
【代数】

第 10 章

～ 平方根 ～

第10章 平方根 要綱

1 平方根

2乗すると a になる数を、 a の平方根 (へいほうこん) という。

a の平方根のうち、正の方を \sqrt{a} 、負の方を $-\sqrt{a}$

と書く。記号 $\sqrt{\quad}$ を **根号 (こんごう)** といい、 \sqrt{a} は「ルート a 」と読む。

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

平方根の大小関係

$$a < b \quad \text{ならば} \quad \sqrt{a} < \sqrt{b}$$

平方根の近似値

$$\sqrt{2} = 1.41421356 \dots \quad (\text{一夜(ひとよ) 一夜に 人見頃(ひとみごろ)})$$

$$\sqrt{3} = 1.7320508 \dots \quad (\text{人(ひと) なみに おごれや})$$

$$\sqrt{5} = 2.2360679 \dots \quad (\text{富士山麓(ふじさんろく) オウム鳴(な) く})$$

$$\sqrt{6} = 2.4494897 \dots \quad (\text{煮(に) よ よくよ 焼(や) くな})$$

$$\sqrt{7} = 2.64575 \dots \quad (\text{菜(な) に 虫(むし) いない})$$

2 根号を含む式の計算

平方根の乗法と除法

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}, \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

計算結果が根号を含む場合、根号の中の数は、できるだけ小さい自然数にしておく。

分母の有理化

分母に根号を含む数は、次の例のように分母に根号を含まない形に変形できる。

このような変形を、分母の **有理化 (ゆうりか)** という。

3 有理数と無理数

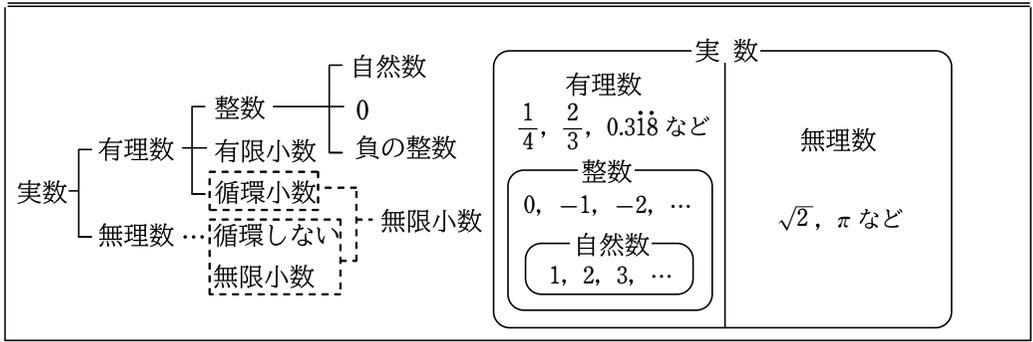
整数 m と正の整数 n を用いて、分数 $\frac{m}{n}$ の形に表される数を **有理数** という。

小数第何位かで終わる小数を **有限小数** といい、小数部分が限りなく続く小数を **無限小数** という。無限小数のうち、②、③のように、ある位(くらい)以下では数字の同じ並びがくり返される小数を **循環 (じゅんかん) 小数** という。

有限小数や無限小数で表される数と整数とを合わせて **実数** という。

有理数でない実数もあり、そのような数を **無理数** という。

無理数は、循環しない無限小数で表される数であり、分数の形に表すことはできない。



第10章 平方根 例題

1★

次の数の平方根を求めなさい。

- (1) 25 (2) 3

2★

次の数を、根号を使わずに表しなさい。

- (1) $\sqrt{4}$ (2) $\sqrt{64}$ (3) $-\sqrt{81}$

3★

次の数を根号を使わずに表しなさい。

- (1) $(\sqrt{6})^2$ (2) $(-\sqrt{11})^2$ (3) $-(\sqrt{9})^2$

4★

次の2つの数の大小を、不等号を使って表しなさい。

- (1) $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$ (2) $\sqrt{26}$, 5 (3) $\sqrt{0.5}$, 0.6 (4) $-\sqrt{5}$, -2

