中１数学総合S　８月２３日　比例反比例／１次関数の復習

1

解答 (1)　$y=2x$　(2)　8　(3)　$x=-5$

2

解答 (1)　$y=-\dfrac{18}{x}$　(2)　-9

3

解答 (1)　$a=-\dfrac{4}{3}$，$b=-\dfrac{2}{3}$

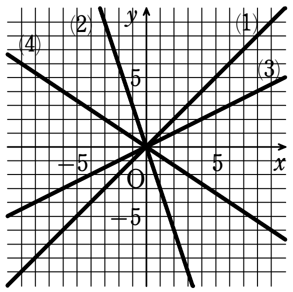
(2)　点Ａの座標は$\left(-\dfrac{1}{3},\ \dfrac{8}{3}\right)$，点Ｂの座標は$\left(\dfrac{5}{3},\ -\dfrac{1}{3}\right)$

4

解答 (1)　(4，8)　(2)　(2，-1)　(3)　$\left(-1,\ \dfrac{13}{2}\right)$　(4)　$\left(-\dfrac{7}{2},\ -\dfrac{9}{2}\right)$

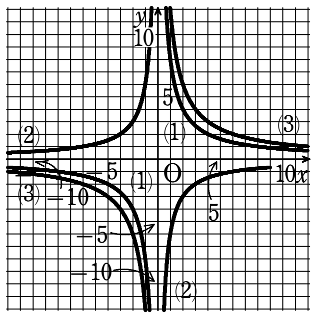
5

解答 (1)　［図］　(2)　［図］　(3)　［図］
(4)　［図］



6

解答 (1)　［図］　(2)　［図］　(3)　［図］



7

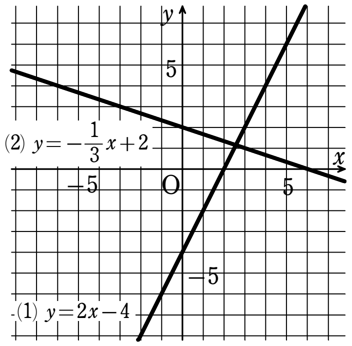
解答 (1)　(ア) と (ウ)，(エ) と (カ)　(2)　(ア) と (オ)，(イ) と (ウ)

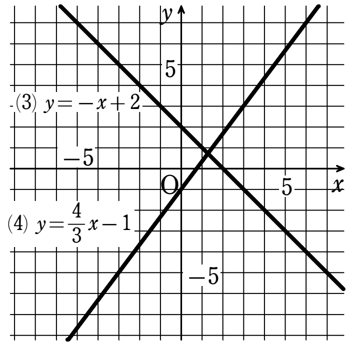
8

解答 (ア) と (ク)，(イ) と (キ)

9

解答 (1)，(2)　［図］　(3)，(4)　［図］





10

解答 (1)　$y=2x-1$　(2)　$y=-\dfrac{2}{3}x+3$　(3)　$y=\dfrac{1}{5}x-2$

11

解答 (1)　$y=3x-8$　(2)　$y=\dfrac{2}{3}x+3$　(3)　$y=2x-13$　(4)　$y=-\dfrac{4}{3}x+5$

(5)　$y=2x+3$　(6)　$y=-\dfrac{1}{2}x-2$

12

解答 (1)　$y=4x-7$　(2)　$y=-5x+3$　(3)　$y=\dfrac{2}{3}x-4$　(4)　$y=-\dfrac{5}{2}x+6$

13

解答 $a=15$，$b=3$

14

解答 (1)　$a=-24$　(2)　(-6，4)

15

解答 $\left(4,\ \dfrac{4}{3}\right)$

16

解答 $\left(\dfrac{10}{3},\ 6\right)$

17

解答 (1)　$a=3$　(2)　$b=3$　(3)　$c=3$　(4)　$c=\dfrac{1}{3}$

18

解答 45

19

解答 $y=\dfrac{3}{2}x$

20

解答 (1)　(ウ)　(2)　$c=\dfrac{3}{5}$，$d=-3$

21

解答 (1)　$a=9$　(2)　$a=-\dfrac{2}{5}$，$b=-\dfrac{4}{5}$　(3)　$a=-\dfrac{6}{5}$　(4)　$a=-2$，$b=0$

