a E_1$ について 電池の電圧の和 = 抵抗の両端の電圧の和 (キルヒホッフの法則 II)

③ 経路 E₂d f e c E₂ について 電池の電圧の和 = 抵抗の両端の電圧の和 (キルヒホッフの法則Ⅱ)

【解説】 (1) このときの回路は図 a のように考えられる。この回路の合成抵抗を R とすると、直列接続の合成抵抗の式「 $R = R_1 + R_2$ 」より

$$R = 40 + 160 = 200 \Omega$$

オームの法則「 $V = RI$ 」より

$$12 = 200I$$

よって $I = 6.0 \times 10^{-2} \text{ A}$ ①

(2) 電力の式「 $P = I^2 R$ 」より

$$P = (6.0 \times 10^{-2})^2 \times 200 = 0.72 \text{ W}$$

(3) 各抵抗に流れる電流の向きと大きさを図 b のように仮定する。

キルヒホッフの法則Ⅰより

点 d について

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad \dots\dots ①$$

キルヒホッフの法則Ⅱより

経路 1 について

$$12 = 40I_1 + 160I_3 \quad \dots\dots ②$$

経路 2 について

$$24 = 40I_2 + 160I_3 \quad \dots\dots ③$$

①~③式より $I_1 = -0.10 \text{ A}$, $I_2 = 0.20 \text{ A}$, $I_3 = 0.10 \text{ A}$

よって, R₁ に流れる電流の大きさは **0.10 A**

また, $I_1 < 0$, $I_2 > 0$, $I_3 > 0$ であるから, 電流の向きは

R₁: b → a の向き^②, R₂: c → d の向き, R₃: f → e の向き

← [1] 【別解】 キルヒホッフの法則Ⅱより

$$12 = 40I + 160I$$

よって $I = 6.0 \times 10^{-2} \text{ A}$

← [2] 電流 I₁ は負であるから, 図 b で仮定した矢印 I₁ の向きと逆の向きに流れる。

【37】

【解答】 (1) 1.5 A (2) 1.2 A

【指針】 電池の内部抵抗を含めて回路を考えるときは, 内部抵抗の分も含めて回路全体の合成抵抗を求めるとよい。キルヒホッフの法則Ⅱより, 電池の起電力 = 電池の内部抵抗も含めた電圧降下の和 の関係が成立する。

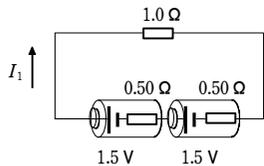
【解説】 (1) 図のような電池 2 個の直列接続になる。

キルヒホッフの法則Ⅱ「起電力の和 = 電圧降下の和」より

$$1.5 + 1.5 = (1.0 + 0.50 + 0.50)I_1$$

よって $I_1 = 1.5 \text{ A}$

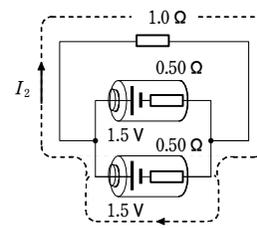
(2) 図のような電池 2 個の並列接続になる。



それぞれの電池を流れる電流は $\frac{I_2}{2}$ [A] となる。外周の閉回路でキルヒホッフの法則Ⅱを考えると

$$1.5 = 1.0I_2 + 0.50 \times \frac{I_2}{2}$$

よって $I_2 = 1.2 \text{ A}$



【38】

【解答】 (1) (a) 0 (b) -E (2) (a) $\frac{R+x}{R+x+r}E$ (b) $-\frac{xCE}{R+x+r}$

【指針】

回路に電流が流れなければ, 抵抗での電圧降下はなく, 抵抗の両端は等電位になる。これは電池の内部抵抗についても同様で, 電流が流れなければ起電力 = 端子電圧 となっている。また接地された点の電位は 0 とみなせるので, 回路内の各点の電位は接地された点を基準に求める。

【解説】 (1) (a) AB 間が開いていると抵抗に電流は流れず, 電圧降下はない。R の両端は等電位なので, 接地されている点と同じで 0

(b) 接地されている点より, 電池の起電力の分だけ低いので $-E$ ①

(2) (a) 回路全体の抵抗は $R + x + r$ となる。

回路を流れる電流 I は, オームの法則

$$I = \frac{V}{R}$$

$$I = \frac{E}{R+x+r}$$

CD 間の電圧は電池の端子電圧なので

$$V = E - rI = E - \frac{r}{R+x+r}E = \frac{R+x}{R+x+r}E$$

(b) コンデンサーの極板間の電位差は, 抵抗 x に生じる電圧降下 V' と等しい。オームの法則「 $V = RI$ 」より

$$V' = xI = \frac{x}{R+x+r}E$$

コンデンサーに蓄えられる電気量と

極板電圧の式「 $Q = CV$ 」より

$$Q = -CV' = -\frac{xC}{R+x+r}E$$

← [1] 電流が流れていないので電池の内部抵抗による電圧降下はない。

← [2] 電位の低いほうに帯電する電気量は負になる。

【39】

【解答】 (1) 2.4 V (2) 0.80 Ω (3) C (4) 3.0 A (5) R_A: 4.0 Ω, P_A: 1.0 W (6) V_r: 0.40 V, P_r: 0.20 W

【指針】

起電力 E, 内部抵抗 r の電池から電流 I が流れ出ているとき, r による電圧降下 rI のため, 電池の端子電圧 V は $V = E - rI$ となる。V-I 図は, 傾きが -r, V 切片 (V 軸との交点) が E の直線になる。なお, V は外部抵抗 R に加わる電圧であり, $V = RI$ が成り立つ。

【解説】 (1), (2) V-I 図の 2 点^① A (0.50, 2.0), F (3.0, 0) の I, V の値を $V = E - rI$ に代入して

$$2.0 = E - 0.50r \quad \dots\dots ①$$

$$0 = E - 3.0r \quad \dots\dots ②$$

①, ②式より $E = 2.4 \text{ V}$, $r = 0.80 \Omega$

(3) $V = E - rI = RI$ および $R = r$ より

$$I = \frac{E}{R+r} = \frac{E}{2r} = \frac{2.4}{2 \times 0.80} = 1.5 \text{ A}$$

グラフより, $I = 1.5 \text{ A}$ になる状態は C

(4) 電池がショートされ, 外部抵抗は $R = 0$ となる。回路の抵抗は r のみとなるので, オームの法則 $I = \frac{V}{R}$ より

$$I = \frac{E}{r} = \frac{2.4}{0.80} = 3.0 \text{ A}$$

(5) 状態 A での端子電圧 (= 可変抵抗 R に加わる電圧) は 2.0 V, 電流は 0.50 A なので, オームの法則「 $V = RI$ 」および電力の式「 $P = IV$ 」より

$$R_A = \frac{2.0}{0.50} = 4.0 \Omega \quad P_A = 0.50 \times 2.0 = 1.0 \text{ W}$$

(6) r による電圧降下 $V_r = rI = 0.80 \times 0.50 = 0.40 \text{ V}$

r での消費電力 $P_r = IV_r = 0.50 \times 0.40 = 0.20 \text{ W}$

← [1] A~F のうちのどの 2 点を選んでもよい。数値が正確に読み取れる 2 点を選ぶとよい。

← [2] これは状態 F である。

← [3] 【別解】 $P_A = I^2 R_A = 0.50^2 \times 4.0 = 1.0 \text{ W}$ $P_r = I^2 r = 0.50^2 \times 0.80 = 0.20 \text{ W}$

【40】

【解答】 (ア) 16 (イ) 4

【指針】 電力の式は「 $P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$ 」である。直列回路では I が一定であるので,

$P (= I^2 R)$ は R に比例する。並列回路では V が一定であるので, $P (= \frac{V^2}{R})$ は R に反比例する。

【解説】 (ア) 可変抵抗の抵抗値を R₁ [Ω] とし, 回路全体の消費電力を P₁ (= 20 W) とする。

回路全体の抵抗は (R₁ + 4) [Ω] となるので, 電力の式「 $P = \frac{V^2}{R}$ 」より

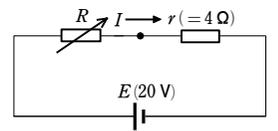
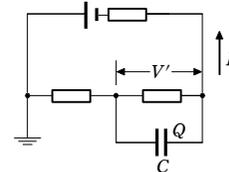
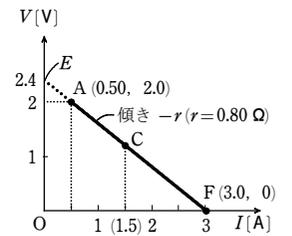
$$P_1 = \frac{20^2}{R_1 + 4} = 20 \quad \text{よって} \quad R_1 = 16 \Omega$$

(イ) 可変抵抗の抵抗値を R [Ω] とし, 4 Ω の抵抗を r として右図の回路を考える。

回路の電流 $I = \frac{20}{R+r}$ [A] より, 可変抵抗

での消費電力 P [W] は

$$P = I^2 R = \left(\frac{20}{R+r} \right)^2 R = \left(\frac{20\sqrt{R}}{R+r} \right)^2 = \frac{20^2}{\left(\sqrt{R} + \frac{r}{\sqrt{R}} \right)^2} = \frac{20^2}{\left(\sqrt{R} - \frac{r}{\sqrt{R}} \right)^2 + 4r}$$



よって、 $\sqrt{R} = \frac{r}{\sqrt{R}}$ すなわち $R=r$ のとき、 P は最大となる^{[2]-}。

したがって $R=r=4\Omega$ ^{[3]-}

【参考】 この場合の P の最大値は、 $P_{\max} = \frac{20^2}{4r} = \frac{20^2}{4 \times 4} = 25\text{ W}$

←[1] $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$ の関係を使用。

←[2] 【別解】 相加相乗平均の関係より $\sqrt{R} + \frac{r}{\sqrt{R}} \geq 2\sqrt{\sqrt{R} \times \frac{r}{\sqrt{R}}} = 2\sqrt{r}$

よって $P \leq \frac{20^2}{(2\sqrt{r})^2}$ で、 P は $\sqrt{R} = \frac{r}{\sqrt{R}}$ すなわち $R=r$ のとき最大となる。

←[3] 【参考】 起電力 E 、内部抵抗 r の電池の場合、外部抵抗 $R=r$ のとき、 P が最大になることを利用して、この場合、 4Ω の抵抗を電池の内部抵抗 r 、可変抵抗を外部抵抗 R と考えて、ただちに、 P が最大になる R の値は $R=r=4\Omega$ としてもよい。

41

【解答】 (ア) 15 (イ) 10 (ウ) 0.32

【指針】 図の装置はメートルブリッジともよばれる、スライド式の簡単なホイートストンブリッジである。ホイートストンブリッジの4つの抵抗のうちの2つは、1本の一様な抵抗線の2つの部分を使っている。一様な抵抗線の抵抗値は長さ按比例するので、ホイートストンブリッジの回路の式は、次のようになる。

$$\frac{R}{R_{AP}} = \frac{R_X}{R_{PB}} \text{ より } \frac{R}{R_X} = \frac{R_{AP}}{R_{PB}} = \frac{AP}{PB}$$

【解説】 (ア) $AP=l_1 (=25\text{ cm})$ 、 $PB=l_2 (=75\text{ cm})$ とする(図1)。

【指針】 より $\frac{R}{R_X} = \frac{l_1}{l_2}$ よって $R_X = \frac{l_2}{l_1} R = \frac{75}{25} \times 5.0 = 15\Omega$

(イ) 抵抗線 AB の抵抗値を $r_{AB}[\Omega]$ とし、各抵抗に流れる電流の向きと大きさを図1のように仮定する。

$$I_1 = \frac{V}{R+R_X} = \frac{2.0}{5.0+15} = 0.10\text{ A} \quad \dots\dots ①$$

$$I_2 = \frac{V}{r_{AB}} = \frac{2.0}{r_{AB}} [\text{A}] \quad \dots\dots ②$$

キルヒホッフの法則 I を点 a について用いて、

$I = I_1 + I_2$ より

$$I_1 + I_2 = 0.30\text{ A} \quad \dots\dots ③$$

$$① \sim ③ \text{ 式より } 0.10 + \frac{2.0}{r_{AB}} = 0.30$$

よって $r_{AB} = 10\Omega$

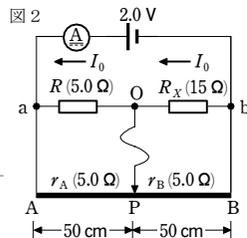
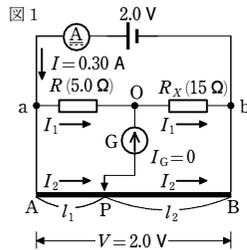
(ウ) このときの抵抗線 AB の、AP 間、PB 間の抵抗値をそれぞれ r_A 、 $r_B[\Omega]$ とする(図2)。

一様な導線の抵抗は長さ按比例するので

$$r_A = r_B = \frac{r_{AB}}{2} = 5.0\Omega$$

このとき、 R と r_A 、 R_X と r_B はそれぞれ並列^{[1]-}になるので、それぞれの合成抵抗を R_A 、 $R_B[\Omega]$ とすると

$$\frac{1}{R_A} = \frac{1}{R} + \frac{1}{r_A} = \frac{1}{5.0} + \frac{1}{5.0} = \frac{2}{5.0}$$



よって $R_A = 2.5\Omega$

$$\frac{1}{R_B} = \frac{1}{R_X} + \frac{1}{r_B} = \frac{1}{15} + \frac{1}{5.0} = \frac{4}{15}$$

