

中1女学院数学 夏期課題考查対策【解答】

1

【解答】 $-3, -\frac{11}{5}$

【解説】

同符号で、絶対値が大きいものから順に2数を選ばよいため

$$-3 \text{ と } -\frac{11}{5}$$

2

【解答】 2

【解説】

$$\begin{aligned} \left(\frac{13}{4} - 0.75\right) \div \frac{5}{3} + (-2)^2 \times \frac{7}{32} &= \left(\frac{13}{4} - \frac{3}{4}\right) \times \frac{3}{5} + (-8) \times \frac{7}{32} \\ &= \left(\frac{5}{2}\right)^2 \times \frac{3}{5} + \left(-\frac{7}{4}\right) \\ &= \frac{25}{4} \times \frac{3}{5} + \left(-\frac{7}{4}\right) \\ &= \frac{15}{4} + \left(-\frac{7}{4}\right) \\ &= 2 \end{aligned}$$

3

【解答】 $\frac{23}{18}$

【解説】

$$\begin{aligned} \frac{5}{3} \times 0.8 + \left[\frac{3}{4} - \left(-\frac{5}{9}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right)\right]^2 \div \left(-\frac{1}{2}\right)^3 &= \frac{5}{3} \times \frac{4}{5} + \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right)^2 \div \left(-\frac{1}{8}\right) \\ &= \frac{4}{3} + \left(-\frac{1}{12}\right)^2 \times (-8) \\ &= \frac{4}{3} - \frac{8}{12 \times 12} \\ &= \frac{4}{3} - \frac{1}{18} \\ &= \frac{23}{18} \end{aligned}$$

4

【解答】 $\frac{3x-8}{6}$

【解説】

$$\begin{aligned} \frac{18-11x}{10} - 2(2-x) - \frac{6x-13}{15} &= \frac{3(18-11x) - 60(2-x) - 2(6x-13)}{30} \\ &= \frac{54-33x-120+60x-12x+26}{30} \\ &= \frac{15x-40}{30} \\ &= \frac{3x-8}{6} \end{aligned}$$

5

【解答】 $5a+2b \leq 500$

【解説】

(1本 a 円の鉛筆 5本の代金) $= 5a$ (円)

(1冊 b 円のノート 2冊の代金) $= 2b$ (円)

よって $5a+2b \leq 500$

6

【解答】 $\frac{x+2y}{3} \%$

【解説】

$x\%$ の食塩水 100g に含まれる食塩の量は $100 \times \frac{x}{100} = x$ (g)

$y\%$ の食塩水 200g に含まれる食塩の量は $200 \times \frac{y}{100} = 2y$ (g)

できる食塩水の量は $100+200=300$ (g)

よって、求める濃度は

$$\frac{x+2y}{300} \times 100 = \frac{x+2y}{3} \%$$

7

【解答】 $\frac{a(60b+c)}{1000}$ km

【解説】

分速 a m = 分速 $\frac{a}{1000}$ km

b 時間 c 分 $= (60b+c)$ 分

よって、求める距離は $\frac{a}{1000} \times (60b+c) = \frac{a(60b+c)}{1000}$ (km)

8

【解答】 $a = \frac{5}{2}$

【解説】

$x=4$ を $\frac{2x+a}{3} - \frac{ax-5}{2} = 1$ に代入すると

$$\frac{2 \times 4 + a}{3} - \frac{a \times 4 - 5}{2} = 1$$

$$2(8+a) - 3(4a-5) = 6$$

$$16+2a-12a+15=6$$

$$-10a = -25$$

よって

$$a = \frac{5}{2}$$

9

【解答】 61 点

【解説】

合格者を $2x$ 人、不合格者を $3x$ 人 (x は自然数) とする。また、合格者の平均点を a 点とする。

不合格者の平均点は $(a-15)$ 点と表されるから

$$a \times 2x + (a-15) \times 3x = 52 \times (2x+3x)$$

両辺を x でわって $2a+3(a-15) = 52 \times 5$

$$2a+3a-45 = 260$$

$$5a = 305$$

$$a = 61$$

よって、合格者の平均点は 61 点

10

【解答】 630

【解説】

M 高校の生徒は x 人とする。

A に行ったのは $\frac{3}{5}x$ 人、B に行ったのは $\frac{2}{7}x$ 人、A にも B にも行ってないのは $\frac{3}{14}x$ 人、

