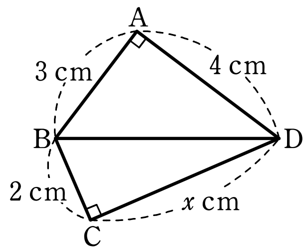
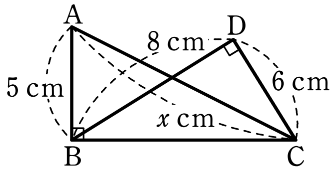
1

次の図において，x の値を求めなさい。

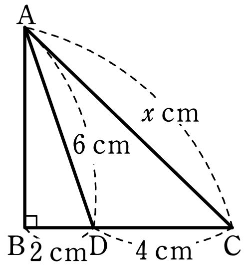
(1)



(2)



(3)



2

3 辺の長さが $(x-5)$ cm，$(x+2)$ cm，$(x+3)$ cm で表される直角三角形がある。このとき，x の値を求めなさい。

3

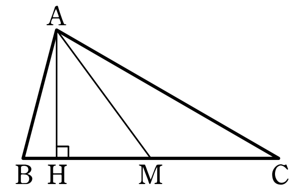
次の長さを 3 辺とする三角形の中から，直角三角形を選びなさい。

① 4 cm，6 cm，8 cm　　② 8 cm，15 cm，17 cm

③ $2\sqrt{3}$ cm，6 cm，$4\sqrt{3}$ cm　　④ $3\sqrt{2}$ cm，$4\sqrt{3}$ cm，$2\sqrt{5}$ cm

4

BC＝CA＝8 cm，面積が $4\sqrt{15}$ cm^2 の △ABC において，辺 BC の中点を M とし，A から辺 BC に引いた垂線と辺 BC との交点を H とする。



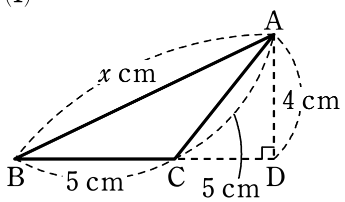
(1) HM の長さを求めなさい。

(2) AB の長さを求めなさい。

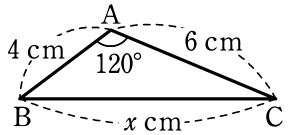
5

次の図において，x の値を求めなさい。

(1)



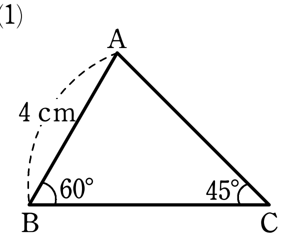
(2)



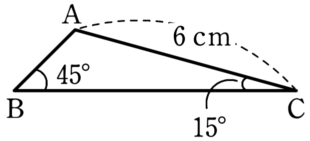
6

次の図において，△ABC の面積を求めなさい。

(1)



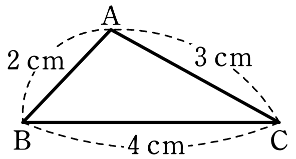
(2)



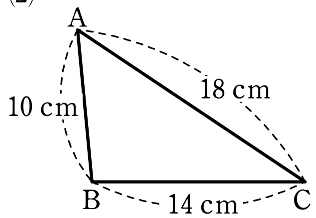
7

次の △ABC の面積を求めなさい。

(1)



(2)



8

次の問いに答えなさい。

(1)　図 1 で，2 つの円 O，O′ は外接しており，A，B は共通接線の接点である。O，O′ の半径がそれぞれ 5 cm，2 cm であるとき，線分 AB の長さを求めなさい。

(2)　図 2 で，A，B は，2 つの円 O，O′ の共通接線の接点である。O，O′ の半径がそれぞれ 5 cm，3 cm で，2 つの円の中心間の距離が 10 cm であるとき，線分 AB の長さを求めなさい。

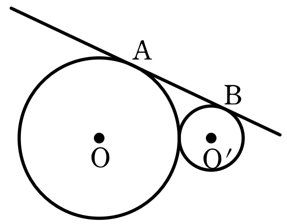


図 1

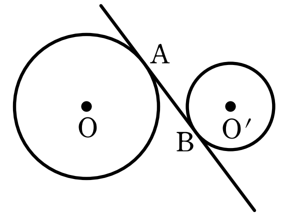
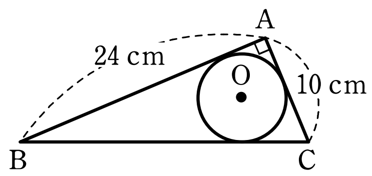