よって $R_B = 3.75\Omega$

R_A 、 R_B は直列になるので、回路全体の合成抵抗を $R_0[\Omega]$ とし、全電流(電流計を流れる電流)を $I_0[\text{A}]$ とすると(図3)

$$I_0 = \frac{V}{R_0} = \frac{V}{R_A + R_B} = \frac{2.0}{2.5 + 3.75} = 0.32\text{ A}$$

←[1] 【注】 図1の状態では OP 間の電流は0であるが、図2の状態では、OP 間に電流が流れており、 R と R_X および r_A と r_B を直列としてはいけない。

42

【解答】 (1) 0.5 A (2) 0.6 A

【指針】 豆電球や白熱電灯など、電流を流すとその温度が大きく変化する導体は、電流と電圧の関係がオームの法則にしたがわない。このような抵抗(非直線抵抗)は、回路への組みこみ方によって電流・電圧がある1通りの値しかとれない。回路全体での電流-電圧の関係のグラフと非直線抵抗の特性曲線を重ねて図示し、交点を読み取ることによって電流・電圧を確定できる。

【解説】 (1) 1個の電球に加わる電圧は、電源電圧を3等分したものである
 $12 \div 3 = 4\text{ V}$

図1より 4V のときは $I = 0.5\text{ A}$

(2) 1個の電球を流れる電流を $I[\text{A}]$ とすると、抵抗を流れる電流は $2I[\text{A}]$ である。抵抗での電圧降下は $10 \times 2I[\text{V}]$ となるので、キルヒホッフの法則 II より

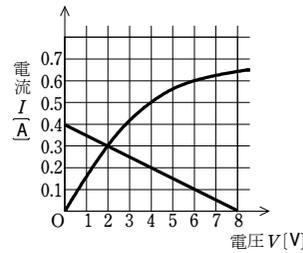
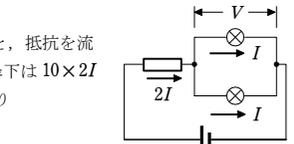
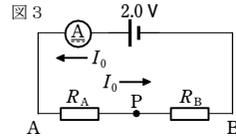
$$8 = 10 \times 2I + V$$

$$\text{よって } I = -\frac{V}{20} + \frac{2}{5}$$

この結果を図1に記入すると右図のようになる^{[1]-}。電球の条件との交点から

$$I = 0.3\text{ A}$$

よって $I_A = 2I = 0.6\text{ A}$



←[1] 図1に記入するときは、 $V=0$ を代入し I 切片、 $I=0$ を代入し V 切片を求め、その2点を直線で結ぶ。

43

【解答】 (1) 導体 (2) 自由電子 (3) 不導体(絶縁体、誘電体) (4) 半導体 (5) n (6) p (7) ホール(正孔)

【指針】 金属などのように電気をよく伝える物質を導体、ガラスやプラスチックのように電気を通しにくい物質を不導体という。導体中には自由電子があり、これが移動することによって電気を伝えるが、不導体中には自由電子がない。ゲルマニウム(Ge)やケイ素(Si)は電気抵抗率(電気の通しにくさ)などの電気的な性質が導体と

不導体の中間にあり、半導体という。

【解説】 (1) 導体 (2) 自由電子 (3) 不導体(絶縁体、誘電体) (4) 半導体

(5) Ge や Si の原子は最も外側の電子殻に4個の価電子をもち、アンチモン(Sb)の原子は5個の価電子をもつので、Ge や Si の結晶に微量に入ると、5個のうちの4個が共有結合に加わり、1個の価電子が余る。この余った電子は結晶内を自由に動きまわることができ^{[1]-}、電流を流す役割をする。 n

(6)、(7) インジウム(In)の原子は3個の価電子をもち、Ge や Si の結晶に微量に入ると、共有結合するには電子が1個不足しており、電子のない空席、ホール(正孔)ができる。電場を与えると、この空席を他の原子にある電子が移動して埋め、その電子のあった場所がまた空席となる。このように空席(ホール)は電場の向きに移動して正の電気^{[2]-}をもった粒子のようにふるまい、電流の担い手になる。

(6) p (7) ホール(正孔)

←[1] 電子(負の電荷)が電流の担い手となるので、negative で n 型半導体という。

←[2] 正は英語で positive であるから p 型半導体という。

44

【解答】 (ア) 0.60 (イ) 0.90 (ウ) 0.36

【指針】 ダイオードに加わる電圧を V 、流れる電流を I として、キルヒホッフの法則 II の V 、 I の関係式をつくる。この式をグラフにかき入れ、交点の電圧、電流の値を読み取る。

【解説】 ダイオードに加わる電圧を $V[\text{V}]$ 、抵抗に加わる電圧を $V'[\text{V}]$ 、回路に流れる電流(=ダイオードに流れる電流)を $I[\text{mA}]$ とする(図1)。

$I[\text{mA}] = I \times 10^{-3} [\text{A}]$ なので、オームの法則より

$$V' = R \times (I \times 10^{-3}) = (1.5 \times 10^3) \times (I \times 10^{-3}) = 1.5I [\text{V}] \quad \dots\dots ①^{[1]-}$$

よって、キルヒホッフの法則 II

$E = V + V'$ より

$$1.5 = V + 1.5I \quad \dots\dots ②^{[1]-}$$

(ア) ②式を特性曲線のグラフにかき入れ、交点の値を読み取ると(図2)

$$V = 0.60\text{ V} \quad I = 0.60\text{ mA}$$

(イ) ①式より

$$V' = 1.5I = 1.5 \times 0.60 = 0.90\text{ V}^{[2]-}$$

(ウ) ダイオードの消費電力を

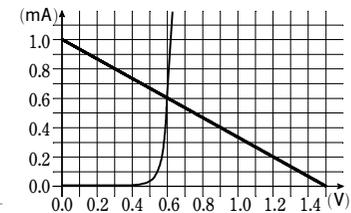
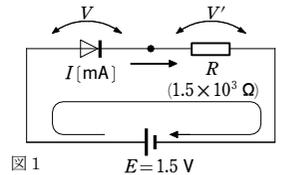
$P[\text{mW}]$ とすると

$$P = I[\text{mA}] \times V[\text{V}] \text{ より } P = 0.60 \times 0.60 = 0.36\text{ mW}$$

←[1] ①、②式の電流 I の単位は mA、電圧 V 、 V' の単位は V であることに注意する。

←[2] 【別解】 $R = 1.5 \times 10^3 \Omega$ 、 $I = 0.60 \times 10^{-3} \text{ A}$

$$\text{として } V' = RI = (1.5 \times 10^3) \times (0.60 \times 10^{-3}) = 0.90\text{ V}$$



45

【解答】 (ア) $envS$ (イ) $\frac{V}{l}$ (ウ) $\frac{eV}{kl}$ (エ) $\frac{e^2nVS}{kl}$

(オ) $\frac{kl}{e^2nS}$ (カ) $\frac{k}{e^2n}[\Omega \cdot m]$ (キ) $1+\alpha T$ (ク) IVt

(ケ) $e\frac{V}{l}$ (コ) vt (サ) nIS

【指針】 電流や電気抵抗、ジュール熱について導体中の自由電子の運動から説明する。電流は単位時間当たりに導体の断面を通過する自由電子の電気量の大きさであり、自由電子の電荷と単位時間に断面を通過する個数の積から求められる。また、個々の自由電子が受ける力を考えることで抵抗、個々の自由電子が電場からされる仕事を考えることでジュール熱について、ミクロの視点から求める。

【解説】 (1) (ア) 電流の大きさは、単位時間当たりに導体の断面を通過する電気量である。ある断面を1秒間に通過する自由電子の数は

$$n \times vS [\text{s}]^{1-}$$

よって、電流を求めると

$$I = envS [\text{A}] \quad \dots\dots ①$$

(2) (イ) 電場と電圧の関係「 $E = \frac{V}{d}$ 」より

$$E = \frac{V}{l} [\text{V/m}]$$

(ウ) 自由電子が等速直線運動するので自由電子にはたらく力はつりあいの状態になる。自由電子にはたらく力は、電場からの静電気力と陽イオンからの抵抗力の2力である。よって

$$eE = kv$$

$$v = \frac{eE}{k} = \frac{eV}{kl} [\text{m/s}] \quad \dots\dots ②$$

(エ) ①式に②式を代入して

$$I = en \cdot \frac{eV}{kl} \cdot S = \frac{e^2nVS}{kl} [\text{A}]$$

(3) (オ) オームの法則「 $V = RI$ 」より

$$R = \frac{V}{I} = \frac{kl}{e^2nVS} \cdot V = \frac{kl}{e^2nS} [\Omega]$$

(カ) 抵抗率と抵抗の関係「 $R = \rho \frac{l}{S}$ 」より

$$\rho = R \frac{S}{l} = \frac{kl}{e^2nS} \cdot \frac{S}{l} = \frac{k}{e^2n} [\Omega \cdot m]$$

(4) (キ) $\rho = \rho_0(1 + \alpha T) [\Omega \cdot m]$

(5) (ク) ジュールの法則より $Q = IVt [\text{J}]$

(ケ) 電場からの静電気力「 $F = eE$ 」より

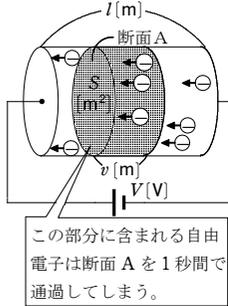
$$F = e\frac{V}{l} [\text{N}]$$

(コ) 等速直線運動をするので、移動距離 $d[\text{m}]$ は

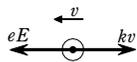
$$d = vt [\text{m}]$$

(サ) 導体中の自由電子の総数は $nIS^{(2)-}$

←[1] ある断面 A から $v[\text{m}]$ 負極側にある自由電子は1秒後には断面 A に到達でき



この部分に含まれる自由電子は断面 A を1秒間で通過してしまう。



る。よって体積 $vS[\text{m}^3]$ に含まれている自由電子は単位時間内に断面 A を通過できる。

←[2] 【参考】 全自由電子がされる仕事の大きさは

$$Q = F \cdot d \cdot nIS = e\frac{V}{l} \cdot vt \cdot nIS = envS \cdot V \cdot t = IVt$$

46

【解答】 (1) 40Ω (2) 抵抗値: 10Ω 電流: 1.0A (3) $Q \rightarrow P$ の向き

【指針】 複雑な回路を流れる電流を求めるには、キルヒホッフの法則 I, II を用いる。

(I) 回路中の交点について 流れこむ電流の和 = 流れ出る電流の和

(II) 閉じた経路について 起電力の和 = 電圧降下の和

電流の向きは適当に仮定してよい。計算で得た電流の値が負の場合は仮定と反対の向きに流れる。

【解説】 (1) この場合の R の抵抗値を $R_1[\Omega]$ とする。

図1のように、R と 20Ω の抵抗は直列になり、流れる電流は等しい。電流の向きを図のようにとると、キルヒホッフの法則 II より

図の経路について

$$30 = (R_1 + 0.50) + (20 \times 0.50)$$

よって $R_1 = 40\Omega$

(2) この場合の R の抵抗値を $R_2[\Omega]$ とする。

5.0Ω の抵抗に電流が流れないので、 20V の電池での電流の流出、流入はない。回路の電流の向きを図2のようにとると、キルヒホッフの法則 II より

経路1について

$$30 = R_2I + 20I \quad \dots\dots ①$$

経路2について

$$20 = 20I + (5.0 \times 0) \quad \dots\dots ②$$

②式より $I = 1.0\text{A}$

I の値を①式に代入して $R_2 = 10\Omega$

(3) 可変抵抗 R (抵抗値 4.0Ω)、 5.0Ω の抵抗、 20Ω の抵抗を流れる電流の向きと大きさを図3のように仮定する。

キルヒホッフの法則 I より
交点 a について: $I_1 + I_2 = I_3 \quad \dots\dots ③$

キルヒホッフの法則 II より
経路1: $30 = 4.0I_1 + 20I_3 \quad \dots\dots ④$

経路2: $20 = 20I_3 + 5.0I_2 \quad \dots\dots ⑤$

③~⑤式より⁽²⁾⁻ $I_2 = -0.60\text{A}$

$I_2 < 0$ より、 I_2 の向きは仮定の向きと反対で、図の $Q \rightarrow P$ の向き。

←[1] 交点 P でもよい。

←[2] ③、④式より I_3 を消去して $15 = 12I_1 + 10I_2 \quad \dots\dots ⑥$

④、⑤式より I_3 を消去して $10 = 4.0I_1 - 5.0I_2 \quad \dots\dots ⑦$

⑥、⑦式より

$$I_1 = 1.75\text{A}$$

$$I_2 = -0.60\text{A}$$

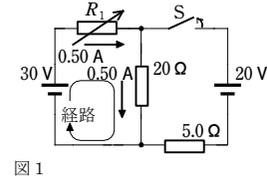


図1

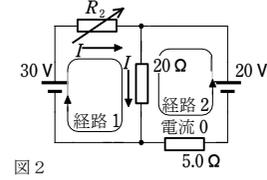


図2

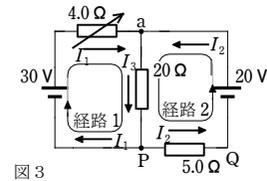


図3

③式より

$$I_3 = 1.15\text{A}$$

47

【解答】 (1) $1.2 \times 10^2\text{W}$ (2) 1.6倍 (3) 4.8A (4) $P \rightarrow S \rightarrow Q$