A、B とも行ったのは 63 人である。

$$\left(\frac{3}{5}x + \frac{2}{7}x - 63\right) + \frac{3}{14}x = x$$

$$\left(\frac{2}{7}x + \frac{3}{14}x\right) + \frac{3}{5}x - x = 63$$

$$\frac{1}{2}x - \frac{2}{5}x = 63$$

両辺に 10 をかけて

$$5x - 4x = 630$$

$$x = 630$$

よって 630 人

11

【解答】 エ

【解説】

手順①でウにきて、手順②でキにくる。

よって、手順③でエにくる。

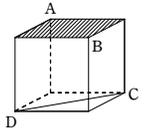
12

【解答】 ③

【解説】

見取図における位置関係は右の図ようになる。

よって、斜線部の平面と直線 CD は平行である。



13

【解答】 $\frac{3}{4}\pi$ cm

【解説】

弧 AB の長さは

$$2\pi \times 4 \times \frac{90}{360} = 2\pi \text{ (cm)}$$

おうぎ形 POQ の中心角の大きさを a° とすると、面積について

$$\pi \times 4^2 \times \frac{a}{360} = \pi$$

$$\frac{a}{360} = \frac{1}{16}$$

弧 PQ の長さは

$$2\pi \times 4 \times \frac{1}{16} = \frac{1}{2}\pi \text{ (cm)}$$

中1女学院数学 夏期課題考査対策【解答】

$\widehat{AP} = \widehat{BQ}$ より、弧 AP の長さは

$$\left(2\pi - \frac{1}{2}\pi\right) \div 2 = \frac{3}{4}\pi \text{ (cm)}$$

14

【解答】 (1) 9 (2) (ア) 117π (イ) 90π (3) 64π

【解説】

(1) $15 - 3 \times 2 = 9$ (cm)

(2) 移動してできる立体は、2つの半球と円柱を合わせた形になる。

$$\text{体積は } \left(\frac{4}{3}\pi \times 3^2 \times \frac{1}{2}\right) \times 2 + \pi \times 3^2 \times 9 = 117\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$\text{表面積は } \left(4\pi \times 3^2 \times \frac{1}{2}\right) \times 2 + 2\pi \times 3 \times 9 = 90\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

(3) 球の中心の移動距離を x cm とすると、体積について

$$\left(\frac{4}{3}\pi \times 3^2 \times \frac{1}{2}\right) \times 2 + \pi \times 3^2 \times x = 117\pi \times \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{14}{3}$$

よって、表面積は

$$\left(4\pi \times 3^2 \times \frac{1}{2}\right) \times 2 + 2\pi \times 3 \times \frac{14}{3} = 64\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

15

【解答】 (1) $\frac{9}{4}\pi$ (2) 36π (3) 36π

【解説】

(1) $\pi \times 3^2 \times \frac{90}{360} = \frac{9}{4}\pi$ (cm²)

(2) できる立体は、半径 3 cm の球である。

よって、求める体積は

$$\frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

(3) おうぎ形 OAB を時計回りに半回転させると、右の図の

ような立体(球の $\frac{1}{4}$)ができる。

この立体の表面積は

$$\left(\pi \times 3^2 \times \frac{180}{360}\right) \times 2 + (4\pi \times 3^2) \times \frac{1}{4} = 18\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

おうぎ形 OCD を半回転させてできる立体は、図の立体と合同である。

また、2つの立体が重なる部分は線分 AD だけである。

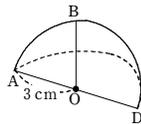
よって、求める表面積は

$$18\pi \times 2 = 36\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

16

【解答】 ②

【解説】

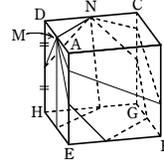


立方体 ABCDEFGH を、線分 MN を含む平面で切ったときの切り口の形として、右の図のように、

正三角形、四角形、五角形、六角形

は現れる。

よって、現れない図形は ② 図



17

【解答】 (1) 40π cm (2) 400π cm² (3) 96π cm²

【解説】

(1) 円錐の底面の円周の長さは

$$2\pi \times 4 = 8\pi \text{ (cm)}$$

円錐は 5 回転したところで、もとの位置に戻ってきたから、Q 上にえがいた曲線の長さは

$$8\pi \times 5 = 40\pi \text{ (cm)}$$

(2) (1) でえがいた曲線は、点 O を中心とする円周である。

その長さが 40π cm であるから、えがいた円の半径は

$$40\pi \div 2\pi = 20 \text{ (cm)}$$

よって、求める面積は

$$\pi \times 20^2 = 400\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

(3) (2) で求めた面積は、円錐の側面積の 5 倍にあたるから、円錐の側面積は

$$400\pi \div 5 = 80\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

円錐の底面積は

$$\pi \times 4^2 = 16\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

よって、求める表面積は

$$80\pi + 16\pi = 96\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

18

【解答】 36

【解説】

正八面体を合同な 2 つの正四角錐に分けて考える。

この正四角錐の底面について、対角線の長さは 6 であるからその面積は

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$$

正四角錐の高さは $6 \div 2 = 3$ であるから、その体積は

$$\frac{1}{3} \times 18 \times 3 = 18$$

よって、正八面体の体積は $18 \times 2 = 36$

19

【解答】 (1)

