

1

ある整式から $-2x^2 + 5x - 3$ を引くところを、誤ってこの式を加えたので、答えが $-4x^2 + 13x - 6$ になった。正しい答えを求めよ。

2

次の式を展開せよ。

- (1) $(x - y + z)^2$ (2) $(2a + 3b - 5c)^2$
 (3) $(a^2 + 3a - 2)(a^2 + 3a + 3)$ (4) $(x^2 + 3x + 2)(x^2 - 3x + 2)$
 (5) $(x + y + z)(x - y - z)$

3

次の式を因数分解せよ。

- (1) $2x^2 - xy - y^2 - x + y$ (2) $3x^2 + y^2 + 4xy - 7x - y - 6$
 (3) $3x^2 + 5xy - 2y^2 - x + 5y - 2$ (4) $x^2 - 2y^2 - z^2 + 3yz - xy$

4

次の式を展開せよ。

- (1) $(2a + 3b)^2(2a - 3b)^2$ (2) $(x^2 + 4)(x - 2)(x + 2)$
 (3) $(a + 1)^2(a^2 - a + 1)^2$

5

x が次の値をとるとき、 $|x + 2| + |x - 2|$ の値を求めよ。

- (1) $x = 3$ (2) $x = 1$ (3) $x = 0$ (4) $x = -4$

6

次の不等式を解け。

- (1) $\begin{cases} 4x + 1 < 3x - 1 \\ 2x - 1 \geq 5x + 6 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2x + 3 > x + 2 \\ 3x > 4x + 2 \end{cases}$
 (3) $2(x - 3) + 5 < 5x - 6 \leq \frac{3x + 4}{3}$

7

(1) 兄弟が合わせて 52 本の鉛筆を持っている。いま、兄が弟に自分が持っている鉛筆のちょうど $\frac{1}{3}$ をあげてもまだ兄の方が多く、更に 3 本あげると弟の方が多くなる。

