

1

次の連立方程式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} 3x - 2y + 23 = 0 \\ y = -3x + \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 4x - 2y = 3x + 5 \\ 2x - 3y = 12 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 2x + y = 3x + 2 \\ 2x - y = 3y + 2 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 4(x - y) - 3x = -9 \\ -2x + 5(x + y) = 41 \end{cases}$$

2

次の連立方程式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} \frac{x+2}{4} - \frac{y-3}{3} = \frac{1}{2} \\ 3x + 2y - 15 = 0 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 0.1(0.3x - 0.2y) = -0.02 \\ \frac{1}{5}(2x + 1) - \frac{1}{6}(y - 2) = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} \frac{3}{2}x + \frac{2}{3}y = \frac{25}{12} \\ \frac{4}{3}x - \frac{3}{4}y = -\frac{5}{6} \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} \frac{2}{3}x - \frac{y-5}{15} = \frac{4x+1}{5} \\ \frac{x-3}{2} + y = \frac{y-2}{3} \end{cases}$$

$$(5) \frac{4x+5y-6}{2} = \frac{2x+7y-4}{3} = \frac{27-3x-4y}{4}$$

3

次の連立方程式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} \frac{15}{x-y} + \frac{12}{4x+3y} = 11 \\ \frac{3}{x-y} + \frac{2}{4x+3y} = 2 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 0.5x + 1.2y = 8.2 \\ (x+4) : (y-3) = 2 : 1 \end{cases}$$

4

次の2つの連立方程式が同じ解をもつとき、 $a, b$ の値をそれぞれ求めなさい。

$$(1) \begin{cases} x - y = 5 \\ ax + 2y = 2 \end{cases}, \begin{cases} x - by = -1 \\ 2x + 3y = -5 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} ax - 3by = 7 \\ -2x + 7y = -15 \end{cases}, \begin{cases} 2x - y = 9 \\ 3ax - 2by = -14 \end{cases}$$

5

$$3x + 5y = k + 2 \quad \dots\dots \textcircled{1} \quad 2x + 3y = k \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

とする。①と②がともに成り立ち、 $x, y$ の値の和が2になるような $k$ の値を求めなさい。

6

2種類のケーキA, Bがある。Aが3個とBが2個の代金の合計は1100円、Aが4個とBが6個の代金の合計は2300円であった。A, Bそれぞれの1個の値段を求めなさい。

7

何枚かのコインが机の上であり、表向きのコインの枚数は裏向きのコインの枚数の $\frac{7}{3}$ 倍であった。表向きのコインを4枚だけ裏返すと、表向きのコインの枚数は裏向きのコインの枚数の2倍より6枚少なくなった。このとき、コインは全部で何枚あるか求めなさい。

8

4けたの自然数  $A$  があり、百の位の数3、十の位の数5である。また、 $A$  の千の位の数と一の位の数を入れかえた自然数を  $B$  とする。 $A$ 、 $B$  はともに9でわり切れ、 $A$  は  $B$  より3996大きい。このとき、自然数  $A$  を求めなさい。

9

長さ160 mの列車が、鉄橋を渡り始めてから渡り終わるまでに39秒かかった。また、同じ速さで、鉄橋の2倍の長さのトンネルに入り始めてから出てしまうまでに70秒かかった。列車の速さと鉄橋の長さを求めなさい。

10

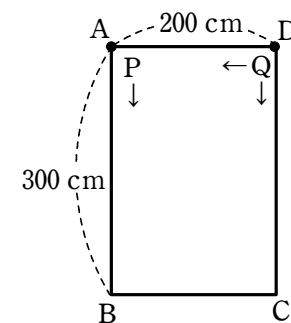
異なる濃度の食塩水があり、容器Aには400 g、容器Bには300 g入っている。A、Bからそれぞれ100 gずつ取り出して、よく混ぜ合わせると、5%の食塩水になった。次に、A、Bに残っている食塩水をすべて混ぜ合わせ、100 gだけ水を蒸発させると、5.5%の食塩水になった。  
容器A、Bに入っていた最初の食塩水の濃度は、それぞれ何%であるか求めなさい。

