第 1 回

問題を解くまえに

◆ 本問題は100点満点です。

◆ 問題解答時間は70分です。

◆ 問題を解いたら必ず自己採点により学力チェックを行い，解答・解説，学習対策を参考にしてください。

◆ 以下は，'23全統共通テスト高２模試の結果を表したものです。

人数	97,976
配点	100
平均点	49.7
標準偏差	18.0
最高点	100
最低点	0

第１問 （配点　30）

〔１〕 x，y を正の実数とし，$A=\dfrac{2+\sqrt{y}}{x}$，$B=\dfrac{2+\sqrt{y}}{x+1}$，$C=\dfrac{2+\sqrt{y}}{x+2}$ とする。

(1) $x=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$，$y=12$ とする。

$A=\boxed{\text{ア}}+\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$

であり，$m<A<m+1$ を満たす整数 m は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

（数学Ⅰ，数学Ａ第１問は次ページに続く。）

(2) $x=5$，$\dfrac{1}{y}=0.\dot{0}\dot{1}$ とする。

$\dfrac{100}{y}-\dfrac{1}{y}$ を計算することで

$y=\boxed{\text{エオ}}$

とわかる。

よって，$n<2+\sqrt{y}<n+1$ を満たす整数 n は $\boxed{\text{カキ}}$ である。

また，A，B，C を小数で表したときの小数第１位の数をそれぞれ a，b，c とすると $\boxed{\text{ク}}$ である。

$\boxed{\text{ク}}$ の解答群

⓪ $a<b<c$	① $a<c<b$	② $b<a<c$
③ $b<c<a$	④ $c<a<b$	⑤ $c<b<a$

（数学Ⅰ，数学Ａ第１問は次ページに続く。）

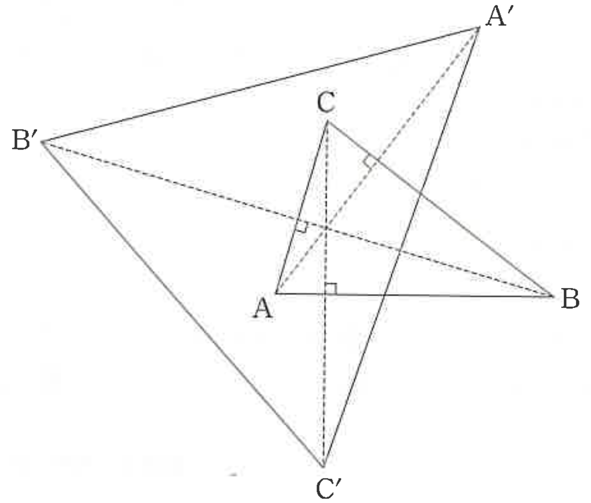
〔2〕 △ABC において，$BC=a$，$CA=b$，$AB=c$，$\angle ABC<60^\circ$ とし，さらに

直線 BC に関して点 A と対称な点を A′

直線 CA に関して点 B と対称な点を B′

直線 AB に関して点 C と対称な点を C′

とする。



参考図

△ABC，△A′BC，△ABC′ が合同であることに注意すると，

$\angle A'BC'=\angle ABC\times\boxed{\text{ケ}}$ である。

(1) $a=3\sqrt{3}$，$b=\sqrt{7}$，$c=5$ とする。

$$\cos\angle ABC=\frac{\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

であり，$\angle A'BC'=\boxed{\text{シス}}^\circ$ であるから

$$A'C'=\boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソタ}}}$$

である。

（数学Ⅰ，数学A第1問は次ページに続く。）

(2) △ABC において，$\angle BAC=60^\circ$，$\angle ABC=\alpha$，$\angle ACB=\beta$ とする。

このとき

$$3\alpha+3\beta=\boxed{\text{チツテ}}^\circ$$

である。また，$\angle ABC<60^\circ$ であるから $\boxed{\text{ト}}$ である。

次に，△BA′C′，△CA′B′ の面積をそれぞれ S_1，S_2 とする。

a，b，c が $\angle BAC=60^\circ$，$\angle ABC<60^\circ$ を満たしながら変化するときの S_1 と S_2 の大小関係の記述として，下の⓪～③のうち，正しいものは $\boxed{\text{ナ}}$ である。