5★

次の計算をし、結果を \sqrt{a} の形に表しなさい。

- (1) $\sqrt{3} \times \sqrt{7}$ (2) $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{7}}$ (3) $\sqrt{36} \div \sqrt{12}$

6★

次の数を \sqrt{a} の形に表しなさい。

- (1) $2\sqrt{3}$ (2) $\frac{\sqrt{28}}{2}$

7★

次の数を $a\sqrt{b}$ の形に変形しなさい。ただし、 b はできるだけ小さい自然数とすること。

- (1) $\sqrt{18}$ (2) $\sqrt{360}$

8★

次の数の分母を有理化しなさい。

- (1) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (2) $\frac{9}{4\sqrt{3}}$ (3) $\frac{6}{\sqrt{75}}$

9★

次の計算をなさい。

(1) $2\sqrt{10} \times 3\sqrt{15}$ (2) $\sqrt{8}\sqrt{45}$ (3) $\sqrt{20} \times \sqrt{21} \times \sqrt{70}$

10★

次の計算をなさい。

(1) $4\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{48} - 9\sqrt{3}$ (3) $\sqrt{72} + \sqrt{50} - \sqrt{98}$
(4) $\frac{\sqrt{8}}{3} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}} + 2\sqrt{2}$ (5) $-4\sqrt{2} - \sqrt{12} + 3\sqrt{3} + \sqrt{50}$

11★

次の計算をなさい。

(1) $(\sqrt{6} + 2)^2$ (2) $(\sqrt{2} - \sqrt{5})^2$ (3) $(3 + \sqrt{6})(3 - \sqrt{6})$

12★★

次の数の分母を有理化しなさい。

(1) $\frac{3}{\sqrt{7} + 2}$ (2) $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$

13★★

$(2\sqrt{5} - 3)(2\sqrt{5} + 3) - (\sqrt{7} - 2)^2$ を計算しなさい。

14★★

次の計算をなさい。

(1) $(\sqrt{6} + 2)^2 - (\sqrt{6} - 2)^2$ (2) $(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})$

15★★

$x = \sqrt{6} + 2$, $y = \sqrt{6} - 2$ のとき、次の式の値を求めなさい。

(1) $x^2 + 2xy + y^2$ (2) $x^2 - y^2$ (3) $x^2 + y^2$

16★★

$\sqrt{10}$ の整数部分を a , 小数部分を b とするとき、 $a^2 + b^2$ の値を求めなさい。

第10章 平方根 例題演習

1

次の数の平方根を求めなさい。ただし、必要ならば根号を使って表しなさい。

- (1) 16 (2) $\frac{4}{9}$ (3) 0.36 (4) 7 (5) 1.2 (6) $\frac{3}{5}$

2

次の値を求めなさい。

- (1) $(\sqrt{5})^2$ (2) $(\sqrt{8})^2$ (3) $(-\sqrt{10})^2$ (4) $-(\sqrt{10})^2$
 (5) $-(\sqrt{16})^2$ (6) $-(-\sqrt{9})^2$ (7) $\{-(-\sqrt{3})\}^2$ (8) $(-\sqrt{6})^4$

3

次の数を根号を使わずに表しなさい。

- (1) $\sqrt{1}$ (2) $\sqrt{49}$ (3) $-\sqrt{256}$ (4) $\sqrt{\frac{81}{49}}$
 (5) $-\sqrt{\frac{64}{169}}$ (6) $-\sqrt{\frac{18}{200}}$ (7) $-\sqrt{0.49}$ (8) $\sqrt{0.0225}$