兄が初めに持っていた鉛筆の本数を求めよ。

(2) 6% の食塩水が 200 g ある。これに食塩を加えて 10% 以上 15% 以下の食塩水を作りたい。加える食塩の重さの範囲を求めよ。

1

解答 $3x$

2

解答 (1) $x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz + 2zx$

(2) $4a^2 + 9b^2 + 25c^2 + 12ab - 30bc - 20ca$ (3) $a^4 + 6a^3 + 10a^2 + 3a - 6$

(4) $x^4 - 5x^2 + 4$ (5) $x^2 - y^2 - z^2 - 2yz$

3

解答 (1) $(x - y)(2x + y - 1)$ (2) $(x + y - 3)(3x + y + 2)$

(3) $(x + 2y - 1)(3x - y + 2)$ (4) $(x + y - z)(x - 2y + z)$

4

解答 (1) $16a^4 - 72a^2b^2 + 81b^4$ (2) $x^4 - 16$ (3) $a^6 + 2a^3 + 1$

5

解答 (1) 6 (2) 4 (3) 4 (4) 8

6

解答 (1) $x \leq -\frac{7}{3}$ (2) 解はない (3) $\frac{5}{3} < x \leq \frac{11}{6}$

7

解答 (1) 42本 (2) $\frac{80}{9}$ g 以上 $\frac{360}{17}$ g 以下

1

解説

ある整式を A とすると

$$A + (-2x^2 + 5x - 3) = -4x^2 + 13x - 6$$

$$\text{ゆえに } A = (-4x^2 + 13x - 6) - (-2x^2 + 5x - 3)$$

$$= -4x^2 + 13x - 6 + 2x^2 - 5x + 3$$

$$= -2x^2 + 8x - 3$$

よって、正しい答えは

$$A - (-2x^2 + 5x - 3)$$

$$= (-2x^2 + 8x - 3) - (-2x^2 + 5x - 3)$$

$$= -2x^2 + 8x - 3 + 2x^2 - 5x + 3 = 3x$$

別解 ある整式を A とし、 $-2x^2 + 5x - 3 = P$ 、 $-4x^2 + 13x - 6 = Q$ とおくと

$$A + P = Q \quad \text{よって} \quad A = Q - P$$

正しい答えは $A - P$ であるから

$$A - P = (Q - P) - P = Q - 2P$$

$$= (-4x^2 + 13x - 6) - 2(-2x^2 + 5x - 3)$$

$$= 3x$$

2

解説

$$(1) (x - y + z)^2 = \{(x - y) + z\}^2$$

$$= (x - y)^2 + 2(x - y)z + z^2$$

$$= (x^2 - 2xy + y^2) + 2xz - 2yz + z^2$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz + 2zx$$

$$\text{別解 } (x - y + z)^2 = x^2 + (-y)^2 + z^2 + 2x(-y) + 2(-y)z + 2zx$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz + 2zx$$

$$(2) (2a + 3b - 5c)^2 = \{(2a + 3b) - 5c\}^2$$

$$= (2a + 3b)^2 - 2(2a + 3b) \cdot 5c + (5c)^2$$

$$= (4a^2 + 12ab + 9b^2) - 20ac - 30bc + 25c^2$$

$$= 4a^2 + 9b^2 + 25c^2 + 12ab - 30bc - 20ca$$

$$\text{別解 } (2a + 3b - 5c)^2 = (2a)^2 + (3b)^2 + (-5c)^2 + 2 \cdot 2a \cdot 3b + 2 \cdot 3b(-5c) + 2(-5c) \cdot 2a$$

$$= 4a^2 + 9b^2 + 25c^2 + 12ab - 30bc - 20ca$$

$$(3) (a^2 + 3a - 2)(a^2 + 3a + 3) = \{(a^2 + 3a) - 2\}\{(a^2 + 3a) + 3\}$$

$$= (a^2 + 3a)^2 + (a^2 + 3a) - 6$$

$$= (a^4 + 6a^3 + 9a^2) + a^2 + 3a - 6$$

$$= a^4 + 6a^3 + 10a^2 + 3a - 6$$

$$(4) (x^2 + 3x + 2)(x^2 - 3x + 2) = \{(x^2 + 2) + 3x\}\{(x^2 + 2) - 3x\}$$

$$= (x^2 + 2)^2 - (3x)^2$$

$$= (x^4 + 4x^2 + 4) - 9x^2$$

$$= x^4 - 5x^2 + 4$$

$$(5) (x + y + z)(x - y - z) = \{x + (y + z)\}\{x - (y + z)\}$$

$$= x^2 - (y + z)^2$$

$$= x^2 - (y^2 + 2yz + z^2)$$

$$= x^2 - y^2 - z^2 - 2yz$$

3

解説

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 2x^2 - xy - y^2 - x + y \\
 &= 2x^2 + (-y-1)x - y(y-1) \\
 &= (x-y)(2x+y-1)
 \end{aligned}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1 \quad \times \quad -y \quad \longrightarrow \quad -2y \\
 2 \quad \times \quad y-1 \quad \longrightarrow \quad y-1 \\
 \hline
 2 \quad -y(y-1) \quad -y-1
 \end{array}$$

別解 $2x^2 - xy - y^2 - x + y = (x-y)(2x+y) - (x-y)$
 $= (x-y)(2x+y-1)$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & 3x^2 + y^2 + 4xy - 7x - y - 6 = y^2 + (4x-1)y + 3x^2 - 7x - 6 \\
 &= y^2 + (4x-1)y + (x-3)(3x+2) \quad \dots\dots [A] \\
 &= \{y+(x-3)\}\{y+(3x+2)\} \quad \dots\dots [B] \\
 &= (x+y-3)(3x+y+2)
 \end{aligned}$$