$\boxed{\text{ト}}$ の解答群

⓪ $b<c$	① $b=c$	② $b>c$

$\boxed{\text{ナ}}$ の解答群

⓪ つねに $S_1=S_2$ である。
① つねに $S_1>S_2$ である。
② つねに $S_1<S_2$ である。
③ $S_1>S_2$ となることもあれば，$S_1<S_2$ となることもある。

第2問 (配点 30)

〔1〕 あるスーパーマーケットが自社製の総菜Sを期間限定で販売することにした。

総菜Sの1個あたりの価格を k 円とすると，x 個売れたときの売り上げ金額は kx 円である。

総菜Sを1個作るのにかかる費用は50円であり，売り上げ金額から作った個数分の費用を引いたものを利益とする。ここでは，人件費などは考えないものとし，作った総菜Sはその日のうちにすべて売れるものとする。

(1) 1日限定で総菜Sを販売する。

x 個の総菜Sを作り，1個あたりの価格を $(450-x)$ 円 $(0<x<400)$ とすると，売り上げ金額は $\boxed{\text{ア}}$ 円，利益は $\boxed{\text{イ}}$ 円である。また，利益が最大となるのは $x=\boxed{\text{ウエオ}}$ のときである。

$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ $-x^2+350x$	① $-x^2+400x$
② $-x^2+450x$	③ $-x^2+500x$

(2) 総菜Sの販売期間を2日間とし，この2日間における利益の合計を総利益とする。また，1日目は x_1 個，2日目は x_2 個の総菜Sを作るものとする。このとき，総菜Sの価格設定について，次の二つのプランを考えた。

プランA：1日目，2日目ともに1個あたりの価格を $(450-x_1-x_2)$ 円 $(x_1>0,\ x_2>0,\ x_1+x_2<400)$ とする。

プランB：1日目の1個あたりの価格を $(450-x_1)$ 円 $(0<x_1<400)$ とし，x_1 は1日目の利益が最大となるように定める。そのように定めた x_1 に対して，2日目の1個あたりの価格を $(450-x_1-x_2)$ 円 $(x_2\geqq 0,\ x_1+x_2<400)$ とする。

(数学Ⅰ，数学A第2問は次ページに続く。)

(i) このスーパーマーケットでアルバイトをしている太郎さんと花子さんがプランAについて話をしている。

太郎：x_1 と x_2 はどう決めたらよいのかな。
花子：x_1 と x_2 の合計が同じなら，総利益も同じになる気がする。
太郎：具体的にいくつかの値で総利益を計算してみようか。

プランAを採用した場合
$(x_1,\ x_2)=(50,\ 100)$ のときの総利益を a 円
$(x_1,\ x_2)=(75,\ 75)$ のときの総利益を b 円
$(x_1,\ x_2)=(100,\ 150)$ のときの総利益を c 円
とすると，a，b，c の大小関係について，$\boxed{\text{カ}}$ が成り立つ。

$\boxed{\text{カ}}$ の解答群

⓪ $a=b=c$	① $a=b<c$	② $a=b>c$	③ $a<b<c$

(ii) プランBを採用した場合，2日目の利益は $\boxed{\text{キ}}$ 円である。

$\boxed{\text{キ}}$ の解答群

⓪ $-x_2^2+200x_2$	① $-x_2^2+225x_2$	② $-x_2^2+250x_2$

(iii) プランA，プランBを採用した場合の総利益の最大値をそれぞれ M_A，M_B とし，$D=M_A-M_B$ とすると，$\boxed{\text{ク}}$ が成り立つ。

$\boxed{\text{ク}}$ の解答群

⓪ $D<-5000$	① $-5000\leqq D\leqq 5000$	② $D>5000$

(数学Ⅰ，数学A第2問は次ページに続く。)