点数	階級値 (点)	度数 (人)
0 以上 ~ 20 未満	10	4
20 ~ 40	30	6
40 ~ 60	50	12
60 ~ 80	70	10
80 ~ 100	90	8
計		40

(2) 50 点 (3) 22 人

(4)

点数	度数 (人)	相対度数
0 以上 ~ 20 未満	4	0.10
20 ~ 40	6	0.15
40 ~ 60	12	0.30
60 ~ 80	10	0.25
80 ~ 100	8	0.20
計	40	1.00

(5) 45 %

【解説】

(1) 度数分布表

点数	階級値 (点)	度数 (人)
0 以上 ~ 20 未満	10	4
20 ~ 40	30	6
40 ~ 60	50	12
60 ~ 80	70	10
80 ~ 100	90	8
計		40

(2) 度数の最も大きい階級の階級値は 50 点

(3) 40 点以上 80 点未満の生徒の人数は

$$12 + 10 = 22$$

② 22 人

(4) 相対度数の分布表

点数	度数 (人)	相対度数
0 以上 ~ 20 未満	4	0.10
20 ~ 40	6	0.15
40 ~ 60	12	0.30
60 ~ 80	10	0.25
80 ~ 100	8	0.20
計	40	1.00

(5) 60 点以上の生徒の人数の相対度数は

$$0.25 + 0.20 = 0.45$$

よって、60 点以上の生徒の人数の割合は

$$0.45 \times 100 = 45$$

② 45 %

20

【解答】 (1) 2.6 冊 (2) 3 冊 (3) 3 冊 (4) 6 冊

【解説】

(1) 生徒 20 人が先月に読んだ本の冊数の合計は

$$3 + 1 + 2 + 2 + 3 + 0 + 3 + 1 + 2 + 3$$

$$+ 4 + 4 + 0 + 3 + 1 + 2 + 6 + 5 + 3 + 4 = 52$$

よって、1 人あたりの読んだ本の冊数の平均は $\frac{52}{20} = 2.6$ ② 2.6 冊

(2) 生徒 20 人が先月に読んだ本の冊数を、小さい方から順に並べると

$$0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 3$$

$$3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 4 \ 4 \ 4 \ 4 \ 5 \ 6$$

中1女学院数学 夏期課題考査対策【解答】

20個の数の中央の値は、10番目の3と11番目の3であるから、中央値は 3

図 3冊

(3) 生徒20人が先月に読んだ本の冊数のうち、度数が最も大きいものは6人の3冊である。

よって、最頻値は 3冊

(4) 生徒20人が先月に読んだ本の冊数の最大の冊数は6冊、最小の冊数は0冊であるから、求める範囲は $6-0=6$ 図 6冊

21

解答 (1) 0.18 (2) 36人

解説

(1) 145 cm 以上 150 cm 未満の階級の相対度数を x とすると、135 cm 以上 155 cm 未満の生徒の人数の割合は全体の64%であるから

$$0.04 + 0.14 + x + 0.28 = 0.64$$

よって $x = 0.18$

すなわち、145 cm 以上 150 cm 未満の階級の相対度数は 0.18

(2) 145 cm 以上 150 cm 未満の階級に入っている生徒の人数は

$$200 \times 0.18 = 36 \quad \text{図 36人}$$

22

解答 $x=3, y=5$

解説

度数分布表に階級値を加えると、次の表ようになる。

距離 (m)	階級値 (m)	度数 (人)
10 以上 ~ 14 未満	12	x
14 ~ 18	16	3
18 ~ 22	20	18
22 ~ 26	24	9
26 ~ 30	28	y
30 ~ 34	32	2
計		40

度数の合計が40であるから

$$x + 3 + 18 + 9 + y + 2 = 40$$

整理すると $x + y = 8$ …… ①

(階級値) × (度数) の合計は

$$12x + 16 \times 3 + 20 \times 18 + 24 \times 9 + 28y + 32 \times 2 = 12x + 28y + 688$$

