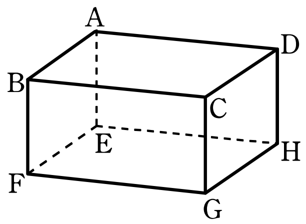
1

直方体 ABCD－EFGH について

(1)　８つの頂点のうち，３つの頂点を含む平面を作るとき，２点 A，C を含む平面はいくつあるかを答えなさい。

(2)　辺 AB と平行な辺をすべて答えなさい。

(3)　辺 AB とねじれの位置にある辺をすべて答えなさい。



2

空間内の直線 ℓ，m，n や，平面 P，Q，R について，次の記述が正しいときは ○，正しくないときは × で答えなさい。

(1)　$P\perp Q$，$Q\perp R$ のとき，$P /\!/ R$ である。

(2)　$P\perp Q$，$Q /\!/ R$ のとき，$P\perp R$ である。

(3)　$\ell \perp m$，$P /\!/ \ell$ のとき，$P\perp m$ である。

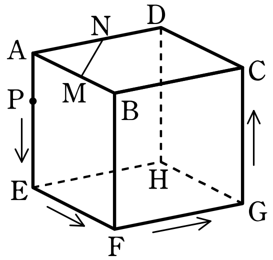
(4)　$P /\!/ \ell$，$Q /\!/ \ell$ のとき，$P /\!/ Q$ である。

(5)　$P\perp \ell$，$Q /\!/ \ell$ のとき，$P\perp Q$ である。

(6)　$\ell \perp m$，$m\perp n$ のとき，$\ell /\!/ n$ である。

$\boxed{3}$

右の図の立方体 ABCD－EFGH において，点 M，N はそれぞれ辺 AB，AD の中点である。点 P は辺 AE，EF，FG，GC 上を A から C まで，矢印の向きに動く。
点 P と線分 MN を含む平面でこの立方体を 2 つの立体に切ったとき，切り口の図形は点 P の位置により変わっていく。その形を変わっていく順に答えなさい。
ただし，P が A と C に一致するときは除く。

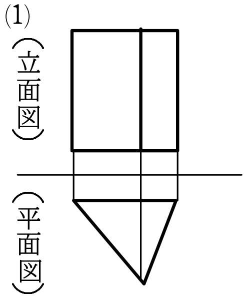


$\boxed{4}$

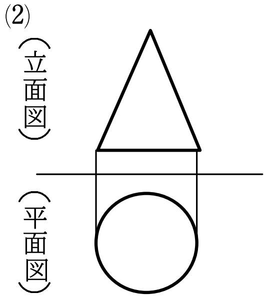
右の投影図は，下の ①～⑦ のいずれかの立体の投影図である。それぞれどの投影図かを番号で答えなさい。

① 円柱　② 球　③ 円錐
④ 四角柱　⑤ 四角錐
⑥ 三角柱　⑦ 三角錐

(1)

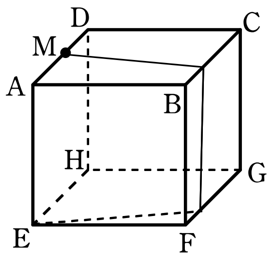


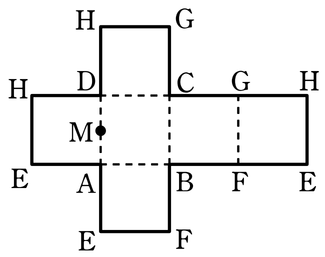
(2)



5

右の図のような立方体と，その展開図がある。立方体の辺ADの中点Mから頂点Eまで，図のようにひもをかける。ひもの長さを最も短くするにはどのようにすればよいか。ひもの通る位置を，展開図に示しなさい。