〔2〕 総務省は，一級河川の「幹川流路延長」と「流域面積」を発表している。

「幹川流路延長」とは本川の上流端から下流端までの長さであり，「流域面積」とは地上に降った雨や雪がその川に流れ込む土地の面積である。

以下では，「流域面積」が 1500 km^2 以上の一級河川 44 本の「幹川流路延長」と「流域面積」について考える。また，データが与えられた際，それぞれのデータに対して次の値を外れ値とする。

「(第 1 四分位数) − 1.5 × (四分位範囲)」以下のすべての値
「(第 3 四分位数) + 1.5 × (四分位範囲)」以上のすべての値

(1) 次のデータは，一級河川 44 本の「幹川流路延長」(単位は km)を並べたものである。

367	322	268	256	249	239	229	229	213	210	196
194	194	183	173	156	154	153	150	146	143	142
142	137	136	136	133	133	128	126	124	120	120
118	116	115	111	109	107	106	103	102	96	75

(出典：総務省の Web ページにより作成)

(数学Ⅰ，数学A第 2 問は次ページに続く。)

このデータにおいて，第 1 四分位数は $\boxed{\text{ケコサ}}$ であり，第 3 四分位数は $\boxed{\text{シスセ}}$ であるから，外れ値は全部で $\boxed{\text{ソ}}$ 個である。

また，一級河川 44 本の「幹川流路延長」の平均値を m_{44}，四分位範囲を q_{44} とし，外れ値を除いた一級河川 $(44-\boxed{\text{ソ}})$ 本の「幹川流路延長」の平均値を m'，四分位範囲を q' とすると

$$m_{44}\ \boxed{\text{タ}}\ m',\quad q_{44}\ \boxed{\text{チ}}\ q'$$

である。

$\boxed{\text{タ}}$，$\boxed{\text{チ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ <	① =	② >

(数学Ⅰ，数学A第 2 問は次ページに続く。)

(2) 図1は一級河川44本の「幹川流路延長」(横軸)と「流域面積」(縦軸)の散布図である。なお，この散布図には完全に重なっている点はない。

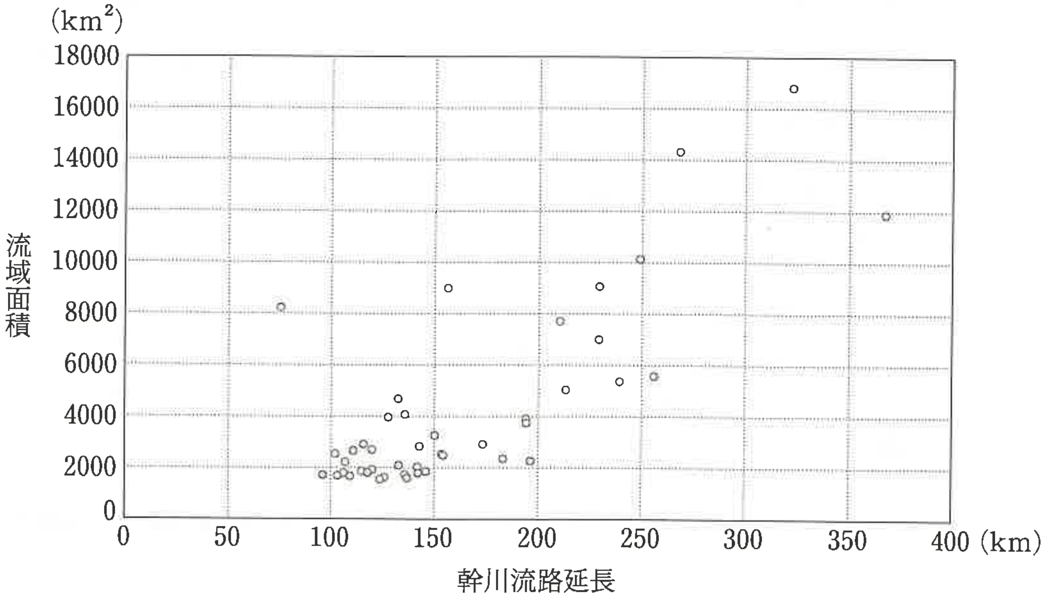


図1 「幹川流路延長」と「流域面積」の散布図

(出典：総務省の Web ページにより作成)

