

1

次の中から、正しいものを選びなさい。

- ① 81の平方根は9である。 ② $\sqrt{(-5)^2}$ は-5である。
③ $\sqrt{9}$ は±3である。 ④ $\sqrt{7} \times \sqrt{7}$ は7に等しい。
⑤ $\sqrt{0.9}$ は0.3に等しい。 ⑥ $\sqrt{16} - \sqrt{9}$ は $\sqrt{7}$ に等しい。

2

次の計算をなさい。

(1) $(\sqrt{6} - 2)^2 + \frac{24}{\sqrt{6}}$

(2) $\frac{3\sqrt{6} + 4}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{6} + 3}{\sqrt{3}}$

3

次の計算をなさい。

(1) $(\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7})(\sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{7})$

(2) $(1 + \sqrt{2})^2(2 - \sqrt{2})^2$

(3) $(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})^2$

4

次の数の分母を有理化しなさい。

(1) $\frac{3}{\sqrt{7} + 2}$

(2) $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$

5

$5-\sqrt{7}$ の整数部分を a ，小数部分を b とするとき，次の値を求めなさい。

- (1) a (2) b (3) $b(a-b+4)$

6

$x=\sqrt{6}+2$ ， $y=\sqrt{6}-2$ のとき，次の式の値を求めなさい。

- (1) $x^2+2xy+y^2$ (2) x^2-y^2

7

$\sqrt{24n}$ が整数となる自然数 n のうち、もっとも小さいものを求めなさい。

8

次の方程式を解きなさい。

(1) $4x^2 - 4x = 48$

(2) $x(2x + 5) = 5(x + 2)$

(3) $(2x + 1)(x - 3) = (x + 1)(x - 4)$

9

次の2次方程式を解きなさい。

(1) $(x-2)(x-4) = (2x-3)^2$

(2) $3x^2 - (x-1)(x+5) = (2x+3)^2$

(3) $\left(\frac{x-2}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} = \frac{x+3}{2}$

(4) $4.5x^2 - 2.25x - 0.25 = 0$

(5) $(5x-1)(x+2) = (x+3)(x+7) - 20$

10

次の2次方程式を解きなさい。

(1) $(2x+1)^2 - 32 = 4(2x+1)$

(2) $2(x-7)^2 = 4(x-7) + 3$

(3) $(2x-3)^2 + 2(2x-3) - 15 = 0$

(4) $5(3x+1)^2 - 9(3x+1) + 2 = 0$

1

解答 ④

2

解答 (1) 10 (2) $2\sqrt{3} + \sqrt{2}$

3

解答 (1) $1 + 2\sqrt{15}$ (2) 2 (3) $6 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$

4

解答 (1) $\sqrt{7} - 2$ (2) $4 + \sqrt{15}$

5

解答 (1) 2 (2) $3 - \sqrt{7}$ (3) 2

6

解答 (1) 24 (2) $8\sqrt{6}$

7

解答 6

8

解答 (1) $x = -3, 4$ (2) $x = \pm\sqrt{5}$ (3) $x = 1$

9

解答 (1) $x = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{3}$ (2) $x = -4 \pm \sqrt{14}$ (3) $x = -1, 7$ (4) $x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{12}$

(5) $x = 1, -\frac{3}{4}$

10

解答 (1) $x = -\frac{5}{2}, \frac{7}{2}$ (2) $x = \frac{16 \pm \sqrt{10}}{2}$ (3) $x = -1, 3$

(4) $x = \frac{-1 \pm \sqrt{41}}{30}$

1

解説

- ① 81の平方根は±9であるから、正しくない。
 ② $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$ であるから、正しくない。
 ③ $\sqrt{9} = 3$ であるから、正しくない。
 ④ $\sqrt{7} \times \sqrt{7} = 7$ であるから、正しい。
 ⑤ $\sqrt{0.9}$ は0.3に等しくないから、正しくない。
 ⑥ $\sqrt{16} - \sqrt{9} = 4 - 3 = 1$ であるから、正しくない。
 よって、正しいものは ④