(5)　$a=5$，$b=-1$

中１数学総合S　８月２３日　比例反比例／１次関数の復習

$\boxed{1}$

解説

(1)　y は x に比例するから，比例定数を a とすると，$y=ax$ と表すことができる。

$x=-3$ のとき $y=-6$ であるから

$$-6=a\times(-3)$$
$$a=2$$

よって　$y=2x$

(2)　$y=2x$ に，$x=4$ を代入すると

$$y=2\times4=8$$

(3)　$y=2x$ に，$y=-10$ を代入すると

$$-10=2x$$

よって　$x=-5$

$\boxed{2}$

解説

(1)　y は x に反比例するから，比例定数を a とすると，$y=\dfrac{a}{x}$ と表すことができる。

$x=-3$ のとき $y=6$ であるから

$$6=\frac{a}{-3}$$
$$a=-18$$

よって　$y=-\dfrac{18}{x}$

(2)　$y=-\dfrac{18}{x}$ に，$x=2$ を代入すると

$$y=-\frac{18}{2}=-9$$

$\boxed{3}$

解説

(1)　点 A $(a+1,\ -b+2)$ を右に 2，下に 3 だけ移動した点の座標は

$$(a+1+2,\ -b+2-3)$$

よって　$(a+3,\ -b-1)$

これが点 B $(-2a-1,\ 2b+1)$ と重なるから

$a+3=-2a-1$ ……①，　$-b-1=2b+1$ ……②

① を解くと　$3a=-4$　　よって　$a=-\dfrac{4}{3}$

② を解くと　$-3b=2$　　よって　$b=-\dfrac{2}{3}$

(2)　$a=-\dfrac{4}{3}$ のとき　$a+1=-\dfrac{4}{3}+1=-\dfrac{1}{3}$

$$-2a-1=-2\times\left(-\frac{4}{3}\right)-1=\frac{5}{3}$$

$b=-\dfrac{2}{3}$ のとき　$-b+2=-\left(-\dfrac{2}{3}\right)+2=\dfrac{8}{3}$

$$2b+1=2\times\left(-\frac{2}{3}\right)+1=-\frac{1}{3}$$

答　点 A の座標は $\left(-\dfrac{1}{3},\ \dfrac{8}{3}\right)$，点 B の座標は $\left(\dfrac{5}{3},\ -\dfrac{1}{3}\right)$

$\boxed{4}$

解説

(1)　$\left(\dfrac{3+5}{2},\ \dfrac{6+10}{2}\right)$　　よって　$(4,\ 8)$

(2)　$\left(\dfrac{(-5)+9}{2},\ \dfrac{4+(-6)}{2}\right)$　　よって　$(2,\ -1)$

(3)　$\left(\dfrac{4+(-6)}{2},\ \dfrac{5+8}{2}\right)$　　よって　$\left(-1,\ \dfrac{13}{2}\right)$

(4)　$\left(\dfrac{(-3)+(-4)}{2},\ \dfrac{(-6)+(-3)}{2}\right)$　　よって　$\left(-\dfrac{7}{2},\ -\dfrac{9}{2}\right)$

$\boxed{5}$

解説

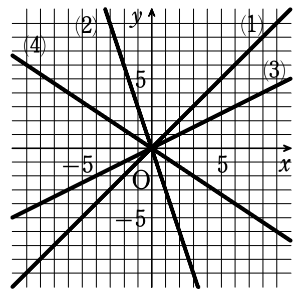
(1)　$y=x$ は，$x=1$ のとき $y=1$ であるから，そのグラフは原点と点 $(1,\ 1)$ を通る直線である。

(2)　$y=-3x$ は，$x=1$ のとき $y=-3$ であるから，そのグラフは原点と点 $(1,\ -3)$ を通る直線である。

(3)　$y=\dfrac{1}{2}x$ は，$x=2$ のとき $y=1$ であるから，そのグラフは原点と点 $(2,\ 1)$ を通る直線である。

(4)　$y=-\dfrac{2}{3}x$ は，$x=3$ のとき $y=-2$ であるから，そのグラフは原点と点 $(3,\ -2)$ を通る直線である。

よって，グラフは右の図のようになる。



$\boxed{6}$

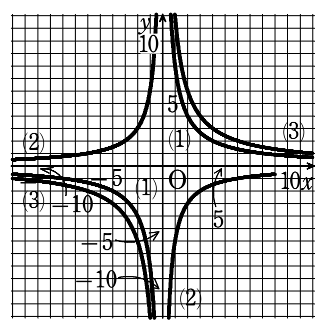
解説

(1)　$y=\dfrac{8}{x}$ のグラフは，点 $(-8,\ -1)$，$(-2,\ -4)$，$(2,\ 4)$，$(8,\ 1)$ を通る双曲線である。

(2)　$y=-\dfrac{6}{x}$ のグラフは，点 $(-6,\ 1)$，$(-2,\ 3)$，$(2,\ -3)$，$(6,\ -1)$ を通る双曲線である。

