第５章
～　場合の数・確率　～

第１講　場合の数と集合

1　場合の数

1　樹形図

各場合を枝分かれの図で表す方法。

2　和の法則

2 つの事柄 A と B の起こり方に重複はないとする。A の起こり方が a 通りあり，B の起こり方が b 通りあれば，A または B の起こる場合は，$a+b$ 通りある。

3 つ以上の事柄についても，同様な法則が成り立つ。

3　積の法則

事柄 A の起こり方が a 通りあり，そのどの場合に対しても事柄 B の起こり方が b 通りあれば，A が起こり，そして B が起こる場合は，$a\times b$ 通りある。

3 つ以上の事柄についても，同様な法則が成り立つ。

2　集合の要素の個数

1　集合の要素の個数

集合 A の要素の個数が有限であるとき，その個数を $\boldsymbol{n(A)}$ で表す。

1　和集合の要素の個数

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$

とくに $A\cap B=\varnothing$ のとき

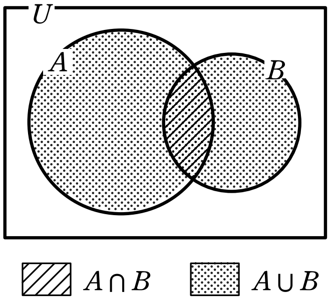
$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)$$

2　補集合の要素の個数

$n(\overline{A})=n(U)-n(A)$　ただし，U は全体集合

参考　$n(\overline{A}\cap\overline{B})=n(\overline{A\cup B})=n(U)-n(A\cup B)$

$n(\overline{A}\cup\overline{B})=n(\overline{A\cap B})=n(U)-n(A\cap B)$

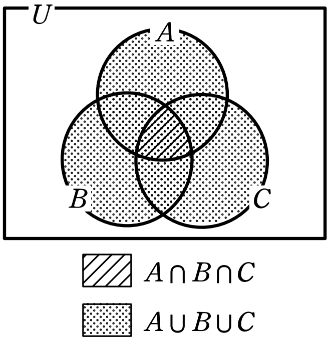


研究　3 つの集合の和集合の要素の個数

1　3 つの集合の和集合の要素の個数

全体集合 U の 3 つの部分集合 A，B，C について，次の等式が成り立つ。

$$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$$



第１講　例題

$\boxed{1}$★☆☆

全体集合 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$ と，U の部分集合 $A=\{1,\ 3,\ 5,\ 6,\ 7\}$，
$B=\{2,\ 3,\ 6,\ 7\}$ について，$n(U)$，$n(\overline{B})$，$n(A\cap B)$，$n(\overline{A\cup B})$ を求めよ。

$\boxed{2}$★☆☆

集合 A，B が全体集合 U の部分集合で $n(U)=80$，$n(A)=25$，$n(B)=40$，
$n(A\cap B)=15$ であるとき，次の集合の要素の個数を求めよ。

(ア)　$\overline{A}$　　(イ)　$\overline{A\cap B}$　　(ウ)　$A\cup B$　　(エ)　$\overline{A}\cap\overline{B}$

$\boxed{3}$★☆☆

1 から 100 までの整数のうち，次の数は何個あるか。

(1)　5 と 7 の両方で割り切れる数

(2)　5 と 7 の少なくとも一方で割り切れる数

$\boxed{4}$★★☆

集合 U とその部分集合 A，B に対して，$n(U)=100$，$n(A)=60$，$n(B)=48$ とする。

(1)　$n(A\cap B)$ の最大値と最小値を求めよ。

(2)　$n(\overline{A}\cap B)$ の最大値と最小値を求めよ。

$\boxed{5}$★★☆

1 から 200 までの整数全体の集合を U とし，A，B，C を U の部分集合とする。A は 3 の倍数全体の集合，B は 5 の倍数全体の集合，C は 7 の倍数全体の集合である。このとき，$n(A\cap B\cap C)$，$n(A\cup B\cup C)$ を求めよ。

$\boxed{6}$★☆☆

1 枚の硬貨を繰り返し投げ，表が 3 回または裏が 3 回出たところで終了する。表と裏の出方は何通りあるか。

$\boxed{7}$★☆☆

(1)　大きさの異なる 2 個のさいころを投げるとき，目の和が 5 以下となる場合は何通りあるか。

(2)　同じ大きさで区別のできない 3 個のさいころを投げて，目の和が 7 の倍数になる場合は何通りあるか。

$\boxed{8}$ ★☆☆

(1)　S 市から T 市に行くのに，3 つの別々の鉄道がある。S 市から T 市に行って帰るのに，往復で同じ鉄道を利用しないことにすると，利用する鉄道の選び方は何通りあるか。また，往復で同じ鉄道を利用してもよいとすると何通りあるか。