(数学Ⅰ，数学A第2問は次ページに続く。)

次の⓪～④のうち，(1)のデータと(2)の図1から読み取れることとして正しいものは $\boxed{ツ}$ と $\boxed{テ}$ である。

$\boxed{ツ}$，$\boxed{テ}$ の解答群(解答の順序は問わない。)

⓪ 「幹川流路延長」が最大の河川は，「流域面積」が最大である。

① 「流域面積」が 6000 km^2 未満の河川の数は 35 である。

② 「幹川流路延長」が「幹川流路延長」の第3四分位数より大きい河川は，すべて「流域面積」が 4000 km^2 以上である。

③ 「幹川流路延長」が「幹川流路延長」の第1四分位数より小さい河川は，すべて「流域面積」が 4000 km^2 未満である。

④ 「幹川流路延長」と「流域面積」の積が最大の河川は，「流域面積」が最大である。

(数学Ⅰ，数学A第2問は次ページに続く。)

(3) 太郎さんと花子さんが通っているＫ高校の近くには，一級河川のＲ川がある。Ｋ高校では地域貢献としてＲ川の美化活動を行っており，太郎さんと花子さんはＫ高校の生徒に対してＲ川の状況についてアンケートをとることを考えている。

太郎：40人の生徒に，Ｒ川がきれいかどうかをたずねたとき，どのくらいの人が「きれいだと思う」と回答したら，Ｋ高校の全生徒のうち，きれいだと思う人の方が多いと判断してよいのかな。

花子：半分よりは多い人数だと思うのだけど…。

二人は，40人のうち26人が「きれいだと思う」と回答した場合に，「Ｋ高校の全生徒を対象とした場合，Ｒ川はきれいだと思う人の方が多い」といえるかどうかを，次の**方針**で考えることにした。

方針

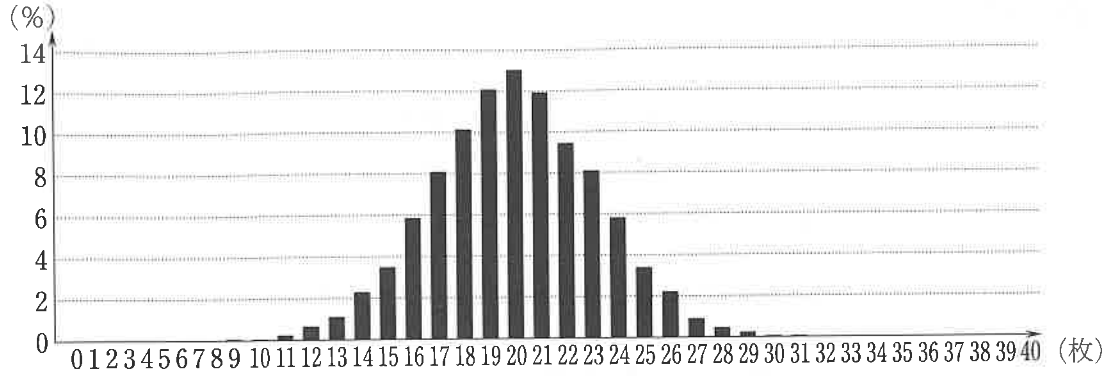
- “Ｋ高校の全生徒のうちで，きれいだと思う人の方が多いとはいえず，「きれいだと思う」と回答する割合と，「きれいだと思う」と回答しない割合が等しい”という仮説をたてる。
- この仮説のもとで，40人抽出したうちの26人以上が「きれいだと思う」と回答する確率が5%未満であれば，その仮説は誤っていると判断し，5%以上であれば，その仮説は誤っているとは判断しない。

次の**実験結果**は，40枚の硬貨を投げる実験を500回行ったとき，表が出た枚数ごとの回数の割合を示したものである。

実験結果

表の枚数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
割合	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.1%	
表の枚数	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
割合	0.1%	0.2%	0.7%	1.1%	2.3%	3.5%	5.9%	8.1%	10.2%	12.1%	
表の枚数	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	
割合	13.1%	11.9%	9.4%	8.1%	5.8%	3.3%	2.2%	0.9%	0.5%	0.3%	
表の枚数	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
割合	0.1%	0.1%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%