(3)　$y=\dfrac{12}{x}$ のグラフは，点 $(-6,\ -2)$，$(-3,\ -4)$，$(3,\ 4)$，$(6,\ 2)$ を通る双曲線である。

よって，グラフは右の図のようになる。



$\boxed{7}$

解説

(イ)，(ウ) の式を変形すると，次のようになる。

(イ)　$y=3x+3$　　(ウ)　$y=-2x+3$

(ア)〜(カ) の 1 次関数の傾きと切片は，次の通りである。

(ア)　傾き -2，切片 1　　(イ)　傾き 3，切片 3　　(ウ)　傾き -2，切片 3

(エ)　傾き $\dfrac{1}{2}$，切片 0　　(オ)　傾き $-\dfrac{1}{3}$，切片 1　　(カ)　傾き $\dfrac{1}{2}$，切片 2

(1)　傾きが等しいものは　(ア) と (ウ)，(エ) と (カ)

(2)　切片が等しいものは　(ア) と (オ)，(イ) と (ウ)

$\boxed{8}$

解説

(ア)〜(ク) の傾きは

(ア)　0.5 すなわち $\dfrac{1}{2}$　　(イ)　1　　(ウ)　$\dfrac{4}{3}$　　(エ)　$\dfrac{3}{4}$

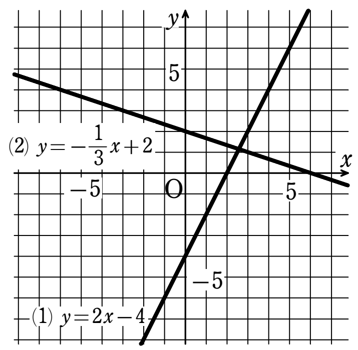
(オ)　-1　　(カ)　$-\dfrac{4}{3}$　　(キ)　1　　(ク)　$\dfrac{1}{2}$

よって，互いに平行な直線は　(ア) と (ク)，(イ) と (キ)

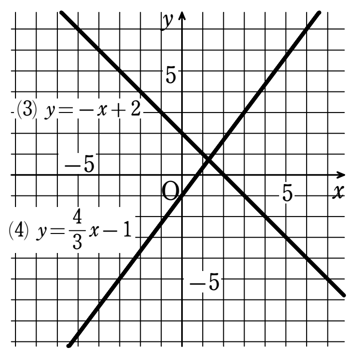
$\boxed{9}$

解説

(1)(2)



(3)(4)



$\boxed{10}$

解説

(1)　グラフは点 $(0,\ -1)$ を通るから，y 切片は -1 である。
また，グラフは，右へ 1 進むとき，上へ 2 だけ進むから，傾きは 2 である。
よって，求める 1 次関数の式は　$y=2x-1$

(2)　グラフは点 $(0,\ 3)$ を通るから，y 切片は 3 である。
また，グラフは，右へ 3 進むとき，下へ 2 だけ進むから，傾きは $-\dfrac{2}{3}$ である。
よって，求める 1 次関数の式は　$y=-\dfrac{2}{3}x+3$

(3)　グラフは点 $(0,\ -2)$ を通るから，y 切片は -2 である。
また，グラフは，右へ 5 進むとき上へ 1 だけ進むから，傾きは $\dfrac{1}{5}$ である。
よって，求める 1 次関数の式は　$y=\dfrac{1}{5}x-2$

$\boxed{11}$

解説

(1)　傾きが 3 であるから，求める直線の式は　$y=3x+b$　とおける。
$x=6$ のとき $y=10$ であるから　　$10=3\times6+b$
よって　　$b=-8$
したがって，求める直線の式は　　$y=3x-8$

(2)　傾きが $\dfrac{2}{3}$ であるから，求める直線の式は　$y=\dfrac{2}{3}x+b$　とおける。
$x=-3$ のとき $y=1$ であるから　　$1=\dfrac{2}{3}\times(-3)+b$
よって　　$b=3$
したがって，求める直線の式は　　$y=\dfrac{2}{3}x+3$

(3)　直線 $y=2x$ に平行であるから，求める直線の式は　$y=2x+b$　とおける。
$x=7$ のとき $y=1$ であるから　　$1=2\times7+b$
よって　　$b=-13$
したがって，求める直線の式は　　$y=2x-13$

(4)　直線 $y=-\dfrac{4}{3}x$ に平行であるから，求める直線の式は　$y=-\dfrac{4}{3}x+b$　とおける。
$x=9$ のとき $y=-7$ であるから　　$-7=-\dfrac{4}{3}\times9+b$
よって　　$b=5$
したがって，求める直線の式は　　$y=-\dfrac{4}{3}x+5$