4

次の2つの数の大小を、不等号を使って表しなさい。

- (1) $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$ (2) $\sqrt{13}$, $\sqrt{12}$ (3) $\sqrt{15}$, 4
 (4) 8, $\sqrt{63}$ (5) $\sqrt{\frac{2}{5}}$, $\sqrt{0.5}$ (6) $\sqrt{\frac{10}{3}}$, $\sqrt{\frac{16}{5}}$
 (7) $\sqrt{1.7}$, 1.3 (8) 2.8, $\sqrt{7.9}$ (9) $-\sqrt{10}$, $-\sqrt{11}$
 (10) $-\sqrt{26}$, -5 (11) $-\frac{7}{5}$, $-\sqrt{2}$ (12) -3.5, $-\sqrt{12.3}$

5

次の計算をし、結果を \sqrt{a} の形に表しなさい。

- (1) $\sqrt{5}\sqrt{7}$ (2) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{6}}$ (3) $\sqrt{3}\sqrt{\frac{10}{3}}$
 (4) $\sqrt{0.25}\sqrt{12}$ (5) $\sqrt{42}\div\sqrt{7}$ (6) $\sqrt{30}\div\sqrt{6}\times\sqrt{3}$

6

次の数を \sqrt{a} の形に表しなさい。

- (1) $2\sqrt{6}$ (2) $3\sqrt{3}$ (3) $\frac{\sqrt{8}}{2}$

7

次の数を $a\sqrt{b}$ の形に変形しなさい。ただし、 b はできるだけ小さい自然数とすること。

- (1) $\sqrt{28}$ (2) $\sqrt{32}$ (3) $\sqrt{75}$
(4) $\sqrt{80}$ (5) $\sqrt{500}$ (6) $\sqrt{252}$
(7) $\sqrt{588}$ (8) $\sqrt{768}$ (9) $\sqrt{4500}$

8

次の数の分母を有理化しなさい。

- (1) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (2) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (3) $\frac{3}{\sqrt{7}}$ (4) $\frac{5}{3\sqrt{2}}$
(5) $\frac{7}{2\sqrt{7}}$ (6) $\frac{9}{4\sqrt{3}}$ (7) $\frac{10}{\sqrt{45}}$ (8) $\frac{4}{\sqrt{18}}$

9

次の計算をしなさい。

- (1) $2\sqrt{5} \times 3\sqrt{10}$ (2) $4\sqrt{6} \times 7\sqrt{15}$
(3) $\sqrt{18} \times \sqrt{54}$ (4) $\sqrt{24} \times \sqrt{84}$

10

次の計算をしなさい。

- (1) $4\sqrt{7} + 13\sqrt{7}$ (2) $\sqrt{50} - \sqrt{32}$ (3) $\sqrt{32} - \sqrt{72} + 3\sqrt{2}$
(4) $2\sqrt{75} - \sqrt{48} - 3\sqrt{3}$ (5) $2\sqrt{5} + 3\sqrt{80} - \sqrt{20} - 2\sqrt{180}$
(6) $\sqrt{\frac{3}{49}} + \frac{4\sqrt{3}}{7}$ (7) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{10} \times \frac{1}{2\sqrt{5}}$
(8) $\sqrt{18} - \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}}$ (9) $4\sqrt{2} - \sqrt{50} + \frac{\sqrt{8}}{2}$
(10) $3\sqrt{20} - \frac{15}{\sqrt{5}} - \sqrt{80}$ (11) $\frac{15\sqrt{2}}{\sqrt{6}} - \frac{4}{\sqrt{2}} - \frac{18}{\sqrt{3}} + \sqrt{18}$

11

次の計算をしなさい。

- (1) $(\sqrt{5} + \sqrt{7})^2$ (2) $(\sqrt{3} + \sqrt{6})^2$
(3) $(\sqrt{2} - \sqrt{7})^2$ (4) $(3\sqrt{2} - 2)^2$
(5) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})$ (6) $(\sqrt{10} - \sqrt{6})(\sqrt{10} + \sqrt{6})$
(7) $(4 + \sqrt{3})(4 - \sqrt{3})$ (8) $(2\sqrt{2} - \sqrt{5})(2\sqrt{2} + \sqrt{5})$