【指針】 (1),(2) 4つの抵抗で消費する電力の和は、4つの抵抗の合成抵抗の消費電力に等しい。起電力 E が一定なので、消費電力の和は合成抵抗の大きさに反比例する。

(3),(4) 回路の交点 P (あるいは Q) にキルヒホッフの法則 I を適用し、S を流れる電流の向きと大きさを求める。

【解説】 (1) R_1 と R_3 (直列) の合成抵抗を R_{13} 、 R_2 と R_4 (直列) の合成抵抗を R_{24} とし、 R_{13} と R_{24} (並列) の合成抵抗を R_0 とする。

$$R_{13} = R_1 + R_3 = 8.0\Omega \quad R_{24} = R_2 + R_4 = 12.0\Omega$$

よって $\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_{24}} = \frac{5.0}{24}$ ゆえに $R_0 = 4.8\Omega$

4つの抵抗で消費する電力の和は合成抵抗 R_0 の電力 P に等しいから

$$P = \frac{E^2}{R_0} = \frac{24^2}{4.8} = 1.2 \times 10^2\text{W}$$

(2) S を閉じると、 R_1 と R_2 、 R_3 と R_4 がそれぞれ並列となる。 R_1 と R_2 の合成抵抗を R_{12} 、 R_3 と R_4 の合成抵抗を R_{34} とし、 R_{12} と R_{34} (直列) の合成抵抗を R_0' とする。

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{10}{9.0} \quad \text{よって } R_{12} = 0.90\Omega$$

$$\frac{1}{R_{34}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{10}{21} \quad \text{よって } R_{34} = 2.1\Omega$$

したがって $R_0' = R_{12} + R_{34} = 3.0\Omega$

この場合の4つの抵抗の消費電力の和を P' とすると、E 一定の場合、電力は合成抵抗に反比例⁽¹⁾⁻するので

$$\frac{P'}{P} = \frac{R_0}{R_0'} = \frac{4.8}{3.0} = 1.6\text{倍}$$

(3) 電池、各抵抗およびスイッチに流れる電流を右図のように仮定する。また、 R_1 と R_2 (並列) に加わる電圧を $V^{(2)-}$ 、 R_3 と R_4 (並列) に加わる電圧を V' とする。

$$\text{全電流 } I = \frac{E}{R_0'} = \frac{24}{3.0} = 8.0\text{A}$$

キルヒホッフの法則 I より

点 A について: $I_1 + I_2 = 8.0 \quad \dots\dots ①$

点 B について: $I_3 + I_4 = 8.0 \quad \dots\dots ②$

点 P について: $I_1 = I_3 + I_5 \quad \dots\dots ③$

また、電圧 V、V' について、オームの法則 $V = RI$ より

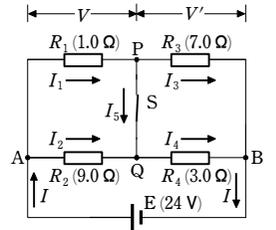
$$V = 1.0I_1 = 9.0I_2 \quad \dots\dots ④$$

$$V' = 7.0I_3 = 3.0I_4 \quad \dots\dots ⑤$$

①、④式より $I_1 = 7.2\text{A}$ $I_2 = 0.8\text{A}$

②、⑤式より $I_3 = 2.4\text{A}$ $I_4 = 5.6\text{A}$

I_1, I_3 の値を③式に代入して $I_5 = I_1 - I_3 = 4.8\text{A}^{(3)-}$



高2物理総合SSA 電磁気練習問題【解答】

(4) $I_5 > 0^{[4]}$ より、スイッチ S を流れる電流の向きは **P → S → Q の向き**

←[1] 電力の式 $P = \frac{V^2}{R}$ より

V一定(この場合はE一定)の場合、PはRに反比例。

←[2] PQ間には電流が流れているが、導線PQには抵抗がないので、電圧降下はなく、PとQは等電位。

←[3] 【別解】 並列回路では、電流は抵抗値に反比例するので

$$I_1 = \frac{9.0}{1.0+9.0} I = 7.2 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{3.0}{7.0+3.0} I = 2.4 \text{ A}$$

よって $I_5 = I_1 - I_3 = 7.2 - 2.4 = 4.8 \text{ A}$

←[4] $I_5 < 0$ になる場合は、仮定した向きと反対になる。

【48】

【解答】 (1) 10 Ω (2) 30 cm (3) 0.5 V

【指針】 電位差計(ポテンシオメーター)は電池の起電力を精密にはかる装置である。図の回路で検流計(↑)に電流が流れないとき、乾電池 E_1 の内部抵抗 r による電圧降下がなく、また、点 A と E_1 の正極は等電位、点 P₁ と E_1 の負極は等電位なので、AP₁間の電位差(電圧降下) = E_1 の起電力 となる。これは、内部抵抗 r によらない。

【解説】 (1) 電流 $I = 0.5 \text{ A}$ が流れているのは右図の経路1だけであるから、キルヒホッフの法則IIより

$$E = (R_0 + R)I$$

$$\text{よって } R_0 = \frac{E}{I} - R = \frac{10}{0.5} - 10 = 10 \text{ } \Omega$$

(2) AP₁間の抵抗線の抵抗値を R_1 [Ω] とし、 R_1 による電圧降下を V_1 [V] とする。

$$V_1 = R_1 I$$

一方、キルヒホッフの法則IIより、図の経路2について

$$E_1 = V_1 + r_1 \times 0 \quad \text{ゆえに } E_1 = V_1$$

$$\text{よって } E_1 = V_1 = R_1 I \quad \dots\dots \text{①}$$

$$\text{ゆえに } R_1 = \frac{E_1}{I} = \frac{1.5}{0.5} = 3 \text{ } \Omega$$

AB = $l_0 (= 100 \text{ cm})$ とすると、一様な導線の抵抗は長さに比例するので

$$\frac{R_1}{R_0} = \frac{l_1}{l_0} \text{ より } l_1 = \frac{R_1}{R_0} l_0 = \frac{3}{10} \times 100 = 30 \text{ cm}$$

(3) AP₂間の抵抗線の抵抗値を R_2 [Ω] とし、 R_2 による電圧降下を V_2 [V] とする。この場合も(2)の①式と同様の式が成りたち

$$E_2 = V_2 = R_2 I \quad \dots\dots \text{②}$$

AP₂ = $l_2 (= 10 \text{ cm})$ とすると、①、②式より $\frac{E_2}{E_1} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{l_2}{l_1}$

$$\text{よって } E_2 = \frac{l_2}{l_1} E_1 = \frac{10}{30} \times 1.5 = 0.5 \text{ V}^{[1]}$$

←[1] 【別解】 AB間の電圧降下 V_0 [V] は $V_0 = R_0 I = 10 \times 0.5 = 5 \text{ V}$

一方 $V_2 (= E_2) = R_2 I$

$$\text{よって } \frac{E_2}{V_0} = \frac{R_2}{R_0} = \frac{l_2}{l_0}$$

$$\text{ゆえに } E_2 = \frac{l_2}{l_0} V_0 = \frac{10}{100} \times 5 = 0.5 \text{ V}$$

【49】

【解答】 (1) $R + r_A$ (2) $\frac{Rr_V}{R+r_V}$ (3) 図2

(4) $r_A : 10 \text{ } \Omega \quad r_V : 9.0 \times 10^2 \text{ } \Omega \quad R : 1.0 \times 10^2 \text{ } \Omega$

【指針】

図1の回路は R と r_A の直列回路で、 V_1 は R に加わる電圧ではなく、 R と r_A に加わる電圧の和を示す。

図2の回路は R と r_V の並列回路で、 I_2 は R に流れる電流ではなく、 R と r_V に流れる電流の和を示す。

【解説】 (1) 図1は、 R と r_A の直列接続の回路で、流れる電流が I_1 、加わる電圧の和が V_1 であるから

$$V_1 = RI_1 + r_A I_1 = (R + r_A) I_1$$

$$\text{よって } R_1 = \frac{V_1}{I_1} = R + r_A^{[1]}$$

(2) 図2は、 R と r_V の並列接続の回路で、加わる電圧が V_2 、流れる電流の和が I_2 であるから

$$\frac{V_2}{R} + \frac{V_2}{r_V} = \left(\frac{R+r_V}{Rr_V} \right) V_2 = I_2$$

$$\text{よって } R_2 = \frac{V_2}{I_2} = \frac{Rr_V}{R+r_V}^{[2]}$$

(3) 抵抗の測定値と真の抵抗値との誤差は図1の回路のとき

$$|R_1 - R| = |(R + r_A) - R| = r_A^{[3]}$$

$r_A > R$ の条件より $|R_1 - R| > R \quad \dots\dots \text{③}$

図2の回路のとき

$$|R_2 - R| = \left| \left(\frac{Rr_V}{R+r_V} \right) - R \right| = \frac{R^2}{R+r_V} = \frac{R}{R+r_V} R^{[3]}$$

$$\frac{R}{R+r_V} < 1 \text{ より } |R_2 - R| < R \quad \dots\dots \text{④}$$

③、④式を比べて、誤差の小さい図2の回路のほうがよい近似値を与える。

(4) 電池の起電力を E とすると、電池の内部抵抗が無視できるので、図1の回路において $E = V_1$

$$\text{よって、図2の回路において } E = V_1 = r_A I_2 + V_2 \quad \dots\dots \text{⑤}$$

$$\text{①式より } \frac{2.20}{20.0 \times 10^{-3}} = R + r_A \quad \dots\dots \text{⑥}$$

$$\text{②式より } \frac{1.98}{22.0 \times 10^{-3}} = \frac{Rr_V}{R+r_V} \quad \dots\dots \text{⑦}$$

$$\text{⑤式より } 2.20 = r_A \times (22.0 \times 10^{-3}) + 1.98 \quad \dots\dots \text{⑧}$$

$$\text{⑥} \sim \text{⑧式より } r_A = 10 \text{ } \Omega \quad R = 1.0 \times 10^2 \text{ } \Omega^{[4]}$$

$$r_V = 9.0 \times 10^2 \text{ } \Omega$$

←[1] R_1 は R と r_A (直列)の合成抵抗を表している。

←[2] R_2 は R と r_V (並列)の合成抵抗を表している。

←[3] 【参考】 $\left| \frac{R_1 - R}{R} \right|$ を R に対する R_1 の相対誤差という。

この場合

$$\left| \frac{R_1 - R}{R} \right| = \frac{r_A}{R} > 1 \quad \left| \frac{R_2 - R}{R} \right| = \frac{R}{R+r_V} < 1$$

となり、相対誤差の小さい図2の回路のほうがよい近似値を与える。

←[4] 測定値から単純に未知抵抗の値を計算すると

$$R_1 = \frac{V_1}{I_1} = 1.1 \times 10^2 \text{ } \Omega \quad R_2 = \frac{V_2}{I_2} = 90 \text{ } \Omega$$

【50】

【解答】 (1) $\frac{1}{4} I$ (2) $\frac{5}{4} R$ (3) $\frac{1}{7} I$ (4) $\frac{9}{7} R$

【指針】 BC間に抵抗 R やダイオードがない場合を考える。

(1)の場合、(ABD間の電流) > (ACD間の電流)より、(AB間の電圧降下) > (AC間の電圧降下)。

したがって、(Bの電位) < (Cの電位)なので、ダイオードを接続した場合、抵抗値0の導線と同様になる。

(3)の場合は、(1)の場合と逆に(Bの電位) > (Cの電位)となり、ダイオードの抵抗値は無量大となる。

【解説】 (1) 【指針】より、ダイオードの抵抗

は0とみなされるので、回路は図1

のようになる。各抵抗に流れる電流の向きと大きさを図のように仮定する^[1]。

キルヒホッフの法則Iより

$$I_1 + I_2 = I \quad \dots\dots \text{①}$$

キルヒホッフの法則IIより

$$\text{経路 ABCA : } RI_1 - RI_2 = 0 \quad \dots\dots \text{②}$$

$$\text{経路 BDCB : } R(I_1 + I_3) - 3R(I_2 - I_3) = 0 \quad \dots\dots \text{③}$$

$$\text{①} \sim \text{③式より } I_1 = I_2 = \frac{1}{2} I \quad I_3 = \frac{1}{4} I$$

(2) AD間の電圧 $V_{AD} = RI_1 + R(I_1 + I_3) = \frac{5}{4} RI$

よって、AD間の合成抵抗は $R_{AD} = \frac{V_{AD}}{I} = \frac{5}{4} R$

(3) この場合、ダイオードの抵抗は無量大となるので、回路は図2のようになる。各抵抗に流れる電流の向きと大きさを図のように仮定する。

(1)の場合と同様に

$$I_1' + I_2' = I \quad \dots\dots \text{①}'$$

経路 ABCA について

$$RI_1' + RI_3' - RI_2' = 0 \quad \dots\dots \text{②}'$$

経路 BDCB について

$$3R(I_1' - I_3') - R(I_2' + I_3') - RI_3' = 0 \quad \dots\dots \text{③}'$$

$$\text{①}' \sim \text{③}' \text{式より } I_1' = \frac{3}{7} I \quad I_2' = \frac{4}{7} I \quad I_3' = \frac{1}{7} I$$