(5)　y 切片が 3 であるから，求める直線の式は　$y=ax+3$　とおける。
$x=-2$ のとき $y=-1$ であるから　　$-1=-2a+3$
よって　　$a=2$
したがって，求める直線の式は　　$y=2x+3$

(6)　y 切片が -2 であるから，求める直線の式は　$y=ax-2$　とおける。
$x=-10$ のとき $y=3$ であるから　　$3=-10a-2$
よって　　$a=-\dfrac{1}{2}$
したがって，求める直線の式は　　$y=-\dfrac{1}{2}x-2$

$\boxed{12}$

解説

(1)　求める直線の式を　$y=ax+b$　とおく。
$x=-1$ のとき $y=-11$ であるから　　$-11=-a+b$　…… ①
$x=2$ のとき $y=1$ であるから　　$1=2a+b$　…… ②
①，② を連立方程式として解くと　　$a=4,\ b=-7$
よって，求める直線の式は　　$y=4x-7$

(2)　求める直線の式を　$y=ax+b$　とおく。
$x=-2$ のとき $y=13$ であるから　　$13=-2a+b$　…… ①
$x=3$ のとき $y=-12$ であるから　　$-12=3a+b$　…… ②
①，② を連立方程式として解くと　　$a=-5,\ b=3$
よって，求める直線の式は　　$y=-5x+3$

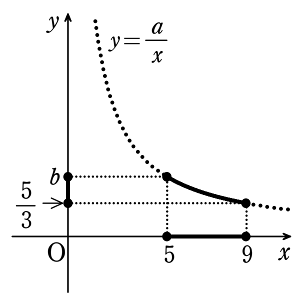
(3)　求める直線の式を　$y=ax+b$　とおく。
$x=-9$ のとき $y=-10$ であるから　　$-10=-9a+b$　…… ①
$x=-3$ のとき $y=-6$ であるから　　$-6=-3a+b$　…… ②
①，② を連立方程式として解くと　　$a=\dfrac{2}{3},\ b=-4$
よって，求める直線の式は　　$y=\dfrac{2}{3}x-4$

(4)　求める直線の式を　$y=ax+b$　とおく。
$x=-8$ のとき $y=26$ であるから　　$26=-8a+b$　…… ①
$x=10$ のとき $y=-19$ であるから　　$-19=10a+b$　…… ②
①，② を連立方程式として解くと　　$a=-\dfrac{5}{2},\ b=6$
よって，求める直線の式は　　$y=-\dfrac{5}{2}x+6$

$\boxed{13}$

解説

条件より $y=\dfrac{a}{x}$ のグラフの一部が第 1 象限にあるから
$a>0$
$5\leqq x\leqq 9$ でのグラフは右の図のようになる。
よって，$x=9$ のとき，$y=\dfrac{5}{3}$ であるから　　$\dfrac{5}{3}=\dfrac{a}{9}$
したがって，$a=15$ であり　　$y=\dfrac{15}{x}$
$x=5$ のとき $y=b$ であるから　　$b=\dfrac{15}{5}$
よって　　$b=3$　　　答　$a=15,\ b=3$



$\boxed{14}$

解説

(1)　点 A の y 座標は，$y=-\dfrac{2}{3}x$ に $x=6$ を代入すると　　$y=-\dfrac{2}{3}\times6=-4$
よって，点 A の座標は　　$(6,\ -4)$
点 A は，反比例 $y=\dfrac{a}{x}$ のグラフ上の点でもあるから，
$y=\dfrac{a}{x}$ に $x=6,\ y=-4$ を代入すると　　$-4=\dfrac{a}{6}$
したがって　　$a=-24$

(2)　点 B は，原点に関して点 A $(6,\ -4)$ と対称であるから，その座標は　　$(-6,\ 4)$

$\boxed{15}$

解説

点 A は，比例 $y=3x$ のグラフ上の点であるから，$y=3x$ に $y=6$ を代入すると
$6=3x$　　　よって　$x=2$
したがって，点 A の座標は　　$(2,\ 6)$
点 D は点 A を右に 2 だけ移動した点であるから，その座標は
$(2+2,\ 6)$　すなわち　$(4,\ 6)$
よって，点 C の x 座標は 4 である。
点 C は，比例 $y=\dfrac{1}{3}x$ のグラフ上の点であるから，$y=\dfrac{1}{3}x$ に $x=4$ を代入すると
$y=\dfrac{1}{3}\times4=\dfrac{4}{3}$
したがって，点 C の座標は　　$\left(4,\ \dfrac{4}{3}\right)$

