

1 [2001 神戸大]

関数 $f(x) = 1 + \frac{1}{2x} + \frac{\log x}{x}$ を考える。次の間に答えよ。

ただし、 e は自然対数 $\log x$ の底である。

- (1) $f(x)$ の極値と変曲点を求め、グラフの概形を描け。ここで $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$ を用いてよい。また、グラフと座標軸との交点の座標は求めなくてよい。
- (2) 定積分 $\int_{\frac{1}{e}}^e f(x) dx$ の値を求めよ。

2 [2003 神戸大]

$f(x)$ は実数全体で定義された何回でも微分可能な関数で、 $f(0) = 0$ 、 $f(\pi) = 0$ を満たすとする。次の問いに答えよ。

- (1) $\int_0^\pi f(x) \sin x dx = -\int_0^\pi f''(x) \sin x dx$ を示せ。
- (2) $f(x) = x(x - \pi)$ のとき、実数 a に対し $F(a) = \int_0^\pi \{af(x) - \sin x\}^2 dx$ とする。 a を変化させたとき、 $F(a)$ を最小にする a の値を求めよ。