図 2

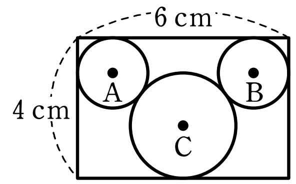
9

右の図において，円Ｏは ∠A＝90° の直角三角形ABCに内接している。
このとき，内接円Ｏの半径を求めなさい。



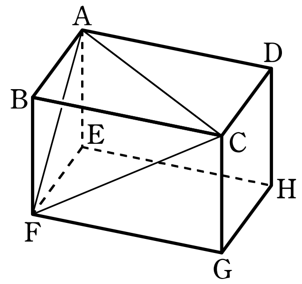
10

右の図のように，円A，B，Cは縦４cm，横６cmの長方形の辺に接し，円AとCおよび円BとCはそれぞれ外接している。円A，Bの半径がともに１cmであるとき，円Cの半径を求めなさい。



11

右の図は，AB＝BF＝4 cm，BC＝6 cm の直方体である。
△ACF の面積を求めなさい。



$\boxed{1}$

解答 (1) $\sqrt{21}$　(2) $5\sqrt{5}$　(3) $2\sqrt{17}$

$\boxed{2}$

解答 $x=10$

$\boxed{3}$

解答 ② と ③

$\boxed{4}$

解答 (1) $3\,\mathrm{cm}$　(2) $4\,\mathrm{cm}$

$\boxed{5}$

解答 (1) $4\sqrt{5}$　(2) $2\sqrt{19}$

$\boxed{6}$

解答 (1) $(6+2\sqrt{3})\,\mathrm{cm}^2$　(2) $\dfrac{27-9\sqrt{3}}{2}\,\mathrm{cm}^2$

$\boxed{7}$

解答 (1) $\dfrac{3\sqrt{15}}{4}\,\mathrm{cm}^2$　(2) $21\sqrt{11}\,\mathrm{cm}^2$

$\boxed{8}$

解答 (1) $2\sqrt{10}\,\mathrm{cm}$　(2) $6\,\mathrm{cm}$

$\boxed{9}$

解答 $4\,\mathrm{cm}$

$\boxed{10}$

解答 $\dfrac{3}{2}\,\mathrm{cm}$

$\boxed{11}$

解答 $4\sqrt{22}\,\mathrm{cm}^2$

1

解説

(1)　BD $=a$ cm とおく。

直角三角形 ABD において

$$3^2+4^2=a^2$$
$$a^2=25$$

$a>0$ であるから　$a=5$

直角三角形 BCD において

$$2^2+x^2=5^2$$
$$x^2=21$$

$x>0$ であるから　$x=\sqrt{21}$

(2)　BC $=a$ cm とおく。

直角三角形 DBC において

$$8^2+6^2=a^2$$
$$a^2=100$$

$a>0$ であるから　$a=10$

直角三角形 ABC において

$$5^2+10^2=x^2$$
$$x^2=125$$

$x>0$ であるから　$x=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$

(3)　AB $=a$ cm とおく。

直角三角形 ABD において

$$a^2+2^2=6^2$$
$$a^2=32$$

$a>0$ であるから　$a=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

直角三角形 ABC において

$$(4\sqrt{2})^2+(2+4)^2=x^2$$
$$x^2=68$$

$x>0$ であるから　$x=\sqrt{68}=2\sqrt{17}$

2

解説

$0<x-5<x+2<x+3$ であるから　　$x>5$

この直角三角形の斜辺の長さは $(x+3)$ cm であるから

$$(x-5)^2+(x+2)^2=(x+3)^2$$
$$x^2-12x+20=0$$
$$(x-2)(x-10)=0$$

$x>5$ であるから　$x=10$

3

解説

①　$4^2+6^2=52$，$8^2=64$

4^2+6^2 と 8^2 が等しくないから，直角三角形ではない。

②　$8^2+15^2=289$，$17^2=289$

$8^2+15^2=17^2$ であるから，17 cm の辺を斜辺とする直角三角形である。

③　$(2\sqrt{3})^2=12$，$6^2=36$，$(4\sqrt{3})^2=48$

$$(2\sqrt{3})^2+6^2=48$$

$(2\sqrt{3})^2+6^2=(4\sqrt{3})^2$ であるから，$4\sqrt{3}$ cm の辺を斜辺とする直角三角形である。

④　$(3\sqrt{2})^2=18$，$(4\sqrt{3})^2=48$，$(2\sqrt{5})^2=20$

$$(3\sqrt{2})^2+(2\sqrt{5})^2=38$$

$(3\sqrt{2})^2+(2\sqrt{5})^2$ と $(4\sqrt{3})^2$ が等しくないから，直角三角形ではない。

以上から，直角三角形であるのは　　②と③

4

解説

(1)　△ABC の面積が $4\sqrt{15}$ cm^2 であるから

$$\frac{1}{2}\times 8\times \mathrm{AH}=4\sqrt{15}$$
$$\mathrm{AH}=\sqrt{15}\ (\mathrm{cm})$$