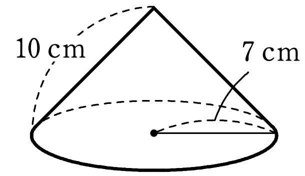


6

底面の半径が７cmで，母線の長さが10cmの円錐がある。

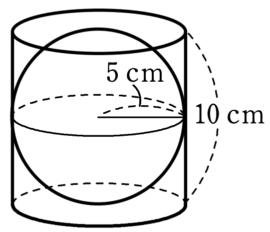
(1)　この円錐の表面積を求めなさい。

(2)　側面となる扇形の中心角を求めなさい。



7

図のように，底面の直径と高さがともに 10 cm の円柱に，半径 5 cm の球がちょうど入っている。

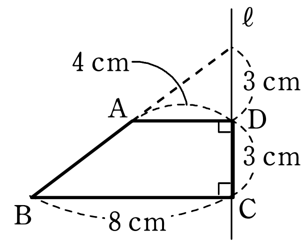


(1)　球と円柱の体積の比を求めなさい。

(2)　球と円柱の表面積の比を求めなさい。

8

右の図のような台形 ABCD を，次のように 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

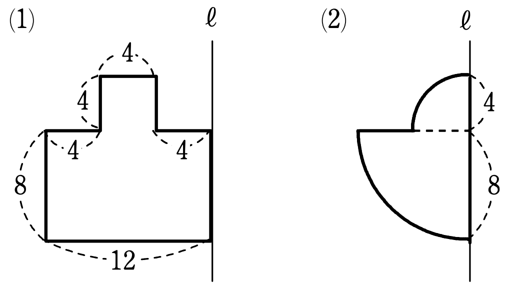


(1)　辺 BC を軸として 1 回転させる。

(2)　直線 ℓ を軸として 1 回転させる。

9

右の図形を，直線 ℓ を軸として１回転させてできる立体の表面積と体積を求めなさい。
ただし，単位は cm とする。



1

解答　(1)　4つ　　(2)　辺DC，EF，HG　　(3)　辺DH，CG，EH，FG

2

解答　(1)　×　　(2)　○　　(3)　×　　(4)　×　　(5)　○　　(6)　×

3

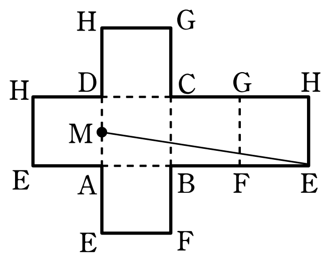
解答　三角形 → 四角形 → 六角形 → 五角形

4

解答　(1)　⑥　　(2)　③

5

解答　[図]



6

解答　(1)　119π cm^2　　(2)　252°

7

解答　(1)　2：3　　(2)　2：3

8

解答　(1)　48π cm^3　　(2)　112π cm^3

9

解答　表面積，体積の順に

(1)　576π cm^2，1344π cm^3　　(2)　208π cm^2，384π cm^3

1

解説

(1)　平面は，同じ直線上にない３点で１つ決まる。

A，C 以外のもう１点の候補は，B，D，E，G，F，H の６つある。

このうち，B と D，E と G はどちらを選んでも同じ平面になる。

よって，平面 ACB，ACE，ACF，ACH の 4 つ。　答

(2)　直方体の各面は長方形であるから，辺 DC，EF は明らかに辺 AB と平行である。

また，AB∥DC，DC∥HG であるから

AB∥HG

よって，求める辺は　辺 DC，EF，HG　答

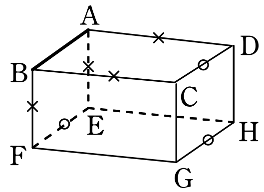
(3)　辺 AB と平行な辺は，(2) で求めた３つの辺。

辺 AB と交わる辺は

辺 AD，BC，AE，BF

求める辺は，この７つの辺と辺 AB を除いて

辺 DH，CG，EH，FG　答



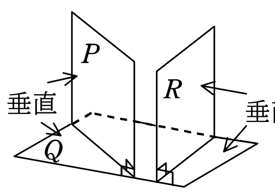
○：辺 AB と平行
×：辺 AB と交わる

2

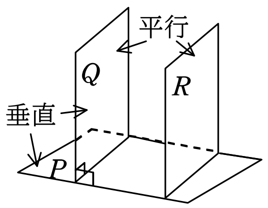
解説

(1)　×　　(2)　○　　(3)　×　　(4)　×　　(5)　○　　(6)　×

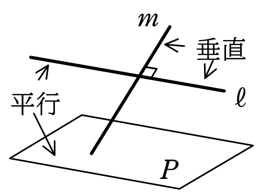
(1)



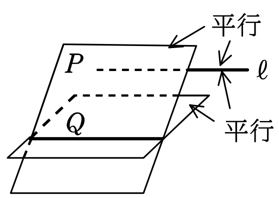
(2)