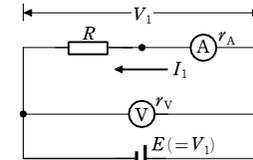


図1

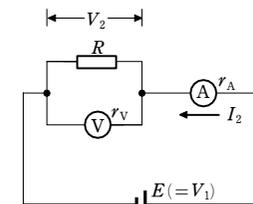


図2

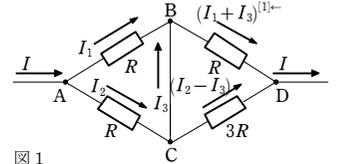


図1

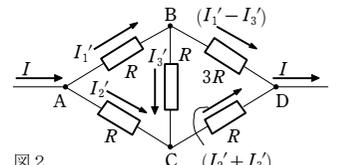
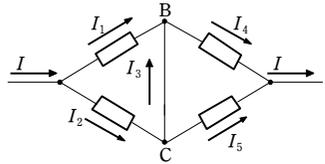


図2

(4) AD間の電圧 $V_{AD}' = RI_1' + 3R(I_1' - I_3') = \frac{9}{7}RI$

よって、AD間の合成抵抗は $R_{AD}' = \frac{V_{AD}'}{I} = \frac{9}{7}R$

←[1] 参考



電流の向き、大きさを上図のように仮定して方程式を立て、各電流の値を求めることもできるが、キルヒホッフの法則 I, II を表す方程式の数が多くなり、方程式を解く計算が大変になる。

51

【解答】 $4.4 \times 10^{-9} \text{ F}$

【指針】 コンデンサーの電気容量の式 $C = \epsilon \frac{S}{d}$ を用いる。

【解説】 電気容量の式 $C = \epsilon \frac{S}{d}$ より

$$C = (8.8 \times 10^{-12}) \times \frac{1.0}{(2.0 \times 10^{-3})} = 4.4 \times 10^{-9} \text{ F}$$

←[1] 代入する値の単位は m に直しておく。

$2.0 \text{ mm} = 2.0 \times 10^{-3} \text{ m}$

52

【解答】 $C_B: 2.0 \mu\text{F}, C_C: 1.2 \mu\text{F}$

【指針】 直列接続されたコンデンサーでは、各コンデンサーに蓄えられる電気量 Q は等しい。

$Q = C_1V_1 = C_2V_2 = C_3V_3$

【解説】 このとき、Cに加わる電圧 V_C は

$48 + 72 + V_C = 240 \text{ V}$ より

$V_C = 120 \text{ V}$

直列接続では、各コンデンサーに蓄えられる電気量 Q が等しいので

$Q = C_1V_1 = C_2V_2 = C_3V_3$ より

$Q = (3.0 \times 10^{-9}) \times 48 = C_B \times 72 = C_C \times 120$

よって $C_B = 2.0 \times 10^{-9} \text{ F} = 2.0 \mu\text{F}$

$C_C = 1.2 \times 10^{-9} \text{ F} = 1.2 \mu\text{F}$

53

【解答】 (1) $3.0 \times 10^{-11} \text{ C}$ (2) ②, $6.0 \times 10^{-11} \text{ C}$

【指針】 スイッチ S が閉じている場合、極板間の電圧は一定に保たれる。電気容量の式

$C = \epsilon \frac{S}{d}$ と電気量と極板間電圧の式 $Q = CV$ を用いて考える。

【解説】 (1) 電気容量の式 $C = \epsilon \frac{S}{d}$ より、極板の間隔を 3 倍に広げると、電気容量は $\frac{1}{3}$ 倍になる。スイッチは閉じたままであるので、極板間の電位差は一定に保たれる。したがって、電気量と極板間電圧の式 $Q = CV$ より、C が $\frac{1}{3}$ 倍になるので、Q も $\frac{1}{3}$ 倍になる。

$Q = \frac{1}{3} \times 9.0 \times 10^{-11} = 3.0 \times 10^{-11} \text{ C}$

(2) 極板の間隔を広げると、コンデンサーに蓄えられる電気量が減少したので、電流の向きは ②。

電気量の減少分が点 P を通過するので

$9.0 \times 10^{-11} - 3.0 \times 10^{-11} = 6.0 \times 10^{-11} \text{ C}$

54

【解答】 (1) $2.0 \times 10^{-7} \text{ C}$ (2) $4.0 \times 10^{-7} \text{ C}$ (3) $1.0 \times 10^2 \text{ V}$

【指針】 コンデンサーに電池をつなぐと、コンデンサーの極板間の電圧を常に一定に保つように電荷の移動が起こり、極板間電圧は一定である。一方、電池を外してしまうとあらかじめ充電されていた電気量は変化しない。したがって、このときは、電気容量が変化すると極板間の電圧も変化する。

また、コンデンサーの極板間を絶縁体で満たすと電気容量が比誘電率倍になる。

【解説】 (1) 蓄えられる電気量と極板間電圧の式 $Q = CV$ より

$Q_1 = (1000 \times 10^{-12}) \times 200 = 2.0 \times 10^{-7} \text{ C}$

(2) 絶縁体を入れたときの電気容量を C とすると、C は何も入っていない場合の比誘電率倍になるので

$C = 2.0 \times (1000 \times 10^{-12}) = 2.0 \times 10^{-9} \text{ F}$

電池をつないだままなので、極板間電圧は一定に保たれている。蓄えられる電気量と極板間電圧の式 $Q = CV$ より

$Q_2 = (2.0 \times 10^{-9}) \times 200 = 4.0 \times 10^{-7} \text{ C}$

【別解】 電圧が一定なので、蓄えられる電気量は電気容量に比例する。電気容量は (1) に比べて 2.0 倍になるので、電気量も 2.0 倍になる。

$Q_2 = 2Q_1 = 2 \times (2.0 \times 10^{-7}) = 4.0 \times 10^{-7} \text{ C}$

(3) 電池をつないだまま絶縁体を取り除くと、電気容量は (1) の状態にもどり、蓄えられる電気量も (1) と同じ値にもどる。その状態から電池を外すと電荷の供給がされず、蓄えられた電気量は一定のままとなる。その後、絶縁体を入れると電気容量は $C = 2.0 \times 10^{-9} \text{ F}$ になるので、蓄えられる電気量と極板間電圧の式 $Q = CV$ より $2.0 \times 10^{-7} = (2.0 \times 10^{-9}) \times V$

よって $V = 1.0 \times 10^2 \text{ V}$

←[1] $1000 \text{ pF} = 1000 \times 10^{-12} \text{ F}$

55

【解答】 (1) $1.5 \mu\text{F}$ (2) 電気量: $2.4 \times 10^{-5} \text{ C}$, 電圧 $C_1: 12 \text{ V}$, 電圧 $C_2: 4.0 \text{ V}$

【指針】 電荷を蓄えていないコンデンサーを直列に接続して充電すると、各コンデンサーが蓄える電荷は等しい。

【解説】 (1) $\frac{1}{C} = \frac{1}{2.0} + \frac{1}{6.0} = \frac{4.0}{6.0}$ よって $C = \frac{6.0}{4.0} = 1.5 \mu\text{F}$

(2) コンデンサー C_1 と C_2 に加わる電圧をそれぞれ V_1, V_2 [V]、蓄えられる電気量を Q [C] とすると、電気量と極板間電圧の式 $Q = CV$ より

$Q = 2.0 \times 10^{-6} \times V_1$ …… ①

$Q = 6.0 \times 10^{-6} \times V_2$ …… ②

また、電圧の関係より $V_1 + V_2 = 16$ …… ③

①, ② 式より $V_1 = \frac{Q}{2.0 \times 10^{-6}}$ …… ①' $V_2 = \frac{Q}{6.0 \times 10^{-6}}$ …… ②'

③ 式に ①', ②' 式を代入すると

$\frac{Q}{2.0 \times 10^{-6}} + \frac{Q}{6.0 \times 10^{-6}} = 16$ ゆえに $Q = 2.4 \times 10^{-5} \text{ C}$

Q の値を ①', ②' 式に代入して

$V_1 = \frac{2.4 \times 10^{-5}}{2.0 \times 10^{-6}} = 12 \text{ V}$, $V_2 = \frac{2.4 \times 10^{-5}}{6.0 \times 10^{-6}} = 4.0 \text{ V}$

【別解】 直列接続なので、各コンデンサーが蓄える電気量 Q は等しい。また、Q の値は合成容量 $1.5 \mu\text{F}$ のコンデンサーに、全電圧 16 V が加わったものに等しい。

$Q = CV = 1.5 \times 10^{-6} \times 16 = 2.4 \times 10^{-5} \text{ C}$

C_1 に加わる電圧 V_1 は $V_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{2.4 \times 10^{-5}}{2.0 \times 10^{-6}} = 12 \text{ V}$

C_2 に加わる電圧 V_2 は $V_2 = \frac{Q}{C_2} = \frac{2.4 \times 10^{-5}}{6.0 \times 10^{-6}} = 4.0 \text{ V}$

←[1] 直列接続の合成容量の式 $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$ で、 $n=2$ とした式

$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ を用いる。

56

【解答】 (1) $2 \mu\text{F}$ (2) 200 V (3) 100 V

(4) $Q_1: 6 \times 10^{-4} \text{ C}, Q_2: 2 \times 10^{-4} \text{ C}, Q_3: 4 \times 10^{-4} \text{ C}$

【指針】 3 つ以上のコンデンサーが接続されているときの合成容量は、回路全体のコンデンサーの接続を確認しながら、部分的な合成容量から求めていく。本問では、並列部分の C_2, C_3 の合成容量を求めてから、 C_1 との直列接続を考える。また、回路のコンデンサーに関する未知量を求めるときは、1 つ 1 つのコンデンサーの電気容量 C 、極板間電圧 V 、蓄えられた電気量 Q をそれぞれ考え、回路全体の電圧や電気量の式を立てる。

【解説】 (1) C_2 と C_3 の合成容量を C_{23} とすると、この部分は並列なので

$C_{23} = 2 + 4 = 6 \mu\text{F}$

回路全体では C_1 と C_{23} の直列接続と考えて

$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ よって $C = 2 \mu\text{F}$

(2), (3), (4) 回路全体の電圧の関係より

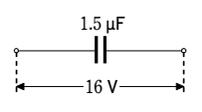
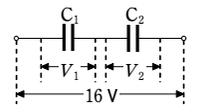
$V_1 + V_2 = 300$ …… ①

また、個々のコンデンサーに蓄えられた電気量と極板間電圧の式より

$Q_1 = C_1V_1, Q_2 = C_2V_2, Q_3 = C_3V_2$ …… ②

3 つのコンデンサーに蓄えられた電気量の関係より

$Q_1 = Q_2 + Q_3$ …… ③



②, ③式より

$$C_1V_1 = C_2V_2 + C_3V_2 \quad C_1, C_2, C_3 \text{ の値を代入して } 3V_1 = 2V_2 + 4V_2$$

よって $V_1 = 2V_2$

①, ④式より

$$2V_2 + V_2 = 300$$

よって $V_1 = 200 \text{ V}, \quad V_2 = 100 \text{ V}$

②式より

$$Q_1 = (3 \times 10^{-6})^{[1]} \times 200 = 6 \times 10^{-4} \text{ C}$$

$$Q_2 = (2 \times 10^{-6})^{[1]} \times 100 = 2 \times 10^{-4} \text{ C}$$

$$Q_3 = (4 \times 10^{-6})^{[1]} \times 100 = 4 \times 10^{-4} \text{ C}$$

←[1] $3 \mu\text{F} = 3 \times 10^{-6} \text{ F}$

$$2 \mu\text{F} = 2 \times 10^{-6} \text{ F}$$

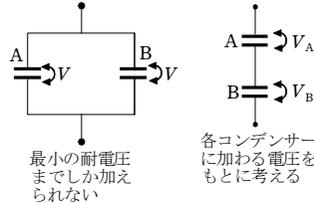
$$4 \mu\text{F} = 4 \times 10^{-6} \text{ F}$$

57

【解答】 (1) $3.0 \times 10^2 \text{ V}$ (2) $7.5 \times 10^2 \text{ V}$

【指針】 コンデンサーを接続したときの回路全体としての耐電圧は接続の仕方によって異なる。並列の場合、

A, B は同じ電圧が加わるので、どちらか小さいほうの耐電圧までしか電圧を加えられない(最も小さい耐電圧まで)。一方、直列の場合はそれぞれのコンデンサーに加わる電圧が異なるので、各コンデンサーに加わる電圧(電気容量に反比例)をもとに考える。



【解説】 (1) 耐電圧は低いほうの値になるので $V_1 = 3.0 \times 10^2 \text{ V}$

(2) それぞれのコンデンサーに加わる電圧を V_A, V_B とする。直列接続なので各コンデンサーに蓄えられる電気量 Q が等しい。電気量と極板間電圧の関係式「 $Q = CV$ 」より

$$Q = C_A V_A = C_B V_B$$

$$\text{よって } V_A : V_B = \frac{Q}{C_A} : \frac{Q}{C_B} = \frac{1}{4.0} : \frac{1}{1.0} = 1 : 4$$

A に耐電圧 $3.0 \times 10^2 \text{ V}$ を加えると、 $V_B = 1.2 \times 10^3 \text{ V}$ となり、B の耐電圧を超えているので不適。