平均値が21.6であるから

$$12x + 28y + 688 = 21.6 \times 40$$

整理すると $3x + 7y = 44$ …… ②

①, ②を連立方程式として解くと $x=3, y=5$

23

解答 (ア) 20 (イ) 30 (ウ) 12 (エ) 30

解説

正十二面体は、正五角形で構成されている。

正五角形は1つの頂点に3つの面が集まっているから、頂点の数は

$$5 \times 12 \div 3 = 20 \text{ (個)}$$

また、辺は2つの面を共有しているから

$$5 \times 12 \div 2 = 30 \text{ (本)}$$

正二十面体は、正三角形で構成されている。

正三角形は1つの頂点に5つの面が集まっているから、頂点の数は

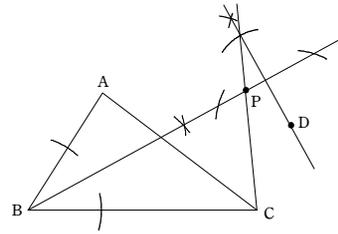
$$3 \times 20 \div 5 = 12 \text{ (個)}$$

また、辺は2つの面を共有しているから

$$3 \times 20 \div 2 = 30 \text{ (本)}$$

24

解答 (図)



解説

∠ABCの二等分線に対して、点Dと対称な点D'をとる。

DP=D'Pであるから、

CP+DPを最短にする点Pは、直線CD'と∠ABCの二等分線の交点である。

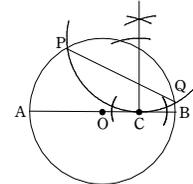
① ∠ABCの二等分線をひく。

② 点Dを通り、①の直線に垂直な直線ℓをひき、①との交点をRとする。ℓ上にD'R=DRとなる点D'をとる。

③ 直線CD'と①でひいた直線の交点をPとする。

25

解答 (図)



解説

図2において、 \widehat{PCQ} の中心をO'とすると

$$O'C \perp AB$$

また、 $O'C = OA$ であるから、次のように作図すればよい。

① 点Cを通り、線分ABに垂直な直線ℓをひく。

② 直線ℓ上に、 $O'C = OA$ となる点O'を、線分ABより上側にとる。

③ 点O'を中心として、半径OAの円をかき、円Oとの交点をP, Qとする。線分PQをひく。

26

解答 (1) 9時18分 (2) 9時46分

解説

(1) A地点からB地点までの道のりを x km とすると

$$\frac{x}{4} + \frac{7.7-x}{7.5} = \frac{70}{60}$$

$$450x + 24(77-10x) = 2100$$

$$210x = 252$$

$$x = 1.2$$

したがって、A地点からB地点までの道のりは 1.2 km

このとき、梅子さんは $\frac{1.2}{4} \times 60 = 18$ (分) かけてA地点からB地点へ移動したので、B

地点に到着した時刻は 9時18分

(2) 9時26分の時点で梅子さんはB地点から移動した距離は

$$7.5 \times \frac{8}{60} = 1 \text{ (km)}$$

よって、この場所から x km 進んだところで菊代さんとすれ違ったとすると

$$\frac{x}{7.5} = \frac{5.5-x}{9}$$

$$12x = 55 - 10x$$

$$x = 2.5$$

したがって、菊代さんが出発してから $\frac{5.5-2.5}{9} \times 60 = 20$ (分後) に梅子さんとすれ違う

から、求める時刻は 9時46分

27

解答 (1) $\frac{75}{2}$ cm² (2) $\frac{125}{3}$ cm³ (3) $\frac{10}{3}$ cm

解説

(1) 正方形ABCDを、破線AP, PQ, QAで折り曲げて四面体をつくるとき、線分CQ, QDは重なるのでCQ=QD=CP=PB=5 cmである。

したがって $\triangle APQ = (\text{正方形} ABCD) - (\triangle ADQ + \triangle CQP + \triangle ABP)$

$$= 10 \times 10 - \left(\frac{1}{2} \times 5 \times 10 + \frac{1}{2} \times 5 \times 5 + \frac{1}{2} \times 5 \times 10 \right)$$

$$= \frac{75}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

(2) $\triangle CQP$ を底面としてみると、求める体積は

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \times 10 = \frac{125}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$$

中1女学院数学 夏期課題考査対策【解答】

(3) (1)より、 $\triangle APQ = \frac{75}{2} \text{ cm}^2$ であり、(2)より、四面体の体積は $\frac{125}{3} \text{ cm}^3$ であるから、