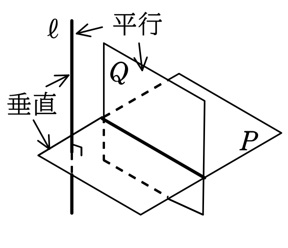
(3)



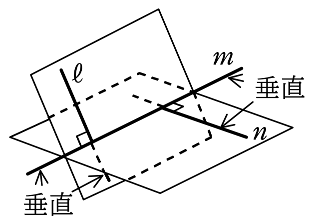
(4)



(5)



(6)

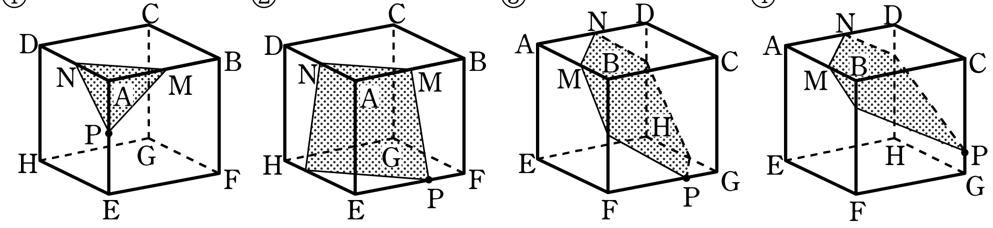


3

解説

点 P が辺 AE 上 (①)，EF 上 (②)，FG 上 (③)，GC 上 (④) にあるときの切り口の図形は，それぞれ下の図のようになる (① と ② の図は見る位置を変えた)。

①　②　③　④



点 P が点 E の上にあるときは三角形，点 F の上にあるときは四角形，点 G の上にあるときは五角形となる。したがって，切り口の形は次のように変わっていく。

A → E (点 A は除く)　のとき三角形，E → F (点 E は除く) のとき四角形，

F → G (点 F，G は除く) のとき六角形，G → C (点 C は除く) のとき五角形　答

4

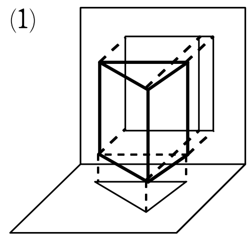
解説

(1)　正面から見た図は長方形が組み合わさっているから，① ～ ⑦ の立体の中では，角柱と考えられる。

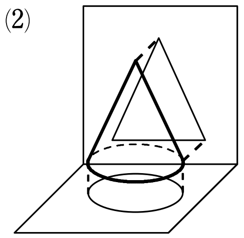
真上から見た形が三角形であるから，この立体は三角柱である。

答　⑥

(1)



(2)



(2)　正面から見た図は三角形であるから，この立体は錐体か三角柱と考えられる。

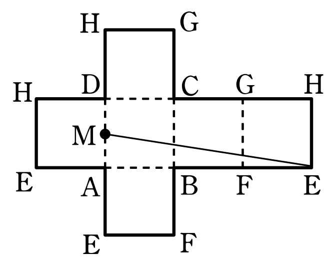
真上から見た形が円であるから，この立体は円錐である。

答　③

5

解説

展開図において，2 点 M，E を結ぶ線で，線分 BC，FG 上の点を通るもののうち，最も長さが短いのは線分 ME である。よって，ひもの通る位置は右の図のようになる。　終



6

解説

(1)　側面となる扇形の弧の長さは，底面の円周の長さに等しいから

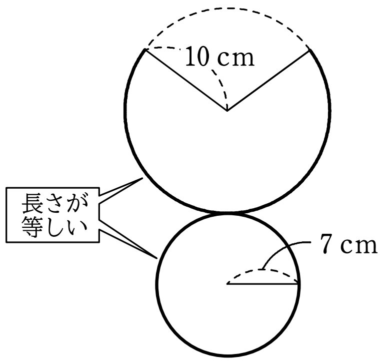
$$2\pi\times7=14\pi\,(\text{cm})$$

側面積は　$\frac{1}{2}\times14\pi\times10=70\pi\,(\text{cm}^2)$

底面積は　$\pi\times7^2=49\pi\,(\text{cm}^2)$

したがって，表面積は

$$70\pi+49\pi=119\pi\,(\text{cm}^2)$$　答



(2)　側面となる扇形の中心角を $a°$ とする。

半径 10 cm の円周の長さは $2\pi\times10\,(\text{cm})$ であり，底面の周の長さが扇形の弧の長さに等しいから　$2\pi\times7=2\pi\times10\times\frac{a}{360}$