(数学Ⅰ，数学Ａ第２問は次ページに続く。)



実験結果を用いると，40枚の硬貨のうち26枚以上が表となった割合は $\boxed{\text{ト}}$.$\boxed{\text{ナ}}$%である。これを，40人のうち26人以上が「きれいだと思う」と回答する確率とみなし，**方針**に従うと，「きれいだと思う」と回答する割合と，「きれいだと思う」と回答しない割合が等しいという仮説は $\boxed{\text{ニ}}$，Ｒ川はきれいだと思う人の方が $\boxed{\text{ヌ}}$。

$\boxed{\text{ニ}}$，$\boxed{\text{ヌ}}$ については，最も適当なものを，次のそれぞれの解答群から一つずつ選べ。

$\boxed{\text{ニ}}$ の解答群

⓪ 誤っていると判断され	① 誤っているとは判断されず

$\boxed{\text{ヌ}}$ の解答群

⓪ 多いといえる	① 多いとはいえない

第3問 (配点　20)

$\triangle ABC$ において，$AB=2$，$BC=3$，$\angle ABC=90°$ とする。

このとき

$$AC=\sqrt{\boxed{アイ}}$$

である。また，点 D を線分 BD の中点が A となるようにとると

$$BD=\boxed{ウ},\quad CD=\boxed{エ}$$

である。

点 O を中心とする円が線分 BD と線分 CD の両方に接している。ただし，円 O と線分 BD との接点は A であり，円 O と線分 CD との接点を E とする。さらに，直線 DO と辺 BC との交点を F とする。

このとき

$$CE=\boxed{オ},\quad BF=\frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$$

であり，円 O の半径は $\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ である。

(数学Ⅰ，数学A第3問は次ページに続く。)

辺 AC と円 O との交点で A と異なる点を G とし，直線 DG と辺 BC との交点を H とする。方べきの定理により

$$CG=\frac{\boxed{コ}\sqrt{\boxed{サシ}}}{\boxed{スセ}}$$

である。また

$$\frac{BH}{HC}=\frac{\boxed{ソ}}{\boxed{タ}}$$

であるから，$\triangle FGH$ の面積は $\dfrac{\boxed{チツ}}{\boxed{テトナ}}$ である。

第４問 （配点　20）

1個のさいころを繰り返し投げ，次の**規則**(a)，(b)にしたがって箱の中の球の個数（以下，球数）を変化させる。最初，箱の中に球は入っていない。

規則

(a)　1回目に出た目が，3の倍数のときは箱に球を1個入れ，3の倍数でないときは箱に球を2個入れる。

(b)　2回目以降は次のように球数を変化させる。

- 出た目が3の倍数のときは箱に球を1個追加する。
- 出た目が3の倍数でないときは球数が2倍になるように球を追加する。

例えば，1，2，3回目に出た目がそれぞれ6，3，2ならば，球数は

$$0\text{個} \xrightarrow[+1]{\qquad} 1\text{個} \xrightarrow[+1]{\qquad} 2\text{個} \xrightarrow[\times 2]{\qquad} 4\text{個}$$

と変化する。

(1)　さいころを1回投げるとき，3の倍数の目が出る確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

（数学Ⅰ，数学A第4問は次ページに続く。）

(2)　さいころを2回投げた後の球数のとり得る値は，小さい方から順に

2，$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$

であり，それぞれの値をとる確率は次のようになる。

球数	2	$\boxed{\text{ウ}}$	$\boxed{\text{エ}}$
確率	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$	$\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$

よって，さいころを2回投げた後の球数の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

また，さいころを2回投げた後の球数が $\boxed{\text{エ}}$ であったとき，2回目に出た目が5である条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(3)　球数が5以上になったところでさいころを投げることを終了するものとし，終了するまでにさいころを投げる回数を N とする。

N の最小値は $\boxed{\text{セ}}$ であり，$N = \boxed{\text{セ}}$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ である。

また，N の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。