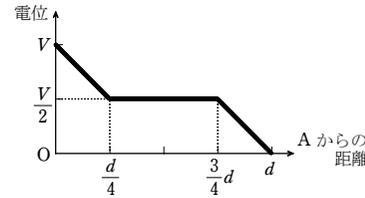
B に耐電圧 $6.0 \times 10^2 \text{ V}$ を加えると、 $V_A = 1.5 \times 10^2 \text{ V}$ となり、A の耐電圧より小さい。

$$\text{したがって } V_A = 1.5 \times 10^2 \text{ V}, \quad V_B = 6.0 \times 10^2 \text{ V}$$

$$\text{全体の耐電圧は } V_2 = V_A + V_B = (1.5 \times 10^2) + (6.0 \times 10^2) = 7.5 \times 10^2 \text{ V}$$

58

【解答】 (1) $\frac{1}{2} CV^2$ (2) 右図
(3) $2CV$ (4) $2V$



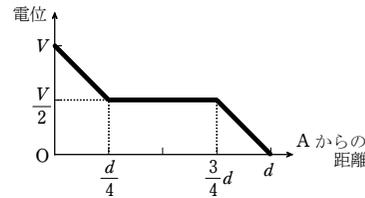
【指針】 コンデンサーの極板間に金属板を挿入すると、金属板は静電誘導を起こし、金属板全体が等電位となり、コンデンサーの極板間隔が、金属板の厚み分だけ狭くなったと考えられる。それに伴って、電気容量も変化し、スイッチ S を閉じた状態ではコンデンサーに蓄えられる電気量も変化する。

(1) 静電エネルギーの式より $U = \frac{1}{2} CV^2$

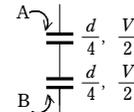
(2) スイッチ S を閉じたままなので、AB 間の電位差は V に保たれている。金属板 P が極板間の中央に置かれているので、AP 間、PB 間の電位差はともに $\frac{V}{2}$ となる。また、AP 間、PB 間の電場(電位の傾き)は等しい。

金属板 P の内部には電場がなく、金属板全体は等電位なので

右図のようになる^[1]。



【別解】 コンデンサーの極板間に金属板が入ると、極板間隔が狭い2つのコンデンサーを直列接続したものと考えることができる。このとき、極板間隔は $\frac{d}{4}$ となる。この極板間のみで電位は変化しているの、図のように表せる。



(3) 金属板の挿入により、極板間距離が $\frac{d}{2}$ になったと考えられるので、この状態での電気容量 C' は $C' = 2C^{[2]}$ 。コンデンサーに蓄えられる電気量と極板間電圧の式「 $Q = CV$ 」より

$$Q = C'V = 2CV$$

【別解】 (2) の別解にしたがって考えると、A と金属板 P とにはさまれたコンデンサー、B と金属板 P とにはさまれたコンデンサーの電気容量はそれぞれ $4C$ なので、直列接続すると合成容量 C' は

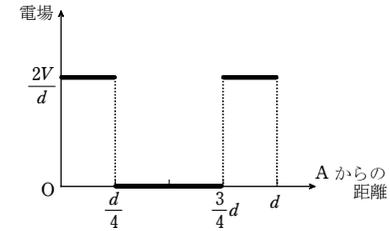
$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{4C} + \frac{1}{4C} = \frac{2}{4C} = \frac{1}{2C} \quad \text{よって } C' = 2C$$

これを $Q = CV$ に代入する。

(4) スイッチ S を開いた後に金属板 P を取りさつたので、極板上の電気量は (3) の Q に保たれている。また、電気容量は C にもどったので、コンデンサーに蓄えられる電気量と極板間電圧の式「 $Q = CV$ 」より

$$CV' = 2CV \quad \text{よって } V' = 2V$$

←[1] 【参考】 電場のグラフは下のようになる。



←[2] 電気容量の式「 $C = \epsilon \frac{S}{d}$ 」より、電気容量は極板間隔に反比例する。

59

【解答】 (1) $\frac{\epsilon_r + 1}{2} CV [C]$ (2) $\frac{2\epsilon_r}{\epsilon_r + 1} CV [C]$

【指針】 電池をつないだコンデンサーの極板間に誘電体(絶縁体)を挿入すると、誘電体は誘電分極を起こす。誘電体のある部分だけを別のコンデンサーとみなす。挿入の仕方によってコンデンサーの並列接続、直列接続(あるいはそれらを複合した接続)とみなせるので、コンデンサー全体としての電気容量は変化し、コンデンサーに蓄えられる電気量も変化する。

【解説】 (1) 誘電体を挿入することで、極板の面積が半分、

2つのコンデンサーの並列接続とみなせる。それぞれのコンデンサーの電気容量を $C_{左}$ 、 $C_{右}$ とすると、電気 V を蓄えられる電気量の式「 $Q = CV$ 」より

$$C_{左} = \frac{C}{2}, \quad C_{右} = \frac{\epsilon_r C}{2}$$

全体としては並列接続なので、合成容量 C_1 は

$$C_1 = C_{左} + C_{右} = \frac{(\epsilon_r + 1)C}{2}^{[1]}$$

コンデンサーに蓄えられる電気量と極板間電圧の式「 $Q = CV$ 」より

$$Q_1 = C_1 V = \frac{\epsilon_r + 1}{2} CV [C]^{[1]}$$

(2) 誘電体を挿入することで、極板間距離が半分、2つのコンデンサーの直列接続とみなせる^[2]。それぞれのコンデンサーの電気容量を $C_{上}$ 、 $C_{下}$ とすると

$$C_{上} = 2C, \quad C_{下} = 2\epsilon_r C$$

全体としては直列接続なので、合成容量 C_2 は

$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_{上}} + \frac{1}{C_{下}} = \frac{1}{2C} + \frac{1}{2\epsilon_r C} \quad \text{よって } C_2 = \frac{2\epsilon_r C}{\epsilon_r + 1}^{[1]}$$

コンデンサーに蓄えられる電気量と極板間電圧の式「 $Q = CV$ 」より

$$Q_2 = C_2 V = \frac{2\epsilon_r}{\epsilon_r + 1} CV [C]^{[1]}$$

←[1] $\epsilon_r = 1$ とすると、誘電体を挿入しない場合の結果と等しいことが確かめられる。

←[2] 【図】 誘電体を厚さの無視できる金属板でおおったとして考えたが、これではなくても結果には変わりはない。

60

【解答】(1) $2.4 \times 10^{-3} \text{ C}$ (2) $2.0 \times 10^2 \text{ V}$ (3) $2.7 \times 10^2 \text{ V}$

【指針】充電されたコンデンサーをスイッチの切りかえによって、他のコンデンサーに接続すると、2つのコンデンサーの極板間電圧が等しくなるまで、あらかじめ充電されていたコンデンサーから電荷が移動していく。

【解説】(1) コンデンサーに蓄えられる電気量と極板間電圧の式「 $Q=CV$ 」より

$$Q_2 = C_2 V = (8.0 \times 10^{-6}) \times (3.0 \times 10^2) = 2.4 \times 10^{-3} \text{ C}$$

(2) C_1 と C_2 は並列になっているので合成容量 C は

$$C = C_1 + C_2 = 4.0 + 8.0 = 12.0 \text{ } \mu\text{F}$$

電気量保存の法則より、電荷はあらかじめ C_2 に蓄えられていた分が2つのコンデンサーに分配されるだけなので

$$V_1 = \frac{Q_2}{C} = \frac{2.4 \times 10^{-3}}{12.0 \times 10^{-6}} = 2.0 \times 10^2 \text{ V}$$

(3) (2)のとき、 C_1 に蓄えられる電気量を Q_1 とする。蓄えられる電気量と極板間電圧の式「 $Q=CV$ 」より

$$Q_1 = C_1 V_1 = (4.0 \times 10^{-6}) \times (2.0 \times 10^2) = 8.0 \times 10^{-4} \text{ C}$$

スイッチをAに切りかえても、 Q_1 は変わらない。

一方、 C_2 には、再び(1)と同じ量の電気量が充電される。よって、再びスイッチをBに切りかえると、全電気量 Q は

$$Q = Q_1 + Q_2 = (8.0 \times 10^{-4}) + (2.4 \times 10^{-3}) = 3.2 \times 10^{-3} \text{ C}$$

よって $V_2 = \frac{Q}{C} = \frac{3.2 \times 10^{-3}}{12.0 \times 10^{-6}} \approx 2.7 \times 10^2 \text{ V}$

61

【解答】(1) $Q_A : 6.0 \times 10^{-4} \text{ C}$, $Q_B : 2.0 \times 10^{-4} \text{ C}$ (2) $1.6 \times 10^2 \text{ V}$

(3) $7.0 \times 10^{-2} \text{ J}$ から $6.4 \times 10^{-2} \text{ J}$ へと $6 \times 10^{-3} \text{ J}$ 減少

【指針】スイッチSを閉じると、コンデンサーA、Bの極板間の電圧が等しくなるように電荷は移動する。

【解説】(1) 電気量と極板間電圧の式「 $Q=CV$ 」より

$$Q_A = 3.0 \times 10^{-6} \times 2.0 \times 10^2 = 6.0 \times 10^{-4} \text{ C}$$

$$Q_B = 2.0 \times 10^{-6} \times 1.0 \times 10^2 = 2.0 \times 10^{-4} \text{ C}$$

(2) スwitchを閉じた後、コンデンサーA、Bに蓄えられる電気量を Q'_A , Q'_B (C) とする。

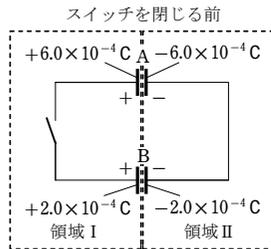
両コンデンサーに加わる電圧は共通であり、その値を V (V) とすると

$$Q'_A = 3.0 \times 10^{-6} \times V \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$Q'_B = 2.0 \times 10^{-6} \times V \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

また、スイッチを閉じる前に右図の領域Iにある全電荷は

$$6.0 \times 10^{-4} + 2.0 \times 10^{-4} = 8.0 \times 10^{-4} \text{ C}$$



であるから、電気量の保存^[1]により

$$Q'_A + Q'_B = 8.0 \times 10^{-4} \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

③式に①、②式を代入して

$$3.0 \times 10^{-6} \times V + 2.0 \times 10^{-6} \times V = 8.0 \times 10^{-4}$$

$$5.0 \times 10^{-6} \times V = 8.0 \times 10^{-4}$$

よって $V = 1.6 \times 10^2 \text{ V}$

(3) 静電エネルギーの式「 $U = \frac{1}{2} CV^2$ 」より、

スイッチを閉じる前の静電エネルギー U_1 は

$$U_1 = \frac{1}{2} \times (3.0 \times 10^{-6}) \times (2.0 \times 10^2)^2 + \frac{1}{2} \times (2.0 \times 10^{-6}) \times (1.0 \times 10^2)^2$$

$$= 7.0 \times 10^{-2} \text{ J}$$

スイッチを閉じた後の静電エネルギー U_2 は

$$U_2 = \frac{1}{2} \times (3.0 \times 10^{-6}) \times (1.6 \times 10^2)^2 + \frac{1}{2} \times (2.0 \times 10^{-6}) \times (1.6 \times 10^2)^2$$

$$= 6.4 \times 10^{-2} \text{ J}$$

スイッチを閉じる前後の静電エネルギーの変化量 ΔU は

$$\Delta U = U_2 - U_1 = 6.4 \times 10^{-2} - 7.0 \times 10^{-2} = -6 \times 10^{-3} \text{ J}$$

よって、 $7.0 \times 10^{-2} \text{ J}$ から $6.4 \times 10^{-2} \text{ J}$ へと $6 \times 10^{-3} \text{ J}$ 減少。

←[1] 領域IとIIに分けて考えると、この2つの領域は電気的に接続されていないので、他の領域へ電荷の移動ができない。したがって、それぞれの領域ごとに電気量の和は一定に保たれる。

62

- 【解答】(1) $\epsilon_0 \frac{S}{d}$ (2) $\frac{Qd}{\epsilon_0 S}$ (3) $\frac{Q}{\epsilon_0 S}$ (4) $\frac{Q^2 d}{2\epsilon_0 S}$ (5) $\frac{Q^2 x}{2\epsilon_0 S}$ (6) $\frac{Q^2 x}{2\epsilon_0 S}$
 (7) $\frac{Q^2}{2\epsilon_0 S}$

【指針】極板を引くはなすには、極板間引力に逆らって外力を加える必要がある。このとき、外力はコンデンサーに対して仕事をするので、コンデンサーの静電エネルギーは増加することになる。また、極板間引力は、極板間隔が極板の大きさに比べて十分に小さいときは、間隔によらず一定。

【解説】(1) 電気容量の式「 $C = \epsilon \frac{S}{d}$ 」より

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

(2) コンデンサーに蓄えられる電荷と極板間電圧の式「 $Q=CV$ 」より

$$V = \frac{Q}{C} = \frac{Qd}{\epsilon_0 S}$$

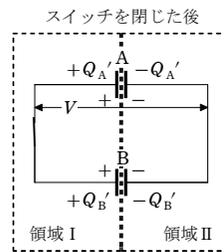
(3) 一様な電場と電位差の関係式「 $E = \frac{V}{d}$ 」より

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$$

(4) 静電エネルギーの式「 $U = \frac{1}{2} QV$ 」より

$$U = \frac{Q^2 d}{2\epsilon_0 S}$$

(5) $\Delta U = [\text{極板間距離が } d+x \text{ のときの静電エネルギー}] - U$



$$\text{よって } \Delta U = \frac{Q^2(d+x)}{2\epsilon_0 S} - \frac{Q^2 d}{2\epsilon_0 S} = \frac{Q^2 x}{2\epsilon_0 S}$$