11

右の図において、四角形  $ABCD$  は  $AB=300$  cm、 $AD=200$  cmの長方形である。

点  $P$  は、 $A$  を出発し毎秒  $a$  cmの速さで長方形  $ABCD$  の周上を  $B$ 、 $C$ 、 $D$  の順に通って移動する。点  $Q$  は、点  $P$  が  $A$  を出発するのと同時に  $D$  を出発し、毎秒  $b$  cmの速さで長方形  $ABCD$  の周上を移動する。 $a$ 、 $b$  は  $a < b$  を満たす正の数である。点  $Q$  が  $D$  を出発してから初めて点  $P$  と重なるまでにかかる時間は、点  $Q$  が周上を  $A$ 、 $B$ 、 $C$  の順に移動する場合は25秒、点  $Q$  が周上を  $C$ 、 $B$ 、 $A$  の順に移動する場合は20秒である。

$a$ 、 $b$  の値をそれぞれ求めなさい。



解説

1

解説

$$(1) \begin{cases} 3x - 2y + 23 = 0 & \dots\dots ① \\ y = -3x + \frac{5}{2} & \dots\dots ② \end{cases}$$

②を①に代入すると  $3x + 6x - 5 + 23 = 0$   
 $9x = -18$   
 $x = -2$

$x = -2$ を②に代入すると  $y = -3 \times (-2) + \frac{5}{2} = \frac{17}{2}$

答  $x = -2, y = \frac{17}{2}$

$$(2) \begin{cases} 4x - 2y = 3x + 5 & \dots\dots ① \\ 2x - 3y = 12 & \dots\dots ② \end{cases}$$

①から  $x - 2y = 5$  よって  $x = 2y + 5$   $\dots\dots ③$

③を②に代入すると  $2(2y + 5) - 3y = 12$   
 $4y + 10 - 3y = 12$   
 $y = 2$

$y = 2$ を③に代入すると  $x = 2 \times 2 + 5 = 9$

答  $x = 9, y = 2$

$$(3) \begin{cases} 2x + y = 3x + 2 & \dots\dots ① \\ 2x - y = 3y + 2 & \dots\dots ② \end{cases} \quad \text{整理すると} \quad \begin{cases} -x + y = 2 & \dots\dots ① \\ x - 2y = 1 & \dots\dots ② \end{cases}$$

①+②から  $-y = 3$  よって  $y = -3$

$y = -3$ を②に代入すると  $x + 6 = 1$  よって  $x = -5$

答  $x = -5, y = -3$

$$(4) \begin{cases} 4(x - y) - 3x = -9 & \dots\dots ① \\ -2x + 5(x + y) = 41 & \dots\dots ② \end{cases}$$

①を整理すると  $x - 4y = -9$   $\dots\dots ①'$

②を整理すると  $3x + 5y = 41$   $\dots\dots ②'$

①'から  $x = 4y - 9$   $\dots\dots ③$

③を②'に代入すると  $3(4y - 9) + 5y = 41$   
 $12y - 27 + 5y = 41$   
 $17y = 68$   
 $y = 4$

$y = 4$ を③に代入すると  $x = 4 \times 4 - 9 = 7$

答  $x = 7, y = 4$

2

解説

$$(1) \begin{cases} \frac{x+2}{4} - \frac{y-3}{3} = \frac{1}{2} & \dots\dots ① \\ 3x + 2y - 15 = 0 & \dots\dots ② \end{cases}$$

①の両辺に12をかけると  $3(x+2) - 4(y-3) = 6$   
 $3x + 6 - 4y + 12 = 6$   
 $3x - 4y + 12 = 0$   $\dots\dots ①'$

①'-②から  $-6y + 27 = 0$  よって  $y = \frac{9}{2}$

$y = \frac{9}{2}$ を①'に代入すると  $3x - 4 \times \frac{9}{2} + 12 = 0$

$3x - 18 + 12 = 0$  よって  $x = 2$

答  $x = 2, y = \frac{9}{2}$

$$(2) \begin{cases} 0.1(0.3x - 0.2y) = -0.02 & \dots\dots ① \\ \frac{1}{5}(2x + 1) - \frac{1}{6}(y - 2) = \frac{2}{3} & \dots\dots ② \end{cases}$$

