STUDY COLLABO
ENGLISH PRIVATE SCHOOL
スタディ・コラボ

夏期確認テスト

【式と証明】

氏名

国私立中高一貫校対象英語数学個別指導　スタディ•コラボ

$\boxed{1}$

Ⅰ　$(x-2y)^5$ の展開式を求めよ。

$x^5 - \boxed{\text{アイ}}\, x^4 y + \boxed{\text{ウエ}}\, x^3 y^2 - \boxed{\text{オカ}}\, x^2 y^3 + \boxed{\text{キク}}\, x y^4 - \boxed{\text{ケコ}}\, y^5$

Ⅱ　次の式の展開式における，[　] 内に指定された項の係数を求めよ。

(1)　$(x+2)^7$　　$[x^4]$　　$\boxed{\text{サシス}}$

(2)　$(x^2-1)^7$　　$[x^4]$　　$-\boxed{\text{セソ}}$

(3)　$\left(x^2+\dfrac{1}{x}\right)^{10}$　　$[x^{11}]$　　$\boxed{\text{タチツ}}$

(4)　$(x+2y+3z)^4$　　$[x^2yz]$　　$\boxed{\text{テト}}$

$\boxed{2}$

Ⅰ　次の整式 A，B について，A を B で割った商と余りを求めよ。

$A=2x^3-5x^2+4x-1$，$B=x^2-x+1$

商 $\boxed{\text{ア}}x-\boxed{\text{イ}}$，余り $-x+\boxed{\text{ウ}}$

Ⅱ　次の式を計算せよ。

(1) $\dfrac{x^2-3x-10}{2x^2+5x+2}\div\dfrac{x^2+x-12}{2x^2-5x-3}$　　$\dfrac{x-\boxed{\text{エ}}}{x+\boxed{\text{オ}}}$

(2) $\dfrac{x}{x+1}-\dfrac{1}{x+2}$　　$\dfrac{x^2+x-\boxed{\text{カ}}}{\left(x+\boxed{\text{キ}}\right)\left(x+\boxed{\text{ク}}\right)}$

(3) $\dfrac{x-1}{x^2+3x+2}-\dfrac{x-3}{x^2+4x+3}$　　$\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\left(x+\boxed{\text{コ}}\right)\left(x+\boxed{\text{サ}}\right)}$

(4) $\dfrac{x-1+\dfrac{2}{x+2}}{x+1-\dfrac{2}{x+2}}$　　$\dfrac{x+\boxed{\text{シ}}}{x+\boxed{\text{ス}}}$

$\boxed{3}$

Ⅰ　次の等式のうち，恒等式ではないものはどれか。

①　$(x+5)(x-4)=x^2+x-20$　　②　$(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$

③　$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+2}=\dfrac{2}{x(x+2)}$　　④　$\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x+2}=\dfrac{1}{x^2+3x+2}$

$\boxed{\text{ア}}$

Ⅱ　次の等式が x についての恒等式となるように，定数 a，b，c の値を定めよ。

(1)　$x=a(x-2)+b(x-1)$　　$a=-\boxed{\text{イ}}$，$b=\boxed{\text{ウ}}$

(2)　$ax(x+1)+bx(x-1)+c(x+1)(x-1)=2x^2+3x-1$

$a=\boxed{\text{エ}}$，$b=-\boxed{\text{オ}}$，$c=\boxed{\text{カ}}$

(3)　$\dfrac{x+8}{(x-2)(x+3)}=\dfrac{a}{x-2}+\dfrac{b}{x+3}$　　$a=\boxed{\text{キ}}$，$b=-\boxed{\text{ク}}$

Ⅲ　等式 $(k+1)x-(2k+3)y-3k-5=0$ が，k のどのような値に対しても成り立つように，x，y の値を定めよ。

$x=-\boxed{\text{ケ}}$，$y=-\boxed{\text{コ}}$

$\boxed{4}$

(1)　$a+b=1$ のとき　　$a^2+b^2+1=2(a+b-ab)$

が成り立つことを証明したい。以下を埋めよ。

$a+b=1$ より，$b=\boxed{\text{ア}}-a$ であるから

$(\text{左辺})=a^2+(\boxed{\text{イ}}-a)^2+\boxed{\text{ウ}}=\boxed{\text{エ}}a^2-\boxed{\text{オ}}a+\boxed{\text{カ}}$

$(\text{右辺})=\boxed{\text{キ}}(a+\boxed{\text{ク}}-a-a+a^2)=\boxed{\text{ケ}}a^2-\boxed{\text{コ}}a+\boxed{\text{サ}}$

よって，等式は成り立つ。

(2)　不等式　　$x^2+2xy+5y^2-4x-8y+5\geqq 0$

を証明せよ。また，等号が成り立つときを調べよ。

$$\begin{aligned} x^2+2xy+5y^2-4x-8y+5 &= x^2+\boxed{\text{シ}}(y-\boxed{\text{ス}})x+\boxed{\text{セ}}y^2-\boxed{\text{ソ}}y+\boxed{\text{タ}} \\ &= \{x+(y-\boxed{\text{チ}})\}^2+\boxed{\text{ツ}}y^2-\boxed{\text{テ}}y+\boxed{\text{ト}} \\ &= (x+y-\boxed{\text{ナ}})^2+(\boxed{\text{ニ}}y-\boxed{\text{ヌ}})^2\geqq 0 \end{aligned}$$

等号が成り立つのは，$x=\dfrac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$，$y=\dfrac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ のときである。

(3)　$a>0$，$b>0$ のとき，不等式　　$\left(a+\dfrac{6}{b}\right)\left(\dfrac{b}{2}+\dfrac{3}{a}\right)\geqq 12$

を証明せよ。また，等号が成り立つときを調べよ。

$$\left(a+\frac{6}{b}\right)\left(\frac{b}{2}+\frac{3}{a}\right)=\boxed{\text{フ}}+\frac{ab}{\boxed{\text{ヘ}}}+\frac{\boxed{\text{ホマ}}}{ab}$$

相加平均と相乗平均の関係により　　$\dfrac{ab}{\boxed{\text{ヘ}}}+\dfrac{\boxed{\text{ホマ}}}{ab}\geqq\boxed{\text{ミ}}$

よって，不等式は成り立つ。

等号が成り立つのは，$ab=\boxed{\text{ム}}$ のときである。

$\boxed{5}$

(1)　次の式の展開式における，[　]内に指定された項の係数を求めよ。

$(1+x+x^2)^8$　$[\,x^4\,]$　$\boxed{\text{アイウ}}$

(2)　$3x^3-2x^2+1$ をある整式 B で割ると，商が $x+1$，余りが $x-3$ であるという。整式 B を求めよ。　$\boxed{\text{エ}}\,x^2-\boxed{\text{オ}}\,x+\boxed{\text{カ}}$

(3)　次の等式が x についての恒等式となるように，定数 a，b，c の値を定めよ。

$$\frac{4}{(x+1)(x-1)^2}=\frac{a}{x+1}+\frac{b}{x-1}+\frac{c}{(x-1)^2}$$

$a=\boxed{\text{キ}}$，$b=-\boxed{\text{ク}}$，$c=\boxed{\text{ケ}}$

(4)　$\dfrac{x+y}{6}=\dfrac{y+z}{7}=\dfrac{z+x}{8}\ (\neq 0)$ のとき，$\dfrac{x^2-y^2}{x^2+xz+yz-y^2}$ の値を求めよ。　$\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$

(5)　$a>0$ のとき，$a+\dfrac{16}{a}$ の最小値を求めよ。　$a=\boxed{\text{ス}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{セ}}$