(6) 静電エネルギーの増加分は、極板間の引力に逆らって極板を引くはなす外力が仕事をすることにより与えられる。

$$\text{よって } W = \Delta U = \frac{Q^2 x}{2\epsilon_0 S}$$

(7) 極板を引くはなす力は極板間引力と等しい大きさである。仕事の式「 $W = Fx$ 」より

$$F = \frac{W}{x} = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S} \quad \text{[1]}$$

←[1] Q , S , ϵ_0 は極板間隔によらないので、極板間引力は一定である。

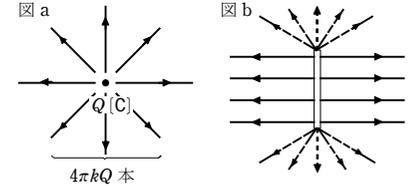
63

【解答】(ア) $2\pi kQ$ (イ) $\frac{2\pi kQ}{S}$ (ウ) $\frac{4\pi kQ}{S}$ (エ) 0 (オ) Ed

$$(カ) \frac{1}{4\pi k} \cdot \frac{S}{d}$$

【指針】 Q (C) の電荷からは、 $4\pi kQ$ 本の電気力線が出る。

点電荷の場合、電気力線は図aのように放射状に広がるが、十分広い平面に一樣に帯電していると図bようになる。



なお、平面の面積が小さいと、図bの点線で示した電気力線の存在も無視できないが、面積が十分に大きければ無視してよい。

【解説】(ア) 金属板Aの両面からは、合計 $N = 4\pi kQ$ 本の電気力線が対称に出ている。片面から出る電気力線の本数 N' は $N' = \frac{4\pi kQ}{2} = 2\pi kQ$ 本

$$(イ) \text{ 単位面積当たりの電気力線の本数が電場の強さ } E_A \text{ であるから } E_A = \frac{N'}{S} = \frac{2\pi kQ}{S}$$

(ウ) 極板間では、Aによる $2\pi kQ$ 本の電気力線とBによる $2\pi kQ$ 本の電気力線が同じ向きを向いている。したがって、極板間の電気力線の本数は $2\pi kQ + 2\pi kQ = 4\pi kQ$ 本

$$\text{電場の強さ } E \text{ は } E = \frac{4\pi kQ}{S}$$

(エ) 両極板の外では、極板AとBによる電気力線が互いに反対向きになり、同じ本数なので電気力線の総和は0となる。 $E = 0$

(オ) 一様な電場と電位差の式「 $V = Ed$ 」より $V = Ed$

$$(カ) E = \frac{4\pi kQ}{S} \text{ より } V = \frac{4\pi kQ}{S} \cdot d \text{ これを } Q \text{ についてまとめると}$$

$$Q = \left(\frac{1}{4\pi k} \cdot \frac{S}{d} \right) V \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

このコンデンサーの電気容量 C を用いた Q と V の関係式は

$$Q = CV \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

このコンデンサーの電気容量 C を用いた Q と V の関係式は

$$Q = CV \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①, ② 式を比較して $C = \frac{1}{4\pi k} \cdot \frac{S}{d}$

64

【解答】 (1) $Q_1: 17 \mu\text{C}$, $Q_2: 27 \mu\text{C}$, $Q_3: 27 \mu\text{C}$, $Q_4: 17 \mu\text{C}$, $Q_5: 10 \mu\text{C}$ (2) $1.4 \mu\text{F}$

【指針】 電気容量の等しいコンデンサーが対称的に接続されているとき、電源につながつて蓄えられる電荷も対称的になる。本問では C_1 と C_3 の電気容量が異なるので、P, R は等電位にならず、 C_5 のコンデンサーにも電荷が蓄えられる。コンデンサーの接続によって電源より孤立する部分での電気量の保存と回路内の電位差の関係式を立て、連立方程式を解くと解答が得られる。

【解説】 (1) 各コンデンサーが蓄える

電気量を右のようにおく。
電気容量の等しいコンデンサーが対称的に接続されている

($C_1=C_4$, $C_2=C_3$) ので

$Q_1=Q_4$ (= Q_A とおく)

$Q_2=Q_3$ (= Q_B とおく)

となる。

ここで、 Q_5 を Q_C とおくと、P につながる極板の電気量保存より

$-Q_A + Q_B - Q_C = 0$ …… ①

APB 間の電位差の関係から

$\frac{Q_A}{C_1} + \frac{Q_B}{C_2} = V^{[1]}$

$\frac{Q_A}{1} + \frac{Q_B}{2} = 30$ よって $2Q_A + Q_B = 60$ …… ②

また、RB 間の電位差の関係から

$\frac{Q_A}{C_4} = \frac{Q_B}{C_2} + \frac{Q_C}{C_3}$

$\frac{Q_A}{1} = \frac{Q_B}{2} + \frac{Q_C}{3}$ よって $6Q_A = 3Q_B + 2Q_C$ …… ③

①, ②, ③ 式を解いて^[2]

$Q_A = \frac{50}{3} \mu\text{C}$, $Q_B = \frac{80}{3} \mu\text{C}$, $Q_C = 10 \mu\text{C}$

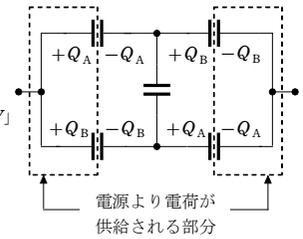
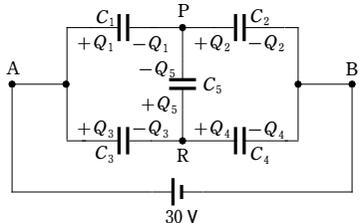
よって $Q_1 = Q_4 \doteq 17 \mu\text{C}$, $Q_2 = Q_3 \doteq 27 \mu\text{C}$, $Q_5 = 10 \mu\text{C}$ ^[3]

(2) 接続されているコンデンサー全体で蓄えている電荷 Q は

$Q = Q_A + Q_B = \frac{50}{3} + \frac{80}{3} = \frac{130}{3} \mu\text{C}$

蓄えられた電荷と極板間電圧の式「 $Q=CV$ 」より

$C = \frac{Q}{V} = \frac{(130/3)}{30} = \frac{130}{90} \doteq 1.4 \mu\text{F}$



←[1] APB での電位差を「 $Q=CV$ 」の式を利用して表す。

←[2] 3 つの未知数のうち、1 つを消去して解いていく。

例えば、①, ② 式より Q_B を消去し、同様に②, ③ 式より Q_B を消去し、 Q_A , Q_C のみの式にし、連立方程式を解く。

←[3] 【別解】 P, R の電位を V_P , V_R とおく

と、各コンデンサーの P, R につながる極板電荷は図のようになる。

P につながる極板の電荷の保存より

$C_1(V_P - 30) + C_2(V_P - 0) + C_5(V_P - V_R) = 0$
 $2V_P - V_R - 10 = 0$ …… ①

R につながる極板の電荷の保存より

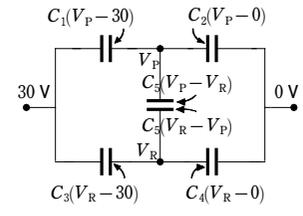
$C_3(V_R - 30) + C_4(V_R - 0) + C_5(V_R - V_P) = 0$
 $2V_R - V_P - 20 = 0$ …… ②

①, ② 式より $V_P = \frac{40}{3} \text{V}$

$V_R = \frac{50}{3} \text{V}$

したがって $Q_1 = C_1(30 - V_P) = \frac{50}{3} \mu\text{C}$

同様に、 $Q_2 \sim Q_5$ も求められる。



65

【解答】 (1) $2.0 \times 10^{-5} \text{C}$ (2) $8.0 \times 10^{-6} \text{C}$ (3) $2.4 \times 10^{-5} \text{C}$

【指針】 スイッチの切りかえで回路を変えよときの注意点

- ① コンデンサーが直列接続になるか、並列接続になるかを見分ける。
- ② 静電状態 (電流が流れていない状態) のとき、導線につながれた導体部分の電位は等しい。
- ③ 他と絶縁された部分では、スイッチの切りかえで、その部分内での電荷の移動が生じて、電気量の総和は変わらない。

【解説】 (1) S_1 を閉じたとき、 C_1 と C_2 は直列接続となり、

C_1 と C_2 には等量の電気量 Q_1 [C] が蓄えられる (図1)。 C_1 , C_2 に加わる電圧をそれぞれ V_1 , V_2 [V] とすると、直列接続の電圧の関係式より

$V_1 + V_2 = 30$ …… ①

また、電気量と極板間電圧の関係式「 $Q=CV$ 」より

$Q_1 = C_1 V_1 = C_2 V_2$

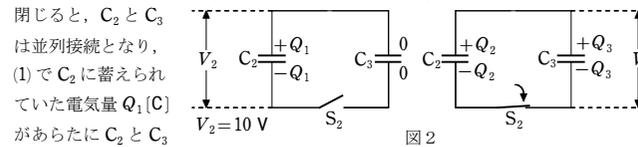
C_1 , C_2 の値を代入し、整理して

$V_1 = 2V_2$ …… ②

①, ② 式より $V_1 = 20 \text{V}$, $V_2 = 10 \text{V}$

よって $Q_1 = C_1 V_1 = (1.0 \times 10^{-6}) \times 20 = 2.0 \times 10^{-5} \text{C}$

(2) S_1 を開き、 S_2 を閉じると、 C_2 と C_3 は並列接続となり、



(1) で C_2 に蓄えられていた電気量 Q_1 [C] があらたに C_2 と C_3 とに配分される (図2)。このとき、 C_2 にたまった電気量が求める電気量 Q_2 [C] である。 C_3 にたまった電気量を Q_3 [C]、 C_2 , C_3 に加わる電圧を V [V] とすると

電気量保存の法則により $Q_2 + Q_3 = Q_1 = 2.0 \times 10^{-5}$ …… ③

電気量と極板間電圧の関係式「 $Q=CV$ 」より

$Q_2 = C_2 V = (2.0 \times 10^{-6}) V$ …… ④

$Q_3 = C_3 V = (3.0 \times 10^{-6}) V$ …… ⑤

③, ④, ⑤ 式より $V = 4.0 \text{V}$

よって、④ 式より $Q_2 = (2.0 \times 10^{-6}) \times 4.0 = 8.0 \times 10^{-6} \text{C}$

(3) (2) に続いて、 S_2 を開いたときの C_1 , C_2 の帯電状態は図3 (左) のようになり、さらに、 S_1 を閉じると

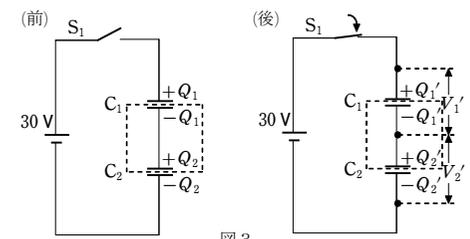


図3 (右) のようになる。点線で囲まれた他と絶縁された部分では、電気量が保存

されるので、 $(-Q_1') + Q_2' = (-Q_1) + Q_2$ より

$(-Q_1') + Q_2' = -1.2 \times 10^{-5}$ …… ⑥

また、電気量と極板間電圧の関係式「 $Q=CV$ 」より

$Q_1' = (1.0 \times 10^{-6}) V_1'$ …… ⑦

$Q_2' = (2.0 \times 10^{-6}) V_2'$ …… ⑧

直列接続の電圧の関係式より

$V_1' + V_2' = 30$ …… ⑨

⑥~⑨ 式より $Q_1' = 2.4 \times 10^{-5} \text{C}$ ^[1]

←[1] このとき $V_1' = 24 \text{V}$, $V_2' = 6.0 \text{V}$, $Q_2' = 1.2 \times 10^{-5} \text{C}$ である。

66

【指針】 金属板が挿入されている部分と、金属板が挿入されていない部分が並列に接続されていると考えることができる。

また、金属板が挿入されている部分は、金属板を片方の極板に寄せて、極板間隔が $d-l$ に狭められたコンデンサーとみなすことができる。

【解説】 (1) 金属板が挿入された幅 x の部分の電気容量を C_x 、金属板の入っていない部分の電気容量を C_1 とすると

$C_x = \frac{\epsilon_0 a x}{d-l}$, $C_1 = \frac{\epsilon_0 a (a-x)}{d}$

全体の電気容量は C_x , C_1 の並列合成容量である。

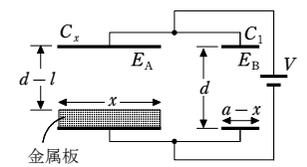
$C_x + C_1 = \frac{\epsilon_0 a x d + \epsilon_0 a (a-x)(d-l)}{d(d-l)}$

$= \frac{\epsilon_0 a [lx + a(d-l)]}{d(d-l)}$

$C_x = \frac{\epsilon_0 a x}{d-l}$, $C_1 = \frac{\epsilon_0 a (a-x)}{d}$

(2) 金属板内の電場は 0 だから、電場と電位差の式「 $E = \frac{V}{d}$ 」より^[1]