12

次の数の分母を有理化しなさい。

(1) $\frac{4}{3+\sqrt{5}}$

(2) $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

(3) $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$

(4) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

(5) $\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

13

次の計算をしなさい。

(1) $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2+(\sqrt{6}+2)^2$

(2) $(\sqrt{2}+1)^2+(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

(3) $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2-(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})$

(4) $(\sqrt{2}-2)^2+\frac{8}{\sqrt{2}}-\sqrt{54}\times 3\sqrt{6}$

(5) $\frac{\sqrt{27}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}}-\frac{8-\sqrt{12}}{\sqrt{6}}-\frac{3+\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$

(6) $\frac{\sqrt{72}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-(2\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$

(7) $\frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}+1)^2-(\sqrt{3}-1)$

(8) $(\sqrt{2}-\sqrt{6})^2-(4-2\sqrt{2})(4+2\sqrt{2})+\frac{4}{\sqrt{5}}(\sqrt{60}-\sqrt{15})$

(9) $\frac{(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}-2)}{\sqrt{6}}+\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{4}$

(10) $\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}-\frac{24}{\sqrt{3}}+\sqrt{27}$

14

次の計算をしなさい。

(1) $(5+\sqrt{2})^2-(\sqrt{2}-5)^2$

(2) $(\sqrt{3}+2+\sqrt{6})^2-(\sqrt{3}-2+\sqrt{6})^2$

(3) $(\sqrt{2}-\sqrt{6}-\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{6}+\sqrt{3})$

(4) $(\sqrt{3}+\sqrt{2}+1)(\sqrt{3}-\sqrt{2}+1)$

(5) $(\sqrt{3}-\sqrt{2})(5+\sqrt{6})(\sqrt{2}+\sqrt{3})(-5+\sqrt{6})$

15

(1) $x=\sqrt{2}+\sqrt{3}$, $y=\sqrt{2}-\sqrt{3}$ のとき, $x^2+2xy+y^2$ の値を求めなさい。

(2) $x=\sqrt{5}+\sqrt{7}$, $y=\sqrt{5}-\sqrt{7}$ のとき, x^2-y^2 の値を求めなさい。

(3) $x=\sqrt{5}+\sqrt{2}$, $y=\sqrt{5}-\sqrt{2}$ のとき, x^2+y^2 の値を求めなさい。

16

(1) $\sqrt{3}$ の整数部分を a , 小数部分を b とする。このとき a^2+b^2 の値を求めなさい。

(2) $\sqrt{14}$ の整数部分を a , 小数部分を b とする。このとき a^2+b^2 の値を求めなさい。

第10章 平方根 レベルA

1

次の計算をなさい。

- (1) $4\sqrt{7} + 13\sqrt{7}$ (2) $\sqrt{50} - \sqrt{32}$ (3) $\sqrt{32} - \sqrt{72} + 3\sqrt{2}$
 (4) $2\sqrt{75} - \sqrt{48} - 3\sqrt{3}$ (5) $2\sqrt{5} + 3\sqrt{80} - \sqrt{20} - 2\sqrt{180}$
 (6) $\sqrt{\frac{3}{49}} + \frac{4\sqrt{3}}{7}$ (7) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{10} \times \frac{1}{2\sqrt{5}}$
 (8) $\sqrt{18} - \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}}$ (9) $4\sqrt{2} - \sqrt{50} + \frac{\sqrt{8}}{2}$
 (10) $3\sqrt{20} - \frac{15}{\sqrt{5}} - \sqrt{80}$ (11) $\frac{15\sqrt{2}}{\sqrt{6}} - \frac{4}{\sqrt{2}} - \frac{18}{\sqrt{3}} + \sqrt{18}$