求める高さを $h \text{ cm}$ とすると

$$\frac{1}{3} \times \frac{75}{2} \times h = \frac{125}{3}$$

よって $h = \frac{10}{3} \text{ (cm)}$

28

【解答】 (1) 90° (2) 32 cm^3

【解説】

(1) $\angle DAP$ の大きさは、面 $DAEH$ と面 $AEFB$ のなす角と同じである。

よって $\angle DAP = 90^\circ$

(2) 直線 PQ と辺 BC の交点を R とする。

立体 $P-AQD$ は、直方体 $ABCD-EFGH$ から三角柱 $ABR-EFQ$ 、

三角柱 $DCR-HGQ$ 、三角錐 $P-RDA$ 、四角錐 $Q-AEHD$ を除いた図形である。

P は CF の中点であるから

$$PQ = PR = \frac{1}{2} CG = 3 \text{ (cm)}$$

よって、立体 $P-AQD$ の体積は

$$8 \times 8 \times 6 - \frac{1}{2} \times 8 \times 4 \times 6 - \frac{1}{2} \times 8 \times 4 \times 6 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times 3 - \frac{1}{3} \times 8 \times 6 \times 8$$

$$= 384 - 96 - 96 - 32 - 128$$

$$= 32 \text{ (cm}^3\text{)}$$

29

【解答】 $12 + \pi$

【解説】

円は、右の図の斜線部分を移動する。

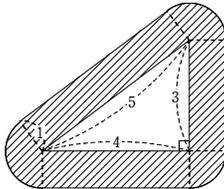
3つの弧の中心角を合わせると

$$360^\circ \times 3 - (180^\circ + 90^\circ \times 6) = 360^\circ$$

求める面積は、2辺がそれぞれ3と1、4と1、

5と1である長方形の面積と、半径が1の円の面積を加えたものであるから

$$(3 + 4 + 5) \times 1 + \pi \times 1^2 = 12 + \pi$$



30

【解答】 $8\pi \text{ cm}^2$

【解説】

斜線部分の面積は

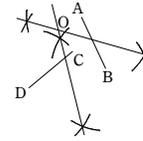
(おうぎ形 OAB) + (OB を直径とする半円) - (OA を直径とする半円)

すなわち、おうぎ形 OAB の面積と等しい。

$$\text{よって } \pi \times 8^2 \times \frac{45}{360} = 8\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

31

【解説】 【図】

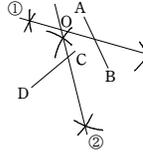


【解説】

点 A は点 C に、点 B は点 D に移るから、回転の中心は AC の垂直二等分線と CD の垂直二等分線との交点である。

① 線分 AC の垂直二等分線をひく。

② 線分 BD の垂直二等分線をひくと、その交点が O である。



32

【解答】 (ア) 6 (イ) 3

【解説】

平行四辺形の面積について

$$10 \times EF = 60$$

よって $EF = 6$

$EC = x$ とする。

四角形 $BCEF$ を、直線 BF を軸として1回転させてできる立体の体積について

$$\pi \times 6^2 \times x - \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times (x-1) = 84\pi$$

$$36x - 12(x-1) = 84$$

$$x = 3$$

よって $EC = 3$

33

【解答】 (1) 20 分間 (2) 15 分間

【解説】

(1) 水そうに入る水の量を x とする。ただし、 $x \neq 0$ とする。

A から1分間に出る水の量は $\frac{x}{25}$ であるから、10分間で入る水の量は

$$\frac{x}{25} \times 10 = \frac{2x}{5}$$

このとき、さらに水そうに入る水の量は

$$x - \frac{2x}{5} = \frac{5x}{5} - \frac{2x}{5} = \frac{3x}{5}$$

よって、 B から1分間に出る水の量は

$$\frac{3x}{5} \div 12 = \frac{x}{20}$$

したがって、 B だけで水を入れるとき、満水になるまでの時間は

$$x \div \frac{x}{20} = 20 \text{ (分間)}$$

(2) A だけで y 分間、 B だけで $(23-y)$ 分間水を入れるとする。

$$\frac{x}{25} \times y + \frac{x}{20} \times (23-y) = x$$

両辺を x でわって

$$\frac{y}{25} + \frac{23-y}{20} = 1$$

$$4y + 5(23-y) = 100$$

$$-y = -15$$

$$y = 15$$

よって、 A だけで水を入れた時間は 15 分間