$E_A = \frac{V}{d-l}$



(3) 電場と電位差の式より^{[1]-}

$$E_B = \frac{V}{d}$$

(4) (1)で求めた電気容量の式に $x = a$ を代入すると、電気容量は $\frac{\epsilon_0 a^2}{d-l}$ となるので

$$Q = \frac{\epsilon_0 a^2}{d-l} V$$

(5), (6) 金属板が挿入された部分と、金属板が入っていない部分の電圧は、常に等しくなるように、極板上の電荷が移動する。

等しい電圧を V' とすると

$$V' = E_C(d-l) = E_D d \quad \dots\dots \text{①}$$

次に、この状態での合成容量 C を求める。

(1)の結果の x を $a-y$ に置きかえればよいので

$$C = \frac{\epsilon_0 a[l(a-y) + a(d-l)]}{d(d-l)} = \frac{\epsilon_0 a(ad-ly)}{d(d-l)}$$

このコンデンサーに蓄えられている電気量は(4)で求めた Q であるから、電気量と極板間電圧の関係式「 $Q = CV$ 」を用いて

$$V' = \frac{Q}{C} = \frac{\epsilon_0 a^2}{d-l} V \times \frac{d(d-l)}{\epsilon_0 a(ad-ly)} = \frac{adV}{ad-ly}$$

よって①式より

$$E_C = \frac{V'}{d-l} = \frac{adV}{(d-l)(ad-ly)}$$

$$E_D = \frac{V'}{d} = \frac{aV}{ad-ly}$$

←[1] 金属板が挿入された部分と、金属板が挿入されていない部分は並列に接続されていることになるので、ともに電圧 V が加わっている。

67

【解答】 (ア) $\epsilon_0 \frac{a^2}{d}$ (イ) $\frac{\epsilon_0 a^2 V^2}{2d}$ (ウ) $\frac{\epsilon_0 a^2 (d_1 - d) V^2}{2d^2}$

(エ) $-\frac{\epsilon_0 a^2 (d_2 - d) V^2}{2d_2 d}$ (オ) $\frac{(\epsilon_1 + \epsilon_0) a^2 V^2}{4d}$ (カ) $\frac{(\epsilon_1 - \epsilon_0) a^2 V^2}{2d}$

【指針】 コンデンサーの静電エネルギー U は電気容量 C を変えると変化する。充電後、スイッチ S を開いた場合は、電気量 Q が一定になるので、 U は C に反比例し

$$\left(U = \frac{Q^2}{2C} \right), S \text{ を閉じたままの場合は、電圧 } V \text{ が一定になるので、} U \text{ は } C \text{ に比}$$

例する $\left(U = \frac{1}{2} CV^2 \right)$ 。静電エネルギーの変化 ΔU は

$$S \text{ を開いた場合: } \Delta U = (\text{外力がした仕事 } W_1)$$

$$S \text{ を閉じたままの場合: } \Delta U = (\text{外力がした仕事 } W_1) + (\text{電池がした仕事 } W_2)$$

【解説】 (ア) 平行板コンデンサーの電気容量の式「 $C = \epsilon \frac{S}{d}$ 」より $C = \epsilon_0 \frac{a^2}{d}$ [F]

(イ) コンデンサーに蓄えられる電気量の式「 $Q = CV$ 」と静電エネルギーの式

$$U = \frac{1}{2} QV \text{ より}$$

$$Q = CV = \left(\frac{\epsilon_0 a^2}{d} \right) V = \frac{\epsilon_0 a^2 V}{d} \text{ [C]} \quad \dots\dots \text{①}$$

$$U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} \times \left(\frac{\epsilon_0 a^2 V}{d} \right) V = \frac{\epsilon_0 a^2 V^2}{2d} \text{ [J]} \quad \dots\dots \text{②}$$

(ウ) 極板間隔 d_1 [m] の場合の電気容量は

$$C_1 = \epsilon_0 \frac{a^2}{d_1} \text{ [F]}$$

S を切った後、①式の電気量 Q は保存されているので(図1)、静電エネルギーの式

$$U = \frac{Q^2}{2C} \text{ より}$$

$$U_1 = \frac{Q^2}{2C_1} = \frac{\epsilon_0 a^2 d_1 V^2}{2d^2} \text{ [J]} \quad \dots\dots \text{③}$$

$$\text{よって、②、③式より } \Delta U_1 = U_1 - U = \frac{\epsilon_0 a^2 (d_1 - d) V^2}{2d^2} \text{ [J]} \quad \text{[2]-}$$

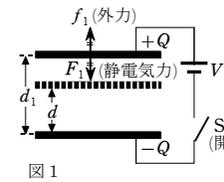


図1

(エ) 極板間隔 d_2 [m] の場合の電気容量は

$$C_2 = \epsilon_0 \frac{a^2}{d_2} \text{ [F]}$$

極板間電圧は V [V] のままなので(図2)

$$U_2 = \frac{1}{2} C_2 V^2 = \frac{\epsilon_0 a^2 V^2}{2d_2} \text{ [J]} \quad \dots\dots \text{④}$$

よって、②、④式より

$$\Delta U_2 = U_2 - U = -\frac{\epsilon_0 a^2 (d_2 - d) V^2}{2d_2 d} \text{ [J]} \quad \text{[3]-}$$

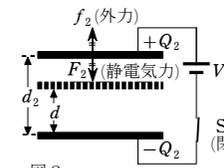


図2

(オ) 誘電体を極板の端から x [m] だけ入れた場合の電気容量を C_x [F] とする。

C_x は、誘電体が入った部分の電気容量

$$\epsilon_1 \frac{ax}{d} \text{ と真空部分の電気容量 } \epsilon_0 \frac{a(a-x)}{d}$$

の和になる(並列接続に相当)(図3)。

$$C_x = \frac{\epsilon_1 ax}{d} + \frac{\epsilon_0 a(a-x)}{d} = \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_0)x + \epsilon_0 a}{d} a \text{ [F]} \quad \dots\dots \text{⑤}$$

$$x = \frac{a}{2} \text{ [m] のときの電気容量は、⑤式より } C_{\frac{a}{2}} = \frac{(\epsilon_1 + \epsilon_0) a^2}{2d} \text{ [F]}$$

$$\text{よって } U_3 = \frac{1}{2} C_{\frac{a}{2}} V^2 = \frac{(\epsilon_1 + \epsilon_0) a^2 V^2}{4d} \text{ [J]}$$

(カ) 誘電体を任意の位置 x [m] から微小距離 Δx [m] だけ変化させたときの電気容量 C 、電気量 Q 、静電エネルギー U の変化を、それぞれ ΔC 、 ΔQ および ΔU とする。

$$\text{⑤式より } \Delta C = (C_x + \Delta C) - C_x = \frac{[(\epsilon_1 - \epsilon_0)(x + \Delta x) + \epsilon_0 a]a}{d} - \frac{[(\epsilon_1 - \epsilon_0)x + \epsilon_0 a]a}{d}$$

$$= \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_0) a \cdot \Delta x}{d} \text{ [F]} \quad \text{[5]-}$$

$$V \text{ 一定より } \Delta Q = (C_x + \Delta C)V - C_x V = \Delta C \cdot V \text{ [C]} \quad \text{[5]-}$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} (C_x + \Delta C)V^2 - \frac{1}{2} C_x V^2 = \frac{1}{2} (\Delta C)V^2 \text{ [J]}$$

この変化で、外力がした仕事を W_1 [J]、電池がした仕事を W_2 [J] とすると

$$W_1 = -F \cdot \Delta x \quad \text{[6]-} \quad W_2 = \Delta Q \cdot V \quad \text{[5]-} = \Delta C \cdot V^2$$

$$\text{エネルギーの変化と仕事の関係より } W_1 + W_2 = \Delta U$$

$$\text{以上の式より } -F \cdot \Delta x + \Delta C \cdot V^2 = \frac{1}{2} (\Delta C)V^2$$

$$\text{よって } F = \left(\frac{\Delta C}{\Delta x} \right) \frac{V^2}{2}$$

$$\Delta C \text{ の値を代入して } F = \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_0) a^2 V^2}{2d} \text{ [N]}$$

←[1] 【別解】 $U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_0 a^2}{d} \right) V^2 = \frac{\epsilon_0 a^2 V^2}{2d}$ [J]

←[2] $d_1 > d$ より $\Delta U_1 > 0$

$W_1 = \Delta U_1 > 0$ より、外力がした仕事 W_1 は正となる。

←[3] $d_2 > d$ より $\Delta U_2 < 0$

したがって、 V 一定の場合、極板間隔を広げると U は減少する。これは、このとき、外力がする仕事は正であるが、電池がする仕事は負となることによる。

【注】 電池がする仕事は、コンデンサーを充電するときは正、反対に電荷が送り返されるときは負となる。

←[4] 外力を加えないと、誘電体は静電気力によって引きこまれてしまう。静電気力に逆らう外力を加えておけば、ゆっくり挿入できる。このとき、外力はブレーキとなり、負の仕事をする。

←[5] $\Delta x > 0$ の場合、 $\epsilon_1 > \epsilon_0$ より $\Delta C > 0$ 。

よって、 $\Delta Q > 0$ となり、電荷は電池側からコンデンサー側に送られ、電池がした仕事(=電池が供給したエネルギー)は正 ($W_2 > 0$) となる。

←[6] 微小な変位 Δx では、その間の静電気力の大きさ F (=外力の大きさ f) を一定とみなす。挿入 ($\Delta x > 0$) の場合は、外力と変位が逆向きとなるので(図3)、外力は負の仕事をする ($W_1 < 0$)。

【注】 誘電体を引き抜くときは、外力と変位の向きが一致するので、外力は正の仕事をする ($W_1 > 0$)。

68

【解答】 (1) (a) V (b) $\frac{3}{4}V$ (c) $\frac{V}{4d}$ (d) $\frac{1}{8}CV^2$

(2) (a) $\frac{V}{d}$ (b) $\frac{V}{3d}$ (c) $\frac{16}{3}CV$

【指針】 図1は、 X と Z からなるコンデンサーと、 Z と Y からなるコンデンサーの直列接続の回路。

図2は、 Z と X からなるコンデンサーと、 Z と Y からなるコンデンサーの並列接続の回路。

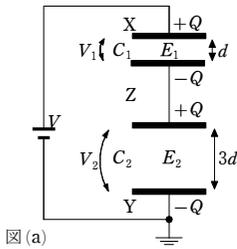
【解説】 極板 X 、 Y と金属板 Z の面積を S 、空気の誘電率を ϵ 、 X と Z および Z と Y からなるコンデンサーの電気容量をそれぞれ C_1 、 C_2 とする。

電気容量の式「 $C = \epsilon \frac{S}{d}$ 」より

$$C = \epsilon \frac{S}{4d}, C_1 = \epsilon \frac{S}{d}, C_2 = \epsilon \frac{S}{3d}$$

$$\text{よって } C_1 = 4C \quad \text{[1]-}, C_2 = \frac{4}{3}C \quad \text{[1]-}$$

- (1) 図1は C_1 と C_2 を直列に接続した回路になり、 C_1 、 C_2 には等量の電気量 Q が蓄えられる。 C_1 、 C_2 に加わる電圧をそれぞれ V_1 、 V_2 とする(図(a))。



電気量と電圧の関係式「 $Q=CV$ 」より

$$Q=C_1V_1=C_2V_2$$

C_1 、 C_2 の値を代入し、整理して

$$3V_1=V_2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

また $V_1+V_2=V$ $\dots\dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ 式より $V_1=\frac{1}{4}V$ 、 $V_2=\frac{3}{4}V$

(a) 極板 X の電位 V_x は電池の正極の電位と等しく $V_x=V$

(b) 金属板 Z の電位 $V_z=V_2=\frac{3}{4}V$

(c) 一様な電場での電場と電位差の関係式「 $E=\frac{V}{d}$ 」より

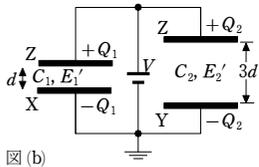
X、Z 間の空間の電場の強さ $E_1=\frac{V_1}{d}=\frac{V}{4d}$

(d) 静電エネルギーの式「 $U=\frac{1}{2}CV^2$ 」より、 C_1 に蓄えられる静電エネルギー

U_1 は

$$U_1=\frac{1}{2}C_1V_1^2=\frac{1}{2}\times(4C)\times\left(\frac{V}{4}\right)^2=\frac{1}{8}CV^2$$

- (2) 図2は C_1 と C_2 を並列に接続した回路になる(図(b))。 C_1 、 C_2 に加わる電圧は V であるから



(a) $E_1'=\frac{V}{d}$ (b) $E_2'=\frac{V}{3d}$

(c) Z に蓄えられる電気量 Q_z のうち、X 側、Y 側の面にある電気量をそれぞれ Q_1 、 Q_2 とすると

$$Q_1=C_1V=4CV \quad Q_2=C_2V=\frac{4}{3}CV$$

よって $Q_z=Q_1+Q_2=\frac{16}{3}CV$

←[1] $\frac{C_1}{C}=\left(\frac{\epsilon S}{d}\right)\times\left(\frac{4d}{\epsilon S}\right)=4$ よって $C_1=4C$

$$\frac{C_2}{C}=\left(\frac{\epsilon S}{3d}\right)\times\left(\frac{4d}{\epsilon S}\right)=\frac{4}{3}$$

←[2] 参考 Z、Y 間の空間の電場の強さ E_2 は $E_2=\frac{V_2}{3d}=\frac{1}{3d}\left(\frac{3}{4}V\right)=\frac{V}{4d}$