$\boxed{16}$

解説

△OAB の底辺を OB としたときの高さを h とすると，h は点 A の x 座標である。
△OAB の面積について　　$\dfrac{1}{2}\times9\times h=15$
これを解くと　　$h=\dfrac{10}{3}$
点 A は，$y=\dfrac{20}{x}$ のグラフ上の点で，x 座標が $\dfrac{10}{3}$ であるから
$y=20\div\dfrac{10}{3}=20\times\dfrac{3}{10}=6$
よって，点 A の座標は　　$\left(\dfrac{10}{3},\ 6\right)$

$\boxed{17}$

(解説)

(1)　点 A (1，3) は反比例 $y=\frac{a}{x}$ のグラフ上の点であるから，$y=\frac{a}{x}$ に $x=1$，$y=3$ を代入すると

$3=\frac{a}{1}$

よって　$a=3$

(2)　点 B (b，1) は反比例 $y=\frac{3}{x}$ のグラフ上の点であるから，$y=\frac{3}{x}$ に $x=b$，$y=1$ を代入すると

$1=\frac{3}{b}$

よって　$b=3$

(3)　$y=cx$ に $x=1$，$y=3$ を代入すると

$3=c\times1$

よって　$c=3$

(4)　$y=cx$ に $x=3$，$y=1$ を代入すると

$1=c\times3$

よって　$c=\frac{1}{3}$

$\boxed{18}$

(解説)

曲線 ① を表す式を $y=\frac{a}{x}$ とおく。

曲線 ① は点 P を通るから　$8=\frac{a}{3}$

$a=24$

よって，曲線 ① を表す式は　$y=\frac{24}{x}$

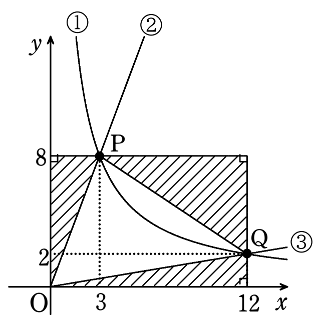
$y=\frac{24}{x}$ に $x=12$ を代入すると　$y=\frac{24}{12}=2$

よって，点 Q の座標は　(12，2)

したがって，△OPQ の面積は，右の図のような長方形から 3 つの直角三角形を除くと考えて

$8\times12-\left(\frac{1}{2}\times3\times8+\frac{1}{2}\times12\times2+\frac{1}{2}\times6\times9\right)$

$=45$



$\boxed{19}$

(解説)

求める直線の式を $y=ax$　…… ① とおく。

点 A，B の座標は　A (2，6)，B (4，3)

線分 AB の中点 C の座標は　$\left(\frac{2+4}{2}，\frac{6+3}{2}\right)$　すなわち　$\left(3，\frac{9}{2}\right)$

直線 ① は点 C を通るから

$\frac{9}{2}=3a$

$a=\frac{3}{2}$

よって　$y=\frac{3}{2}x$

$\boxed{20}$

(解説)

(1)　直線 $y=ax+b$ は右下がりであるから　$a<0$

また，直線 $y=ax+b$ と y 軸との交点の y 座標は正の数であるから

$b>0$

よって　(ウ)

(2)　直線 OP の傾きは　$\frac{3}{5}$

OP∥RQ であるから　$c=\frac{3}{5}$

また，OR＝PQ であるから　OR＝3

よって，直線 $y=cx+d$ の切片は -3 であるから

$d=-3$

$\boxed{21}$

(解説)

(1)　$x=a$ のとき $y=-2$ であるから　$-2=-\frac{2}{3}a+4$

これを解いて　$a=9$

(2)　$x=3$ のとき $y=-2$ であるから　$\begin{cases}-2=3a+b\\-2=3b-a\end{cases}$

これを解いて　$a=-\frac{2}{5}$，$b=-\frac{4}{5}$

(3)　2 直線の y 切片が等しくなればよい。

直線 $y=2x-3$ の y 切片は　-3

直線 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}a$ の y 切片は　$\frac{5}{2}a$

よって　$\frac{5}{2}a=-3$

したがって　$a=-\frac{6}{5}$

(4)　点 (1，2) と x 軸，y 軸に関して対称な点の座標は，それぞれ (1，-2)，(-1，2) である。

直線 $y=ax+b$ は，この 2 点を通るから　$\begin{cases}-2=a+b\\2=-a+b\end{cases}$

これを解いて　$a=-2$，$b=0$

(5)　直線 $y=ax-3$ が点 (1，$-2b$) を通るから　$-2b=a-3$　…… ①

直線 $y=x+b$ が点 ($2a$，9) を通るから　$9=2a+b$　…… ②

①，② を連立方程式として解くと　$a=5$，$b=-1$