2

解説

- (1) $(\sqrt{6} - 2)^2 + \frac{24}{\sqrt{6}} = (\sqrt{6})^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{6} + 2^2 + \frac{24 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}}$
 $= 6 - 4\sqrt{6} + 4 + 4\sqrt{6}$
 $= 10$
- (2) $\frac{3\sqrt{6} + 4}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{6} + 3}{\sqrt{3}} = \frac{(3\sqrt{6} + 4) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} - \frac{(\sqrt{6} + 3) \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$
 $= \frac{3\sqrt{12} + 4\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{18} + 3\sqrt{3}}{3}$
 $= \frac{6\sqrt{3} + 4\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{3}$
 $= 3\sqrt{3} + 2\sqrt{2} - \sqrt{2} - \sqrt{3}$
 $= 2\sqrt{3} + \sqrt{2}$

3

解説

- (1) $(\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7})(\sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{7}) = \{(\sqrt{3} + \sqrt{5}) + \sqrt{7}\} \{(\sqrt{3} + \sqrt{5}) - \sqrt{7}\}$
 $= (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 - (\sqrt{7})^2$
 $= 3 + 2\sqrt{15} + 5 - 7 = 1 + 2\sqrt{15}$ 答
- (2) $(1 + \sqrt{2})^2(2 - \sqrt{2})^2 = \{(1 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})\}^2$
 $= \{\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})(\sqrt{2} - 1)\}^2$
 $= 2(2 - 1)^2 = 2$ 答
- (3) $(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = \{(1 + \sqrt{2}) + \sqrt{3}\}^2$
 $= (1 + \sqrt{2})^2 + 2(1 + \sqrt{2})\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$
 $= 1 + 2\sqrt{2} + 2 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{6} + 3$
 $= 6 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$ 答

別解 公式 $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$ を利用すると

$$(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = 1^2 + (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$$

$$= 1 + 2 + 3 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{6} + 2\sqrt{3}$$

$$= 6 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$$
 答

4

解説

- (1) $\frac{3}{\sqrt{7} + 2} = \frac{3(\sqrt{7} - 2)}{(\sqrt{7} + 2)(\sqrt{7} - 2)}$
 $= \frac{3(\sqrt{7} - 2)}{(\sqrt{7})^2 - 2^2} = \frac{3(\sqrt{7} - 2)}{7 - 4}$
 $= \frac{3(\sqrt{7} - 2)}{3} = \sqrt{7} - 2$ 答
- (2) $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})}$
 $= \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{5 + 2\sqrt{15} + 3}{5 - 3}$
 $= \frac{8 + 2\sqrt{15}}{2} = \frac{2(4 + \sqrt{15})}{2}$
 $= 4 + \sqrt{15}$ 答

5

解説

- (1) $\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$ であるから $2 < \sqrt{7} < 3$
 各辺に -1 をかけて $-3 < -\sqrt{7} < -2$
 各辺に 5 をたして $2 < 5 - \sqrt{7} < 3$
 よって $a = 2$ 答
- (2) $5 - \sqrt{7}$ から a をひいたものが b であるから
 $b = (5 - \sqrt{7}) - a$
 $= (5 - \sqrt{7}) - 2$
 $= 3 - \sqrt{7}$ 答
- (3) $b(a - b + 4) = (3 - \sqrt{7})\{2 - (3 - \sqrt{7}) + 4\}$
 $= (3 - \sqrt{7})(3 + \sqrt{7})$
 $= 3^2 - (\sqrt{7})^2 = 9 - 7 = 2$ 答

6

解説

$$(1) \quad x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2$$

$$x+y = (\sqrt{6}+2) + (\sqrt{6}-2) = 2\sqrt{6}$$

であるから $(x+y)^2 = (2\sqrt{6})^2 = 24$

$$(2) \quad x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$$

$$x+y = 2\sqrt{6}, \quad x-y = (\sqrt{6}+2) - (\sqrt{6}-2) = 4$$

であるから $(x+y)(x-y) = 2\sqrt{6} \times 4 = 8\sqrt{6}$

7

解説

$$\sqrt{24n} = \sqrt{2^2 \times 6 \times n} = 2\sqrt{6n}$$

$\sqrt{6n}$ が整数となるような自然数 n のうち、もっとも小さいものは6で、このとき $\sqrt{24n}$ の値も整数になる。

したがって $n=6$

8

解説

$$(1) \quad 4x^2 - 4x = 48$$

$$4x^2 - 4x - 48 = 0$$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x+3)(x-4) = 0$$