直角三角形 ACH において

$$\mathrm{CH}^2+(\sqrt{15})^2=8^2$$
$$\mathrm{CH}^2=49$$

CH >0 であるから　CH $=7$

よって　　BH $=8-7=1$

したがって　HM $=4-1=3$ (cm)

(2)　直角三角形 ABH において

$$(\sqrt{15})^2+1^2=\mathrm{AB}^2$$
$$\mathrm{AB}^2=16$$

AB >0 であるから　AB $=4$ (cm)

5

解説

(1)　直角三角形 ACD において

$CD^2=5^2-4^2=9$

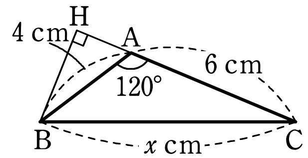
$CD>0$ であるから　$CD=3$ cm

直角三角形 ABD において

$x^2=(5+3)^2+4^2=80$

$x>0$ であるから　$x=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

(2)　点 B から辺 CA の延長に引いた垂線を BH とする。



$\angle BAH=180°-120°$

$=60°$

直角三角形 ABH において

$AH:AB:BH=1:2:\sqrt{3}$

であるから

$$AH=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times4=2\ (cm)$$

$$BH=\frac{\sqrt{3}}{2}AB=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}\ (cm)$$

直角三角形 BCH において

$x^2=(2\sqrt{3})^2+(6+2)^2$

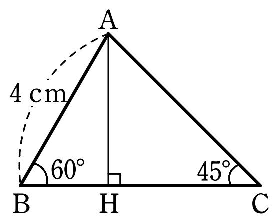
$x^2=76$

$x>0$ であるから　$x=\sqrt{76}=2\sqrt{19}$

6

解説

(1)　点 A から辺 BC に垂線 AH を引く。



△ABH において，

$BH:AB:AH=1:2:\sqrt{3}$

であるから

$$BH=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times4=2\ (cm)$$

$$AH=\frac{\sqrt{3}}{2}AB=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}\ (cm)$$

△ACH において，$AH:CH=1:1$ であるから

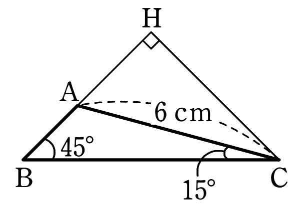
$CH=AH=2\sqrt{3}$ (cm)

よって　　$BC=2+2\sqrt{3}$ (cm)

したがって，△ABC の面積は

$$\frac{1}{2}\times(2+2\sqrt{3})\times2\sqrt{3}=6+2\sqrt{3}\ (cm^2)$$

(2)　点 C から辺 BA の延長に引いた垂線を CH とする。



△ABC の内角と外角について

$\angle CAH=45°+15°=60°$

よって，△ACH において

$AH:AC:CH=1:2:\sqrt{3}$

であるから

$$HA=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times6=3\ (cm)$$

$$CH=\frac{\sqrt{3}}{2}AC=\frac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}\ (cm)$$

△BCH において，$BH:CH=1:1$ であるから

$BH=CH=3\sqrt{3}$ (cm)

よって　　$AB=3\sqrt{3}-3$ (cm)

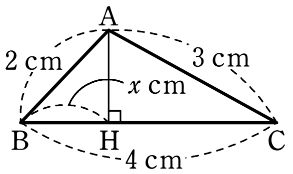
したがって，△ABC の面積は

$$\frac{1}{2}\times(3\sqrt{3}-3)\times3\sqrt{3}=\frac{27-9\sqrt{3}}{2}\ (cm^2)$$

7

解説

(1)　点 A から辺 BC に垂線 AH を引き，BH $= x$ cm とする。



△ABH において　$AH^2 = 2^2 - x^2$

△ACH において　$AH^2 = 3^2 - (4-x)^2$

よって　$2^2 - x^2 = 3^2 - (4-x)^2$

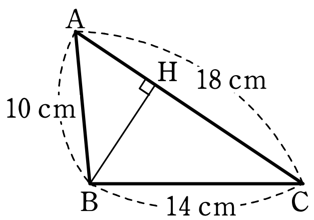
これを解いて　$x = \dfrac{11}{8}$

このとき　$AH^2 = 2^2 - \left(\dfrac{11}{8}\right)^2 = \dfrac{135}{64}$

AH＞0 であるから　$AH = \sqrt{\dfrac{135}{64}} = \dfrac{3\sqrt{15}}{8}$ (cm)