よって　$a=360\times\frac{7}{10}=252$　　答　252°

7

解説

(1)　球の体積は　$\frac{4}{3}\pi\times5^3=\frac{500}{3}\pi\ (\text{cm}^3)$

円柱の体積は　$\pi\times5^2\times10=250\pi\ (\text{cm}^3)$

よって，球と円柱の体積の比は　$\frac{500}{3}\pi:250\pi=2:3$　答

(2)　球の表面積は　$4\pi\times5^2=100\pi\ (\text{cm}^2)$

円柱の表面積は　$(\pi\times5^2)\times2+2\pi\times5\times10=150\pi\ (\text{cm}^2)$

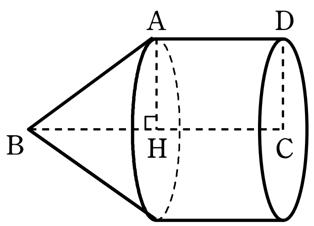
よって，球と円柱の表面積の比は　$100\pi:150\pi=2:3$　答

8

解説

(1)　A から辺 BC に引いた垂線を AH とする。

できる立体は，長方形 AHCD を１回転させてできる円柱と，△ABH を１回転させてできる円錐を組み合わせたものである。



$AH=DC=3\,(\text{cm})$,

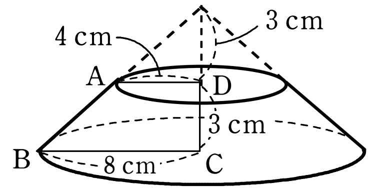
$HC=AD=4\,(\text{cm})$,

$BH=8-4=4\,(\text{cm})$

であるから，求める体積は

$$\pi\times3^2\times4+\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times4=36\pi+12\pi=48\pi\,(\text{cm}^3)$$　答

(2)　できる立体は，底面の半径が 8 cm，高さ 6 cm の円錐から，底面の半径が 4 cm，高さ 3 cm の円錐を取り除いたものである。



よって，求める体積は

$$\frac{1}{3}\times\pi\times8^2\times6-\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times3$$

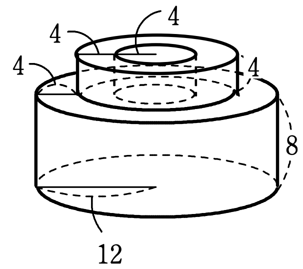
$$=128\pi-16\pi=112\pi\,(\text{cm}^3)$$　答

9

解説

(1)　できる立体は，右の図のようになる。

これは，底面の半径が 12 cm，高さ 8 cm の円柱と，底面の半径が 8 cm，高さ 4 cm の円柱を合わせたものから，底面の半径が 4 cm，高さ 4 cm の円柱を取り除いたものである。



求める表面積は

$$(\pi\times12^2)\times2+8\times(2\pi\times12)+4\times(2\pi\times8)+4\times(2\pi\times4)$$

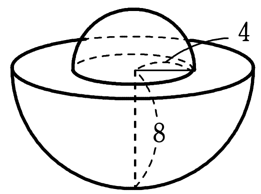
$$=576\pi\ (\text{cm}^2)$$

求める体積は

$$(\pi\times12^2)\times8+(\pi\times8^2)\times4-(\pi\times4^2)\times4=1344\pi\ (\text{cm}^3)$$

(2)　できる立体は，右の図のようになる。

これは，半径 8 cm の半球と，半径 4 cm の半球を合わせたものである。



求める表面積は

$$(4\pi\times8^2)\times\frac{1}{2}+(4\pi\times4^2)\times\frac{1}{2}+\pi\times8^2-\pi\times4^2$$

$$=208\pi\ (\text{cm}^2)$$

求める体積は

$$\left(\frac{4}{3}\pi\times8^3\right)\times\frac{1}{2}+\left(\frac{4}{3}\pi\times4^3\right)\times\frac{1}{2}=384\pi\ (\text{cm}^3)$$