①の両辺に100をかけると  $3x - 2y = -2$   $\dots\dots ①'$

②の両辺に30をかけると

$6(2x + 1) - 5(y - 2) = 20$

$12x + 6 - 5y + 10 = 20$

$12x - 5y = 4$   $\dots\dots ②'$

①'×4  $12x - 8y = -8$

②'  $12x - 5y = 4$

$-3y = -12$  よって  $y = 4$

$y = 4$ を①'に代入すると

$3x - 2 \times 4 = -2$  よって  $x = 2$

答  $x = 2, y = 4$

$$(3) \begin{cases} \frac{3}{2}x + \frac{2}{3}y = \frac{25}{12} & \dots\dots ① \\ \frac{4}{3}x - \frac{3}{4}y = -\frac{5}{6} & \dots\dots ② \end{cases}$$

①の両辺に12をかけると  $18x + 8y = 25$   $\dots\dots ①'$

②の両辺に12をかけると  $16x - 9y = -10$   $\dots\dots ②'$

①'×9  $162x + 72y = 225$

②'×8  $128x - 72y = -80$

$290x = 145$  よって  $x = \frac{1}{2}$

$x = \frac{1}{2}$ を①'に代入すると  $18 \times \frac{1}{2} + 8y = 25$

$$8y=16 \quad \text{よって } y=2$$

$$\text{答 } x=\frac{1}{2}, y=2$$

$$(4) \begin{cases} \frac{2}{3}x - \frac{y-5}{15} = \frac{4x+1}{5} & \dots\dots ① \\ \frac{x-3}{2} + y = \frac{y-2}{3} & \dots\dots ② \end{cases}$$

①の両辺に15をかけると

$$10x - (y-5) = 3(4x+1)$$

$$10x - y + 5 = 12x + 3$$

$$-2x - y = -2$$

$$2x + y = 2 \quad \dots\dots ①'$$

②の両辺に6をかけると

$$3(x-3) + 6y = 2(y-2)$$

$$3x - 9 + 6y = 2y - 4$$

$$3x + 4y = 5 \quad \dots\dots ②'$$

$$①' \times 4 \quad 8x + 4y = 8$$

$$② \quad \begin{array}{r} -) 3x + 4y = 5 \\ \hline 5x = 3 \end{array}$$

$$\text{よって } x = \frac{3}{5}$$

$$x = \frac{3}{5} \text{ を } ①' \text{ に代入すると } 2 \times \frac{3}{5} + y = 2 \quad \text{よって } y = \frac{4}{5}$$

$$\text{答 } x = \frac{3}{5}, y = \frac{4}{5}$$

$$(5) \frac{4x+5y-6}{2} = \frac{2x+7y-4}{3} = \frac{27-3x-4y}{4}$$

これは次のように書ける。

$$\begin{cases} \frac{4x+5y-6}{2} = \frac{2x+7y-4}{3} & \dots\dots ① \\ \frac{4x+5y-6}{2} = \frac{27-3x-4y}{4} & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$① \text{ の両辺に } 6 \text{ をかけると } 3(4x+5y-6) = 2(2x+7y-4)$$

$$12x + 15y - 18 = 4x + 14y - 8$$

$$8x + y = 10 \quad \dots\dots ①'$$

$$② \text{ の両辺に } 4 \text{ をかけると } 2(4x+5y-6) = 27-3x-4y$$

$$8x + 10y - 12 = 27 - 3x - 4y$$

$$11x + 14y = 39 \quad \dots\dots ②'$$

$$①' \text{ から } y = -8x + 10 \quad \dots\dots ③$$

$$③ \text{ を } ②' \text{ に代入すると } 11x + 14(-8x + 10) = 39$$

$$11x - 112x + 140 = 39$$

$$-101x = -101$$

$$x = 1$$

$$x = 1 \text{ を } ③ \text{ に代入すると } y = -8 \times 1 + 10 = 2$$

$$\text{答 } x = 1, y = 2$$

3

解説

$$(1) \frac{3}{x-y} = X, \frac{2}{4x+3y} = Y \text{ とおくと } \begin{cases} 5X + 6Y = 11 & \dots\dots ① \\ X + Y = 2 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$① \quad 5X + 6Y = 11$$