したがって，△ABC の面積は　$\dfrac{1}{2} \times 4 \times \dfrac{3\sqrt{15}}{8} = \dfrac{3\sqrt{15}}{4}$ (cm^2)

(2)　点 B から辺 CA に垂線 BH を引き，AH $= x$ cm とする。



△BAH において　$BH^2 = 10^2 - x^2$

△BCH において　$BH^2 = 14^2 - (18-x)^2$

よって　$10^2 - x^2 = 14^2 - (18-x)^2$

$36x = 228$

$x = \dfrac{19}{3}$

このとき　$BH^2 = 10^2 - \left(\dfrac{19}{3}\right)^2 = \dfrac{539}{9}$

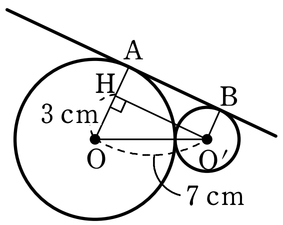
BH＞0 であるから　$BH = \sqrt{\dfrac{539}{9}} = \dfrac{7\sqrt{11}}{3}$ (cm)

したがって，△ABC の面積は　$\dfrac{1}{2} \times 18 \times \dfrac{7\sqrt{11}}{3} = 21\sqrt{11}$ (cm^2)

8

解説

(1)　O′ から，線分 OA に垂線 O′H を引くと



$OH = 5 - 2$

$= 3$ (cm)

△OO′H において

$O'H^2 = 7^2 - 3^2 = 40$

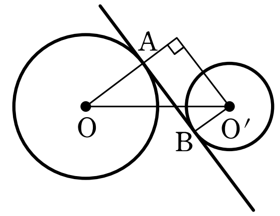
O′H＞0 であるから

$O'H = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ (cm)

AB＝O′H であるから

$AB = 2\sqrt{10}$ cm

(2)　O′ から，直線 OA に垂線 O′H を引くと



$OH = 5 + 3$

$= 8$ (cm)

$OO' = 10$ (cm)

△OO′H において

$O'H^2 = 10^2 - 8^2 = 36$

O′H＞0 であるから

$O'H = 6$ (cm)

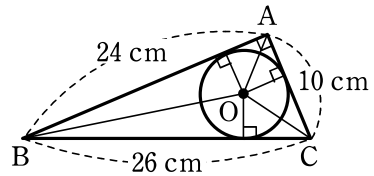
AB＝O′H であるから

$AB = 6$ cm

9

解説

△ABC において



$BC = \sqrt{24^2 + 10^2}$

$= \sqrt{676} = 26$ (cm)

内接円 O の半径を r cm とすると，△ABC の面積について

$$\frac{1}{2} \times 24 \times r + \frac{1}{2} \times 26 \times r + \frac{1}{2} \times 10 \times r = \frac{1}{2} \times 24 \times 10$$

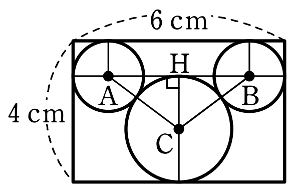
これを解いて　$r = 4$

よって，内接円 O の半径は　4 cm

$\boxed{10}$

解説

$$AB=6-(1+1)$$
$$=4\ (\mathrm{cm})$$



Cから線分ABに垂線CHを引く。

△CABはCA＝CBの二等辺三角形であるから，Hは

辺ABの中点で　$AH=\frac{1}{2}\times4=2\ (\mathrm{cm})$

円Cの半径を r cmとすると

$$AC=1+r\ (\mathrm{cm})$$
$$CH=4-(1+r)=3-r\ (\mathrm{cm})$$

△ACHにおいて

$$AH^2+CH^2=AC^2$$
$$2^2+(3-r)^2=(1+r)^2$$

これを解いて　　$r=\frac{3}{2}$

よって，円Cの半径は　$\frac{3}{2}$ cm

$\boxed{11}$

解説

$$CA=CF=\sqrt{4^2+6^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}\ (\mathrm{cm})$$
$$AF=4\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$$

よって，△ACFは二等辺三角形である。

Cから辺AFに垂線CHを引くと

$$CH=\sqrt{(2\sqrt{13})^2-(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{44}=2\sqrt{11}\ (\mathrm{cm})$$

よって　$\triangle ACF=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times2\sqrt{11}=4\sqrt{22}\ (\mathrm{cm}^2)$