2

次の計算をなさい。

- (1) $\sqrt{3}(\sqrt{24} - \sqrt{6})$ (2) $(\sqrt{2} + 2)(\sqrt{2} - 1)$
 (3) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} + \sqrt{3})$ (4) $(\sqrt{2} + 1)^2$
 (5) $(\sqrt{8} - \sqrt{5})^2$ (6) $(\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(3\sqrt{2} + \sqrt{3})$
 (7) $(\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(\sqrt{27} - \sqrt{8})$ (8) $(\sqrt{7} + \sqrt{2})(\sqrt{7} - \sqrt{2})$
 (9) $\sqrt{6}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + 2\sqrt{3}$ (10) $(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2 + \sqrt{3}(4 - \sqrt{3})$
 (11) $\sqrt{3}(\sqrt{12} + \sqrt{18}) - (2\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

3

次の計算をなさい。

- (1) $\sqrt{6} + \sqrt{27} - \frac{\sqrt{18} - 6}{\sqrt{3}}$ (2) $\sqrt{2} - \sqrt{3}(\sqrt{6} - 2) - \frac{6}{\sqrt{3}}$
 (3) $\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{72}}{3}(\sqrt{2} - 1)$ (4) $\frac{\sqrt{45} - \sqrt{27}}{\sqrt{3}(\sqrt{5} - \sqrt{3})}$
 (5) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{\sqrt{8}} - \frac{\sqrt{5} - \sqrt{15}}{\sqrt{20}}$ (6) $\frac{\sqrt{5}(\sqrt{10} + 3)}{5} - \frac{3 + \sqrt{20}}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$
 (7) $\sqrt{54}\left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \frac{\sqrt{18} - 18}{\sqrt{2}}$ (8) $\frac{12}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{5} \times \sqrt{15} + (\sqrt{3} + 3)^2$
 (9) $(3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2}) + \frac{1}{\sqrt{12}}(1 - \sqrt{3})^2$
 (10) $(\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(\sqrt{12} - \sqrt{2}) - \left(\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - 2\right)^2$

4

次の計算をなさい。

- (1) $(2\sqrt{2}-1)^2 - (\sqrt{2}+3)^2$ (2) $\left(\frac{\sqrt{2}+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)^2$
- (3) $(5-2\sqrt{6})(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})^2$ (4) $(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})^2$
- (5) $(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})(1-\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$
- (6) $\frac{1}{12}\{(\sqrt{3}+\sqrt{15}+\sqrt{21})^2 - (\sqrt{3}-\sqrt{15}-\sqrt{21})^2\}$

5

次の計算をなさい。

- (1) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} - \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$
- (2) $(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})$
- (3) $(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2 - 4(\sqrt{3}-1)^2$
- (4) $(\sqrt{3}-\sqrt{2}+1)^3(\sqrt{3}+\sqrt{2}-1)^3$

6

 $x=\sqrt{7}+\sqrt{5}$, $y=\sqrt{7}-\sqrt{5}$ のとき、次の式の値を求めなさい。

- (1) $x+y$ (2) xy (3) x^2+y^2 (4) $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$

7

 $x=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$, $y=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ のとき、次の式の値を求めよ。

- (1) xy (2) $x+y$ (3) x^2+y^2 (4) x^3y+xy^3

8

(1) $x=\sqrt{5}+\sqrt{2}$, $y=\sqrt{5}-\sqrt{2}$ のとき、 x^2+y^2 の値を求めなさい。(2) $x=3-\sqrt{2}$, $y=3+\sqrt{2}$ のとき、 $3x^2+3y^2$ の値を求めなさい。(3) $x=\sqrt{6}+\sqrt{5}$, $y=\sqrt{6}-\sqrt{5}$ のとき、 $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ の値を求めなさい。

9 [東京慈恵会医科大]

$a = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$, $b = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ とするとき, $a + b$ の値は $\sqrt{\square}$, $a^2 + b^2$ の値は $\sqrt{\square}$ である。

10

- (1) $x = \frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{3}}$, $y = \frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{3}}$ のとき, $x^2 - y^2$ の値を求めなさい。
- (2) $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$, $y = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ のとき, $x^2 + y^2 - 6xy$ の値を求めなさい。
- (3) $x = \frac{\sqrt{2} - 1}{3}$, $y = \frac{\sqrt{2} + 1}{3}$ のとき, $x^2 + xy + y^2$ の値を求めなさい。