よって $x = -3, 4$

$$(2) \quad x(2x+5) = 5(x+2)$$

$$2x^2 + 5x = 5x + 10$$

$$2x^2 = 10$$

$$x^2 = 5$$

よって $x = \pm\sqrt{5}$

$$(3) \quad (2x+1)(x-3) = (x+1)(x-4)$$

$$2x^2 - 5x - 3 = x^2 - 3x - 4$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x-1)^2 = 0$$

よって $x = 1$

9

解説

$$(1) \quad (x-2)(x-4) = (2x-3)^2$$

$$x^2 - 6x + 8 = 4x^2 - 12x + 9$$

整理すると $3x^2 - 6x + 1 = 0$

よって $x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 3 \times 1}}{3} = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{3}$

$$(2) \quad 3x^2 - (x-1)(x+5) = (2x+3)^2$$

$$3x^2 - (x^2 + 4x - 5) = 4x^2 + 12x + 9$$

整理すると $x^2 + 8x + 2 = 0$

よって $x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 1 \times 2}}{1} = -4 \pm \sqrt{14}$

$$(3) \quad \left(\frac{x-2}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} = \frac{x+3}{2}$$

$$\frac{x^2 - 4x + 4}{4} - \frac{5}{4} = \frac{x+3}{2}$$

両辺に4をかけて $x^2 - 4x + 4 - 5 = 2(x+3)$

整理すると $x^2 - 6x - 7 = 0$

左辺を因数分解すると $(x+1)(x-7) = 0$

よって $x = -1, 7$

$$(4) \quad 4.5x^2 - 2.25x - 0.25 = 0$$

両辺に4をかけて $18x^2 - 9x - 1 = 0$

よって $x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \times 18 \times (-1)}}{2 \times 18} = \frac{9 \pm \sqrt{153}}{36}$

$$= \frac{9 \pm 3\sqrt{17}}{36} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{12}$$

$$(5) \quad (5x-1)(x+2) = (x+3)(x+7) - 20$$

$$5x^2 + 9x - 2 = x^2 + 10x + 21 - 20$$

整理すると $4x^2 - x - 3 = 0$

左辺を因数分解すると $(x-1)(4x+3) = 0$

よって $x = 1, -\frac{3}{4}$

10

解説

(1) $2x+1=t$ とおくと、方程式は次のようになる。

$$t^2 - 32 = 4t$$

$$t^2 - 4t - 32 = 0$$

$$(t+4)(t-8) = 0$$

よって $t = -4, 8$

すなわち $2x+1 = -4$ または $2x+1 = 8$

したがって $x = -\frac{5}{2}, \frac{7}{2}$

(2) $x-7=t$ とおくと、方程式は次のようになる。

$$2t^2 = 4t + 3$$

$$2t^2 - 4t - 3 = 0$$

よって $t = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 2 \times (-3)}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2}$

すなわち $x-7 = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2}$

したがって $x = \frac{16 \pm \sqrt{10}}{2}$

(3) $2x-3=t$ とおくと、方程式は次のようになる。

$$t^2 + 2t - 15 = 0$$

$$(t+5)(t-3) = 0$$

よって $t = -5, 3$

すなわち $2x-3 = -5$ または $2x-3 = 3$

したがって $x = -1, 3$

(4) $3x+1=t$ とおくと、方程式は次のようになる。

$$5t^2 - 9t + 2 = 0$$

よって $t = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \times 5 \times 2}}{2 \times 5} = \frac{9 \pm \sqrt{41}}{10}$

すなわち $3x+1 = \frac{9 \pm \sqrt{41}}{10}$

したがって $x = \frac{-1 \pm \sqrt{41}}{30}$