$$② \times 6 \quad \begin{array}{r} -) 6X + 6Y = 12 \\ \hline -X = -1 \end{array}$$

$$\text{よって } X = 1$$

$$X = 1 \text{ を } ② \text{ に代入すると } 1 + Y = 2 \quad \text{よって } Y = 1$$

$$X = 1 \text{ から } \frac{3}{x-y} = 1 \quad \text{よって } x - y = 3 \quad \dots\dots ③$$

$$Y = 1 \text{ から } \frac{2}{4x+3y} = 1 \quad \text{よって } 4x + 3y = 2 \quad \dots\dots ④$$

$$③ \times 3 \quad 3x - 3y = 9$$

$$④ \quad \begin{array}{r} +) 4x + 3y = 2 \\ \hline 7x = 11 \end{array}$$

$$\text{よって } x = \frac{11}{7}$$

$$x = \frac{11}{7} \text{ を } ③ \text{ に代入すると } \frac{11}{7} - y = 3 \quad \text{よって } y = -\frac{10}{7}$$

$$\text{答 } x = \frac{11}{7}, y = -\frac{10}{7}$$

$$(2) \begin{cases} 0.5x + 1.2y = 8.2 & \dots\dots ① \\ (x+4) : (y-3) = 2 : 1 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$① \text{ の両辺に } 10 \text{ をかけると } 5x + 12y = 82 \quad \dots\dots ①'$$

$$② \text{ から } x + 4 = 2k, y - 3 = k \quad (k \neq 0) \text{ とおける。}$$

$$\text{よって } x = 2k - 4, y = k + 3 \quad \dots\dots ③$$

$$③ \text{ を } ①' \text{ に代入すると } 5(2k - 4) + 12(k + 3) = 82$$

$$10k - 20 + 12k + 36 = 82$$

$$22k = 66$$

$$k = 3$$

$$k = 3 \text{ を } ③ \text{ に代入すると } x = 2, y = 6$$

4

解説

(1) 与えられた2つの連立方程式の同じ解は、連立方程式  $\begin{cases} x-y=5 \\ 2x+3y=-5 \end{cases}$  の解である。

この連立方程式を解くと  $x=2, y=-3$

これらをもとの2つの連立方程式の、 $a, b$  を含む式に代入すると

$$2a-6=2, 2+3b=-1$$

したがって  $a=4, b=-1$

(2) 与えられた2つの連立方程式の同じ解は、連立方程式  $\begin{cases} -2x+7y=-15 \\ 2x-y=9 \end{cases}$  の解である。

この連立方程式を解くと  $x=4, y=-1$

これらをもとの2つの連立方程式の、 $a, b$  を含む式に代入すると

$$4a+3b=7, 12a+2b=-14$$

これらを連立方程式として解くと  $a=-2, b=5$

5

解説

$x$  と  $y$  の値の和が2になることから

$$x+y=2 \quad \dots\dots ③$$

①-② から  $x+2y=2 \quad \dots\dots ④$

連立方程式③, ④を解く。

④-③ から  $y=0$

$y=0$  を③に代入すると  $x=2$

$x=2, y=0$  を②に代入すると  $2 \times 2 + 3 \times 0 = k$

よって  $k=4$

6

解説

A 1個の値段を  $x$  円, B 1個の値段を  $y$  円とすると

$$\begin{cases} 3x+2y=1100 & \dots\dots ① \\ 4x+6y=2300 & \dots\dots ② \end{cases}$$

①  $\times 3$   $9x+6y=3300$

②  $-$   $4x+6y=2300$

$$\begin{array}{r} 9x+6y=3300 \\ -) 4x+6y=2300 \\ \hline 5x=1000 \end{array} \quad \text{よって } x=200$$

$x=200$  を①に代入すると  $600+2y=1100$

$$2y=500$$

$$y=250$$

これらは問題に適している。  $\square$  A は200円, B は250円

7

解説

表向きのコインを  $x$  枚, 裏向きのコインを  $y$  枚とすると

$$\begin{cases} x=\frac{7}{3}y & \dots\dots ① \\ x-4=2(y+4)-6 & \dots\dots ② \end{cases}$$