11

次の式の値を求めなさい。

- (1) $x = 4 + \sqrt{3}$ のとき $x^2 - 8x$
- (2) $x = \frac{1 - 3\sqrt{5}}{2}$ のとき $x^2 - x$

12 [清教学園]

$x = \sqrt{2} - 1$ のとき, $(x^2 + 2x)^2 + 2(x^2 + 2x) - 3$ の値を求めなさい。

13

- (1) $\sqrt{11}$ の整数部分を a , 小数部分を b とする。 $\frac{1}{b} + \frac{a}{2}$ の値を求めよ。
- (2) $\sqrt{6}$ の小数部分を a , $\sqrt{2}$ の小数部分を b とする。このとき, $\left(a - \frac{2}{a}\right)\left(b + \frac{1}{b}\right)$ の値を求めよ。
- (3) $\sqrt{2011}$ の整数部分を a , 小数部分を b とするとき, $b^2 + 2ab$ の値を求めよ。
- (4) $\sqrt{7}$ の整数部分を a , 小数部分を b とする。このとき, $\frac{a}{b}$ の整数部分を求めよ。
- (5) $\sqrt{14}$ の整数部分を a , 小数部分を b とする。 $\frac{1}{b}$ の整数部分を c , 小数部分を d とするとき, c, d の値を求めよ。

14

$1 + \sqrt{10}$ の整数部分を a ，小数部分を b とするとき，次の値を求めよ。

- (1) a, b (2) $b + \frac{1}{b}, b^2 + \frac{1}{b^2}$

15 [土佐]

- (1) $\frac{(\sqrt{7}+1)^2}{2}$ を計算すると となる。
- (2) $\frac{(\sqrt{7}+1)^2}{2}$ の整数部分を a ，小数部分を b とするとき， a の値は $\sqrt{\text{$ }， b の値は $\sqrt[3]{\text{$ }， $a^2 + 2ab + b^2 - 8b$ の値は $\sqrt[3]{\text{$ } である。

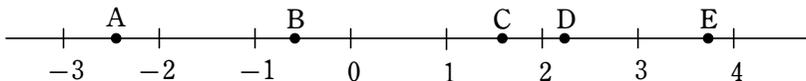
16

$5 - \sqrt{7}$ の整数部分を a ，小数部分を b とするとき，次の値を求めなさい。

- (1) a (2) b (3) $b(a - b + 4)$

17

- (1) 下の数直線上の点 A, B, C, D, E は， $-\sqrt{\frac{1}{3}}$ ， $\sqrt{5}$ ， $\sqrt{14}$ ， $\frac{\sqrt{10}}{2}$ ， $-\sqrt{6}$ のどれかに対応している。A, B, C, D, E に対応する数を，それぞれ求めなさい。



- (2) n を 1 より大きい整数とする。次の 3 つの数の大小関係を，不等号を使って表しなさい。

$$\frac{\sqrt{3n^2}}{3}, \quad \frac{\sqrt{n}}{3}, \quad \sqrt{\frac{n}{3}}$$

18 [西南学院]

2 つの整数 a, b が， $1.5 < \sqrt{a} < \frac{7}{3}$ ， $a + 2b = 8$ をともに満たしている。このとき， b の値を求めなさい。

19

次の問いに答えなさい。

- (1) $\sqrt{140a}$ が自然数となるような自然数 a のうち、最も小さいものを求めなさい。
- (2) $\sqrt{270x}$ が自然数となるような自然数 x のうち、最も小さいものを求めなさい。

20

次の問いに答えなさい。

- (1) \sqrt{k} の整数部分が 10 となるような整数 k の個数を求めなさい。
- (2) $\sqrt{30-a}$ が整数となるような 0 以上の整数 a を、すべて求めなさい。
- (3) $\sqrt{168-12n}$ が自然数となるような自然数 n を、すべて求めなさい。