[A]
$$\begin{array}{r}
 1 \quad \times \quad -3 \quad \longrightarrow \quad -9 \\
 3 \quad \times \quad 2 \quad \longrightarrow \quad 2 \\
 \hline
 -7
 \end{array}$$

[B]
$$\begin{array}{r}
 1 \quad \times \quad x-3 \quad \longrightarrow \quad x-3 \\
 1 \quad \times \quad 3x+2 \quad \longrightarrow \quad 3x+2 \\
 \hline
 4x-1
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & 3x^2 + 5xy - 2y^2 - x + 5y - 2 = 3x^2 + (5y-1)x - (2y^2 - 5y + 2) \quad \dots\dots [A] \\
 &= 3x^2 + (5y-1)x - (y-2)(2y-1) \quad \dots\dots [B] \\
 &= (x+2y-1)(3x-y+2)
 \end{aligned}$$

[A]
$$\begin{array}{r}
 1 \quad \times \quad -2 \quad \longrightarrow \quad -4 \\
 2 \quad \times \quad -1 \quad \longrightarrow \quad -1 \\
 \hline
 -5
 \end{array}$$

[B]
$$\begin{array}{r}
 1 \quad \times \quad 2y-1 \quad \longrightarrow \quad 6y-3 \\
 3 \quad \times \quad -(y-2) \quad \longrightarrow \quad -y+2 \\
 \hline
 5y-1
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & x^2 - 2y^2 - z^2 + 3yz - xy = x^2 - yx - (2y^2 - 3yz + z^2) \quad \dots\dots [A] \\
 &= x^2 - yx - (y-z)(2y-z) \quad \dots\dots [B] \\
 &= (x+y-z)(x-2y+z)
 \end{aligned}$$

[A]
$$\begin{array}{r}
 1 \quad \times \quad -z \quad \longrightarrow \quad -2z \\
 2 \quad \times \quad -z \quad \longrightarrow \quad -z \\
 \hline
 -3z
 \end{array}$$

[B]
$$\begin{array}{r}
 1 \quad \times \quad y-z \quad \longrightarrow \quad y-z \\
 1 \quad \times \quad -(2y-z) \quad \longrightarrow \quad -2y+z \\
 \hline
 -y
 \end{array}$$

4

解説

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & (2a+3b)^2(2a-3b)^2 = \{(2a+3b)(2a-3b)\}^2 \\
 &= \{(2a)^2 - (3b)^2\}^2 = (4a^2 - 9b^2)^2 \\
 &= (4a^2)^2 - 2 \cdot 4a^2 \cdot 9b^2 + (9b^2)^2 \\
 &= 16a^4 - 72a^2b^2 + 81b^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & (x^2+4)(x-2)(x+2) = (x^2+4)(x^2-4) = (x^2)^2 - 4^2 \\
 &= x^4 - 16
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & (a+1)^2(a^2-a+1)^2 = \{(a+1)(a^2-a+1)\}^2 \\
 &= (a^3+1)^2 \\
 &= (a^3)^2 + 2 \cdot a^3 + 1 \\
 &= a^6 + 2a^3 + 1
 \end{aligned}$$