②より  $x-4=2y+8-6$  よって  $x=2y+6 \quad \dots\dots ③$

①を③に代入すると  $\frac{7}{3}y=2y+6$  よって  $\frac{1}{3}y=6$

したがって  $y=18$

$y=18$  を①に代入すると  $x=\frac{7}{3} \times 18=42$

よって, コインは全部で  $42+18=60$  (枚)

これは問題に適している。  $\square$  60枚

8

解説

A の千の位の数を  $a$ , 一の位の数を  $b$  とすると

$$A=1000a+300+50+b=1000a+b+350$$

$$B=1000b+300+50+a=a+1000b+350$$

$A=B+3996$  であるから

$$1000a+b+350=a+1000b+350+3996$$

$$999a-999b=3996$$

両辺を999でわると  $a-b=4$

したがって  $a=b+4 \quad \dots\dots ①$

A, B は9でわり切れるから, 各位の数の和  $a+3+5+b$  すなわち  $a+b+8$  は9でわり切れる。

$a+b+8$  に①を代入すると  $(b+4)+b+8$  すなわち  $2b+12$

これが9でわり切れるから,  $2b+12$  は9の倍数である。

$b$  は1から9までの整数であり,  $2b+12$  が9の倍数となるのは  $b=3$  のときだけである。

$b=3$  を①に代入して  $a=3+4=7$

したがって  $A=7353$

9

解説

列車の速さを毎秒  $x$  m, 鉄橋の長さを  $y$  m とすると,  
列車は 39 秒間に  $(160 + y)$  m, 70 秒間に  $(160 + 2y)$  m 進むから

$$\begin{cases} 160 + y = 39x & \dots\dots ① \\ 160 + 2y = 70x & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \times 2 \quad 320 + 2y = 78x \\ ② \quad \quad -) 160 + 2y = 70x \\ \hline \quad \quad 160 \quad = 8x \end{array} \quad \text{よって} \quad x = 20$$

$x = 20$  を ① に代入すると

$$160 + y = 39 \times 20 \quad \text{よって} \quad y = 620$$

したがって, 列車の速さは毎秒 20 m, 鉄橋の長さは 620 m  
これらは問題に適している。

答 列車の速さは毎秒 20 m, 鉄橋の長さは 620 m

10

解説

容器 A, B に入っていた最初の食塩水の濃度をそれぞれ  $x\%$ ,  $y\%$  とすると

$$\begin{cases} 100 \times \frac{x}{100} + 100 \times \frac{y}{100} = 200 \times \frac{5}{100} \\ 300 \times \frac{x}{100} + 200 \times \frac{y}{100} = 400 \times \frac{5.5}{100} \end{cases}$$

整理すると 
$$\begin{cases} x + y = 10 & \dots\dots ① \\ 3x + 2y = 22 & \dots\dots ② \end{cases}$$

① の両辺を 2 倍すると  $2x + 2y = 20 \quad \dots\dots ①'$

② - ①' から  $x = 2$

$x = 2$  を ① に代入すると  $2 + y = 10 \quad \text{よって} \quad y = 8$

これらは問題に適している。 答 容器 A の濃度は 2%, 容器 B の濃度は 8%

11

解説

点 Q が周上を A, B, C の順に移動する場合は

$$(P \text{ の移動距離}) + AD = (Q \text{ の移動距離})$$

であるから  $25a + 200 = 25b \quad \dots\dots ①$

点 Q が周上を C, B, A の順に移動する場合は

$$(P \text{ の移動距離}) + (Q \text{ の移動距離}) = AB + BC + CD$$

であるから  $20a + 20b = 800 \quad \dots\dots ②$

① の両辺を 25 でわると  $a + 8 = b \quad \dots\dots ①'$

② の両辺を 20 でわると  $a + b = 40 \quad \dots\dots ②'$

①' を ②' に代入すると  $a + (a + 8) = 40$

$$2a = 32$$

$$a = 16$$

$a = 16$  を ①' に代入すると  $b = 16 + 8 = 24$

これらは問題に適している。 答  $a = 16, b = 24$