(2)　$(a+b+c+d+e)(x+y+z)$ を展開した式の項の個数を求めよ。

$\boxed{9}$ ★☆☆

648 の正の約数の個数と，その約数の総和を求めよ。

$\boxed{10}$ ★★★

大小 2 個のさいころを投げるとき

(1)　目の積が 3 の倍数になる場合は何通りあるか。

(2)　目の積が 6 の倍数になる場合は何通りあるか。

第１講　例題演習

$\boxed{1}$

全体集合を $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$ とする。U の部分集合 $A=\{1,\ 4,\ 5\}$，
$B=\{2,\ 6,\ 7\}$ について，次の個数を求めよ。

(1)　$n(A\cap B)$　　(2)　$n(A\cup B)$　　(3)　$n(\overline{A}\cap B)$

$\boxed{2}$

全体集合 U と，その部分集合 A，B について

$$n(U)=60,\qquad n(A)=25,\qquad n(B)=16,\qquad n(A\cap B)=8$$

であるとき，次の個数を求めよ。

(1)　$n(A\cup B)$　　(2)　$n(\overline{A})$　　(3)　$n(\overline{B})$　　(4)　$n(\overline{A\cup B})$　　(5)　$n(\overline{A}\cap\overline{B})$

$\boxed{3}$

150 以下の自然数のうち，次のような数の個数を求めよ。

(1)　5 の倍数　　(2)　2 の倍数でない数

(3)　2 の倍数かつ 5 の倍数　　(4)　2 の倍数または 5 の倍数

$\boxed{4}$

40 人のクラスで，野球の好きな生徒は 23 人，サッカーの好きな生徒は 28 人であった。
このとき，野球もサッカーも好きな生徒は $^{ア}\boxed{}$ 人以上であり，野球もサッカーも好きではない生徒は $^{イ}\boxed{}$ 人以下である。

$\boxed{5}$

1 から 100 までの整数のうち，次の数の個数を求めよ。

(1)　2，5，7 の少なくとも 1 つで割り切れる数

(2)　2 では割り切れるが，5 でも 7 でも割り切れない数

$\boxed{6}$

A，B の 2 チームで，先に 2 勝したチームが優勝し，以後の試合を打ち切る優勝戦を行う。まず A が勝ったとき，優勝が決定するまでの勝負の分かれ方は何通りあるか。ただし，試合では引き分けもあるが，引き分けの次の試合は必ず勝負がつくものとする。

$\boxed{7}$

大小 2 個のさいころを投げるとき，次の場合は何通りあるか。

(1)　目の和が 4 または 7　　(2)　目の和が 4 以下　　(3)　目の積が 8 の倍数

$\boxed{8}$

(1)　a，b，c，d，e 5 冊の数学の参考書の中から 1 冊，p，q，r 3 冊の英語の参考書の中から 1 冊，合計 2 冊を選ぶ方法は何通りあるか。

(2)　$(a+b)(p+q)(x+y+z+u)$ を展開した式の項は何個あるか。

$\boxed{9}$

次の数について，正の約数は何個あるか。また，正の約数の総和を求めよ。

(1)　108　　(2)　1000　　(3)　360

$\boxed{10}$

大中小 3 個のさいころを投げるとき，次のようになる場合は何通りあるか。

(1)　目の積が偶数になる。　　(2)　目の和が奇数になる。

第１講　レベルA

$\boxed{1}$

100 から 200 までの整数のうち，次のような整数は何個あるか。

(1)　4 で割り切れない整数

(2)　4 で割り切れるが，5 で割り切れない整数

(3)　4 でも 5 でも割り切れない整数

$\boxed{2}$

全体集合 U と，その部分集合 A，B に対して，

$$n(U)=100,\ n(A\cup B)=70,\ n(A\cap B)=15,\ n(A\cap \overline{B})=40$$

である。次の個数を求めよ。

(1)　$n(\overline{A}\cap\overline{B})$　　(2)　$n(\overline{A}\cap B)$　　(3)　$n(A)$　　(4)　$n(B)$

$\boxed{3}$

2 桁の自然数の集合を全体集合とし，4 の倍数の集合を A，6 の倍数の集合を B と表す。このとき，$A\cup B$ の要素の個数は $^{ア}\boxed{}$ である。また，$A\triangle B=(A\cap\overline{B})\cup(\overline{A}\cap B)$ とするとき，$A\triangle B$ の要素の個数は $^{イ}\boxed{}$，$A\triangle\overline{B}$ の要素の個数は $^{ウ}\boxed{}$ である。