5

解説

$$(1) \quad |3+2| + |3-2| = |5| + |1| = 5+1=6$$

$$(2) \quad |1+2| + |1-2| = |3| + |-1| = 3+1=4$$

$$(3) \quad |0+2| + |0-2| = |2| + |-2| = 2+2=4$$

$$(4) \quad |-4+2| + |-4-2| = |-2| + |-6| = 2+6=8$$

6

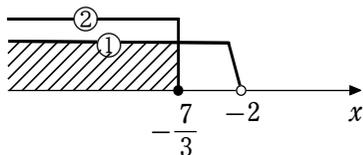
解説

(1) $4x+1 < 3x-1$ から $x < -2$ …… ①

$2x-1 \geq 5x+6$ から $-3x \geq 7$

よって $x \leq -\frac{7}{3}$ …… ②

①と②の共通範囲を求めて $x \leq -\frac{7}{3}$

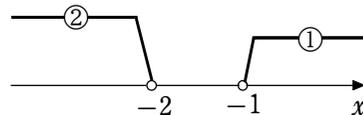


(2) $2x+3 > x+2$ から $x > -1$ …… ①

$3x > 4x+2$ から $-x > 2$

よって $x < -2$ …… ②

①と②の共通範囲はないから、この連立不等式の解はない。



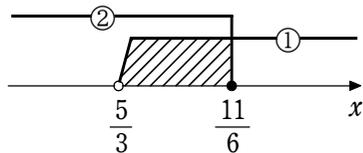
(3) $2(x-3)+5 < 5x-6$ から $-3x < -5$

よって $x > \frac{5}{3}$ …… ①

$5x-6 \leq \frac{3x+4}{3}$ から $15x-18 \leq 3x+4$

よって $12x \leq 22$

ゆえに $x \leq \frac{11}{6}$ …… ②



①と②の共通範囲を求めて $\frac{5}{3} < x \leq \frac{11}{6}$

7

解説

(1) 初めに兄が x 本、弟が $(52-x)$ 本の鉛筆を持っていたとする。

兄の鉛筆の $\frac{1}{3}$ を弟にあげても兄の方が多から

$$x - \frac{1}{3}x > (52-x) + \frac{1}{3}x$$

整理して $\frac{4}{3}x > 52$ よって $x > \frac{3}{4} \cdot 52 = 39$ …… ①

更に、兄が弟に 3 本あげると弟の方が多くなるから

$$x - \frac{1}{3}x - 3 < (52-x) + \frac{1}{3}x + 3$$

整理して $\frac{4}{3}x < 58$ よって $x < \frac{3}{4} \cdot 58 = 43.5$ …… ②

①と②の共通範囲を求めて

$$39 < x < 43.5$$

x は 3 で割り切れる整数であるから

$$x = 42$$

したがって、兄が初めに持っていた鉛筆は 42 本

(2) 6% の食塩水 200 g に含まれる食塩の重さは

$$200 \cdot \frac{6}{100} = 12 \text{ (g)}$$

この食塩水に食塩を x g 加えるとき、できる食塩水の重さは

$$(200+x) \text{ g}$$

また、この食塩水に含まれる食塩の重さは

$$(12+x) \text{ g} \dots\dots ①$$

一方、10% の食塩水 $(200+x)$ g に含まれる食塩の重さは

$$(200+x) \cdot \frac{10}{100} \text{ (g)} \dots\dots ②$$

また、15% の食塩水 $(200+x)$ g に含まれる食塩の重さは

$$(200+x) \cdot \frac{15}{100} \text{ (g)} \dots\dots ③$$

よって、与えられた条件を満たすとき、①、②、③から

$$(200+x) \cdot \frac{10}{100} \leq 12+x \leq (200+x) \cdot \frac{15}{100}$$

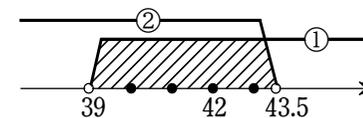
各辺に 100 を掛けて

$$10(200+x) \leq 100(12+x) \leq 15(200+x)$$

$10(200+x) \leq 100(12+x)$ から $200+x \leq 10(12+x)$

整理して $9x \geq 80$ ゆえに $x \geq \frac{80}{9}$ …… ④

$100(12+x) \leq 15(200+x)$ から $20(12+x) \leq 3(200+x)$



整理して $17x \leq 360$ ゆえに $x \leq \frac{360}{17}$ …… ⑤

④ と ⑤ の共通範囲を求めて $\frac{80}{9} \leq x \leq \frac{360}{17}$

よって、加える食塩の重さの範囲は

$\frac{80}{9}$ g 以上 $\frac{360}{17}$ g 以下