したがって $E_1=E_2$

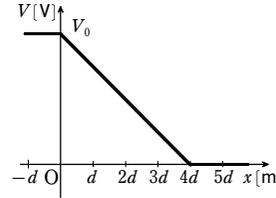
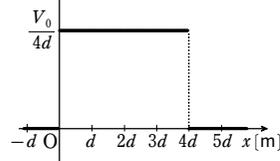
つまり、直列接続では、各極板の電気量 Q が等しいので、同じ面積の極板の場合は、極板の間隔によらず、電場も等しい。

←[3] 参考 $Q_1=3Q_2$ であるから、 Q_1 から出る電気力線数は、 Q_2 のその3倍になる。電場の強さは 1m^2 当たりの電気力線数で表され、この場合は、各電極の面積が等しいので $E_1'=3E_2'$ の関係がある。

69

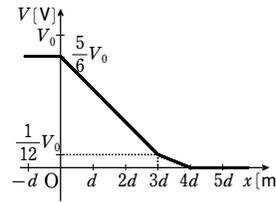
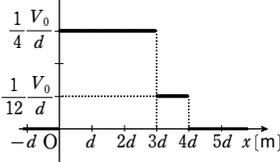
解答 (1) $\epsilon_0\frac{L^2}{4d}$ [F]

(2) E [V/m]



(3) (a) $\frac{3\epsilon_0L^2}{10d}$ [F] (b) $\frac{5}{6}V_0$ [V] (c) $\frac{1}{12}V_0$ [V]

(4) E [V/m]



指針 極板間に誘電体を挿入したコンデンサーの電気容量は、誘電体が入っていない部分の極板間隔 $3d$ のコンデンサー(電気容量 C_1)と誘電体が入った部分の極板間隔 d のコンデンサー(電気容量 C_2)を、直列に接続した場合の合成容量と同じになる。

解説 (1) 電気容量の式「 $C=\epsilon\frac{S}{d}$ 」より $C_0=\epsilon_0\frac{L^2}{4d}$ [F]

(2) 極板間の空間 ($0 < x < 4d$) には一様な電場ができる。

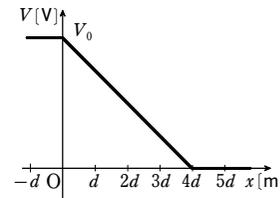
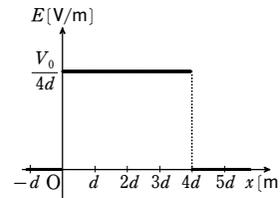
一様な電場での電場の強さと電位差との関係式「 $V=Ed$ 」, 「 $E=\frac{V}{d}$ 」より

$$E=\frac{V_0}{4d}$$
 [V/m] (一定)

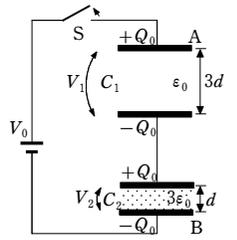
また、極板 A の電位は V_0 [V] で、A と位置 x [m] との電位差は Ex [V] であるから、位置 x [m] での電位 V [V] は

$$V=V_0-Ex=V_0-\frac{V_0}{4d}x$$

A の上方と B の下方の電場は 0 で、電位はそれぞれ A、B と等電位であるから、以上より、 $E-x$ 図、 $V-x$ 図は次のようになる。



- (3) (a) 図2の状態での電気容量 C は、真空の部分の電気容量 C_1 のコンデンサーと、誘電体(誘電率 $3\epsilon_0$)の部分の電気容量 C_2 のコンデンサーを、直列に接続した場合の合成容量と同じになる(右図)。



$$C_1=\epsilon_0\frac{L^2}{3d}$$
 [F], $C_2=3\epsilon_0\frac{L^2}{d}$ [F]

合成容量の式(直列) $\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$ より

$$\frac{1}{C}=\frac{3d}{\epsilon_0L^2}+\frac{d}{3\epsilon_0L^2}=\frac{10d}{3\epsilon_0L^2}$$
 よって $C=\frac{3\epsilon_0L^2}{10d}$ [F]

(b) 図1の状態でもコンデンサーに蓄えられた電気量 Q_0 は

$$Q_0=C_0V_0=\left(\frac{\epsilon_0L^2}{4d}\right)V_0=\frac{\epsilon_0L^2V_0}{4d}$$
 [C]

S を開いた後、 Q_0 は保存され、合成容量 C [F] のコンデンサーに加わる電圧は ($V_A-0=$) V_A [V]、蓄えられる電気量は Q_0 [C] となるので、電気量の式「 $Q=CV$ 」より $Q_0=CV_A$

よって $V_A=\frac{Q_0}{C}=\left(\frac{\epsilon_0L^2V_0}{4d}\right)\times\left(\frac{10d}{3\epsilon_0L^2}\right)=\frac{5}{6}V_0$ [V]

(c) C_1 、 C_2 に加わる電圧をそれぞれ V_1 、 V_2 [V] とすると、 $x=3d$ における電位 $V_x=V_2$ [V] である。

直列接続での電圧の関係式 $V=V_1+V_2$ より

$$V_1+V_2=V_A=\frac{5}{6}V_0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

電気量の関係式 $Q_0=C_1V_1=C_2V_2$ より

$$\left(\frac{\epsilon_0L^2}{3d}\right)V_1=\left(\frac{3\epsilon_0L^2}{d}\right)V_2$$
 よって $V_1=9V_2$ $\dots\dots \textcircled{2}$

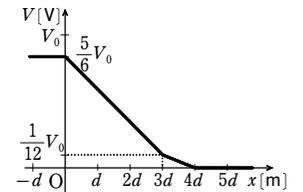
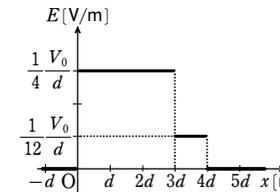
$\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ 式より $V_1=\frac{3}{4}V_0$ [V]⁽¹⁾、 $V_2=\frac{1}{12}V_0$ [V]⁽¹⁾

よって $V_x=V_2=\frac{1}{12}V_0$ [V]

(4) C_1 の極板間の空間の電場の強さを E_1 [V/m]、 C_2 の誘電体内の電場の強さを E_2 [V/m] とする。一様な電場での電場の強さと電位差の関係式「 $E=\frac{V}{d}$ 」より

$$E_1=\frac{V_1}{3d}=\frac{1}{4}\frac{V_0}{d}$$
 [V/m]⁽²⁾、 $E_2=\frac{V_2}{d}=\frac{1}{12}\frac{V_0}{d}$ [V/m]⁽²⁾

E_1 、 E_2 の値および(3)の V_A 、 V_x の値とから、 $E-x$ 図、 $V-x$ 図は次のようになる。



←[1] 別解 C_1 、 C_2 (直列接続)には等量の電気量 Q_0 が蓄えられているので

高2物理総合S・SA 電磁気練習問題【解答】

$$Q_0 = C_1 V_1 = C_2 V_2 \text{ より } V_1 = \frac{Q_0}{C_1} = \frac{3}{4} V_0 \text{ (V)}, \quad V_2 = \frac{Q_0}{C_2} = \frac{1}{12} V_0 \text{ (V)}$$

←[2] 強さ E の電場 (真空中) に置いた誘電体 (比誘電率 ϵ_r) の内部の電場は $\frac{1}{\epsilon_r}$ 倍に

$$\text{減少する。 } E' = \frac{E}{\epsilon_r}$$

この場合は $E' = E_2$, $E = E_1$, $\epsilon_r = 3$ であるから, $E_2 = \frac{E_1}{3}$ の関係がある。

70

【解答】 (1) 0.30 mA (2) 0.20 mA (3) $I_2' : 0.12 \text{ mA}$ $Q : 1.8 \times 10^{-3} \text{ C}$

【指針】 コンデンサーは、外部から充電されているときには導線 (抵抗値は、充電開始直後は 0, 終了後は ∞) とみなされ、外部へ放電しているときには電源とみなされる。

【解説】 (1) S_1 を閉じた瞬間は、C に蓄えられている電気量は 0 で、極板間の電圧も 0 であるから、C は抵抗のない導線とみなせる。よって、

$$\text{図 1 より } I_1 = \frac{6.0}{20} = 0.30 \text{ mA}^{(1)}$$

(2) 充電後に S_1 を開いたとき、C の電位差は 6.0 V となる。よって、図 2 より

$$I_2 = \frac{6.0}{30} = 0.20 \text{ mA}$$

(3) S_1, S_2 を閉じ、充電が終わると、C に電荷が流れこまなくなる。このとき、 R_1, R_2 は直列につながるの、図 3 より

$$I_2' = \frac{6.0}{20+30} = 0.12 \text{ mA}$$

R_2 に加わる電圧 V は

$$V = R_2 I_2' = 30 \times 0.12 = 3.6 \text{ V}^{(1)}$$

よって、電気量と極板間電圧の式「 $Q = CV$ 」より

$$Q = (500 \times 10^{-6}) \times 3.6 = 1.8 \times 10^{-3} \text{ C}$$

←[1] 単位 k Ω , mA の間には、次の関係がある。

$$1 \text{ k}\Omega = 10^3 \Omega$$

$$1 \text{ mA} = 10^{-3} \text{ A}$$

よって

$$\text{k}\Omega \times \text{mA} = \Omega \times \text{A} = \text{V}$$

$$\frac{\text{V}}{\text{k}\Omega} = \text{mA}$$

71

【解答】 (1) 0.12 A (2) $C_1 : 8.0 \mu\text{C}, C_2 : 8.0 \mu\text{C}$ (3) $C_1 : 16 \mu\text{C}, C_2 : 6.0 \mu\text{C}$

(4) $-10 \mu\text{C}$ (5) N から M の向き

【指針】 直列回路でのコンデンサーのはたらきは次のようになる。

充電開始時：抵抗値 0 の導線とみなせる。

充電終了時：抵抗値 ∞ の導線 (切れた導線) とみなせる。

【解説】 (1) はじめ、 C_1, C_2 には電荷がなく、

起電力 E がないので、 C_1, C_2 は抵抗値 0 の導線とみなせる。 R_1, R_2 はこのみかけの導線で短絡され、 R_1, R_2 には電流が流れない (図 a)。

よって、 R_3 に流れる電流を I_1 [A] とすると $I_1 = \frac{E}{R_3} = \frac{12}{100} = 0.12 \text{ A}$

(2) このとき、 R_1, R_2, R_3 (直列) に流れる電流を I [A] とする (図 b)。

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{12}{600} = 0.020 \text{ A}$$

C_1, C_2 は直列になるので等量の電気量を蓄える。この電気量を Q [C] とし、 C_1, C_2 の両端に加わる電圧 (図の AB 間の電圧) を V_{AB} [V] とする。 V_{AB} は、 R_1, R_2 (直列) の両端の電圧でもあるから $V_{AB} = (R_1 + R_2)I = 500 \times 0.020 = 10 \text{ V}$

一方、 C_1, C_2 (直列) の合成容量 C [μF] は $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ より

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{4.0 \times 1.0}{4.0 + 1.0} = 0.80 \mu\text{F}$$

よって $Q = CV_{AB} = 0.80 \times 10 = 8.0 \mu\text{C}^{(2)}$

(3) K_2 を閉じて時間が十分経過した後の回路の電流は (2) と同じ 0.020 A となる。このとき、 C_1, C_2 に蓄えられる電気量をそれぞれ Q_1, Q_2 [C] とすると (図 c), C_1 には R_1 の両端の電圧 V_1 [V] が加わり、 C_2 には R_2 の両端の電圧 V_2 [V] が加わるので

$$V_1 = R_1 I = 200 \times 0.020 = 4.0 \text{ V}$$

$$V_2 = R_2 I = 300 \times 0.020 = 6.0 \text{ V}$$

よって

$$Q_1 = C_1 V_1 = 4.0 \times 4.0 = 16 \mu\text{C}$$

$$Q_2 = C_2 V_2 = 1.0 \times 6.0 = 6.0 \mu\text{C}$$

(4) N 側の極板の部分の C_1, C_2 の電気量の和は

$$(2) \text{ の状態 (図 b) では } (-Q) + (+Q) = 0$$

$$(3) \text{ の状態 (図 c) では } (-Q_1) + (+Q_2) = -10 \mu\text{C}$$

したがって、 K_2 を通って M から N へ移動した電荷 ΔQ [C] は

$$\Delta Q = (-10) - 0 = -10 \mu\text{C}$$

(5) 電流の向きは負電荷の移動の向きと反対であるから、N から M の向き

←[1] コンデンサーに電荷が蓄えられると、電池の起電力と反対向きの起電力を生じ、電流の流入を妨げるはたらきをする。

←[2] $Q = 8.0 \times 10^{-6} \text{ C}$ としてもよい。

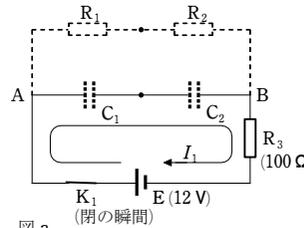


図 a

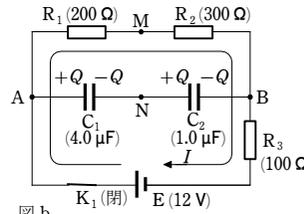


図 b

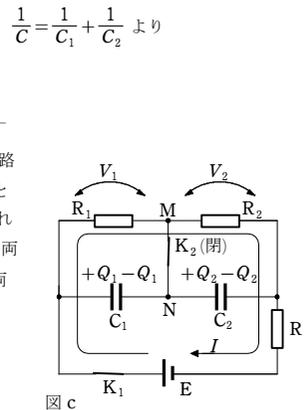


図 c