(1), (2) 4点B, C, E, Dが同一円周上にあるとき，方べきの定理(②)より

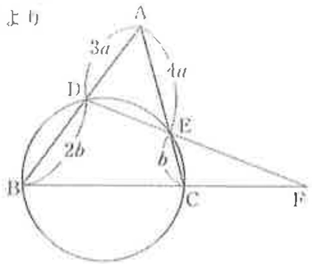
$AD \cdot AB = AE \cdot AC$

$3a(3a+2b) = 4a(4a+b)$

$7a^2 = 2ab$

$a \neq 0$ より

$b = \dfrac{7}{2}a$



よって

$$\frac{AB}{AC} = \frac{3a+2b}{4a+b} = \frac{10a}{\frac{15}{2}a} = \frac{4}{3}$$

←$b = \dfrac{7}{2}a$ を代入。

59

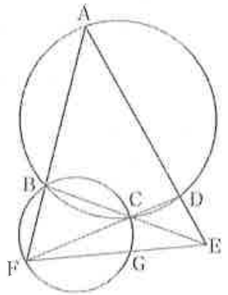
(1) △ECD∽△EABより

←∠E共通。∠ECD＝∠A

$$\frac{EC}{EA} = \frac{ED}{EB} = \frac{CD}{AB}$$

$$\frac{x}{y+6} = \frac{y}{x+2} = \frac{1}{5}$$

$$\therefore \begin{cases} 5x = y+6 \\ 5y = x+2 \end{cases}$$



よって

$x = \dfrac{4}{3}$, $y = \dfrac{2}{3}$

FC＝a, FB＝b とおくと，△FCB∽△FADより

$$\frac{FC}{FA} = \frac{CB}{AD} = \frac{FB}{FD}$$

$$\frac{a}{b+5} = \frac{2}{6} = \frac{b}{a+1}$$

$$\therefore \begin{cases} 3a = b+5 \\ 3b = a+1 \end{cases}$$

よって

$a = 2$, $b = 1$ ∴ FC＝2

(2) 方べきの定理より

←△BFCの外接円に注目。

$$EG \cdot EF = EC \cdot EB = \frac{4}{3} \cdot \frac{10}{3} = \frac{40}{9} \quad \cdots\cdots ①$$

4点F, G, C, Bは同一円周上にあるから

∠FGC＝∠ABC (②)

4点A, B, C, Dは同一円周上にあるから

∠ABC＝∠EDC

∴ ∠FGC＝∠EDC

よって，4点E, D, C, Gは同一円周上にある。方べきの定理より

$$FG \cdot FE = FC \cdot FD = 2 \cdot 3 = 6 \quad \cdots\cdots ②$$

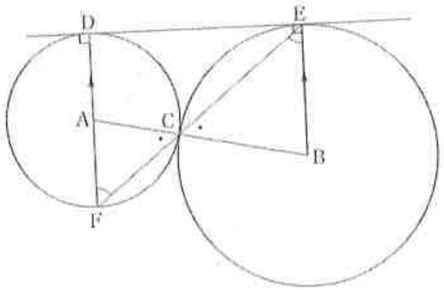
①, ②より

$$EF^2 = EF(EG+FG) = EF \cdot EG + EF \cdot FG$$

$$= \frac{40}{9} + 6 = \frac{94}{9} \qquad \therefore\ EF = \frac{\sqrt{94}}{3}$$

60

(1)



DE⊥AD, DE⊥BEより AD∥BE (③)

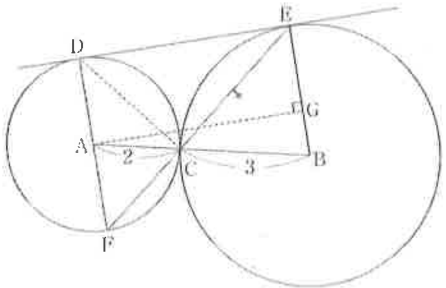
ゆえに，∠CFA＝∠CEB(平行線の錯角)であり，

∠ACF＝∠BCE(対頂角)であるから，2角がそれぞれ等しく

△ACF∽△BCE (①, ②)

よって，AF : BE＝AC : BC であり，BE＝BC(円Bの半径)よりAF＝AC (①)とわかり，Fは円Aの周上にあってDFは直径となるから ∠FCD＝90°

(2)



AからBEに垂線AGを引く。AB＝2＋3＝5, BG＝3−2＝1 であるから

解説