$\boxed{4}$

次の硬貨の一部または全部を使って，支払うことができる金額は何通りあるか。

(1)　10 円硬貨 4 枚，100 円硬貨 3 枚，500 円硬貨 2 枚

(2)　10 円硬貨 3 枚，100 円硬貨 7 枚，500 円硬貨 3 枚

$\boxed{5}$

6400 の正の約数について

(1)　偶数であるものの個数を求めよ。

(2)　5 の倍数であるもののすべての和を求めよ。

第１講　レベルＢ

$\boxed{1}$

分母を 700，分子を 1 から 699 までの整数とする分数の集合 $\left\{\dfrac{1}{700},\ \dfrac{2}{700},\ \cdots\cdots,\ \dfrac{699}{700}\right\}$ を作る。この集合の要素の中で約分ができないものの個数を求めよ。

$\boxed{2}$ [津田塾大]

文字 a と b をいくつか並べた列のうちで，b が隣り合わないものだけを考える。
そして，文字を n 個並べた列を長さ n の列とよぶことにする。

(1)　長さ 3 の列，長さ 4 の列はそれぞれ何通りあるか。

(2)　長さ 5 の列で，a で始まる列は何通りあるか。また，長さ 5 の列で，b で始まる列は何通りあるか。

(3)　長さ n の列の個数を $f(n)$ とするとき，$f(n+2)$，$f(n+1)$，$f(n)$ の間に成り立つ関係式を求めよ。

$\boxed{3}$ [早稲田大]

立方体の各辺の中点は全部で 12 個ある。頂点がすべてこれら 12 個の点のうちのどれかであるような正多角形は全部でいくつあるか。

３　順列

1　順列

n 個から r 個取る順列 (異なる n 個のものから異なる r 個を取り出して並べる順列) の総数は　$_n\mathrm{P}_r = n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)$　(r 個の数の積)

とくに　$_n\mathrm{P}_n = n! = n(n-1)(n-2)\cdots\cdots 3\cdot 2\cdot 1$　(n の階乗)

また，$_n\mathrm{P}_0 = 1$，$0! = 1$ と定めると，$_n\mathrm{P}_r = \dfrac{n!}{(n-r)!}$ とも表される。

異なる n 個すべてを並べる順列の総数は　$n!$ 通り

2　円順列

異なる n 個の円順列 (ものを円形に並べる順列) の総数は　$(n-1)!$ 通り

3　重複順列

n 個から r 個取る重複順列 (異なる n 個のものから重複を許して r 個取って並べる順列) の総数は　n^r 通り

第２講　例題

$\boxed{1}$★☆☆

次の値を求めよ。ただし，(5) の n は 3 以上の整数とする。

(1)　${}_5\mathrm{P}_3$　(2)　${}_4\mathrm{P}_1$　(3)　${}_7\mathrm{P}_7$　(4)　$5!$　(5)　${}_n\mathrm{P}_3$

$\boxed{2}$★☆☆

次の順列の総数を求めよ。

(1)　5 人の生徒から 3 人を選んで 1 列に並べる順列

(2)　1 から 7 までの 7 個の数字から 5 個を選んで 1 列に並べる順列

(3)　magic の文字をすべて用いて 1 列に並べる順列

$\boxed{3}$★★☆

7 個の数字 0，1，2，3，4，5，6 から異なる 5 個を使って 5 桁の整数を作るとき，次の数は何個あるか。

(1)　整数　(2)　奇数　(3)　5 の倍数

(4)　54000 より大きい整数

$\boxed{4}$★★☆

男子 4 人，女子 5 人が 1 列に並ぶとき，次の並び方は何通りあるか。

(1)　女子 5 人が続いて並ぶ

(2)　男子は男子，女子は女子で，それぞれ続いて並ぶ

(3)　両端が男子である　(4)　男子，女子が交互に並ぶ

(5)　どの男子も隣り合わない

$\boxed{5}$★☆☆

次の方法は何通りあるか。

(1)　色の異なる 7 個の玉を円形に並べる方法

(2)　色の異なる 7 個の玉をつないで輪を作る方法

$\boxed{6}$★★☆

両親と 4 人の子ども (息子 2 人，娘 2 人) が手をつないで輪を作る。

(1)　6 人の並び方は全部で何通りあるか。

(2)　両親が隣り合う並び方は何通りあるか。

(3)　両親が正面に向き合う並び方は何通りあるか。

(4)　男性と女性が交互に並ぶ並び方は何通りあるか。

7 ★☆☆

4 個の数字 0，1，2，3 を使ってできる次のような自然数は何個あるか。
ただし，同じ数字を重複して使ってよいものとする。

(1)　3 桁の自然数　　(2)　3 桁以下の自然数

(3)　123 より小さい自然数

8 ★★☆

(1)　8 人を A または B の 2 部屋に入れる方法は何通りあるか。
ただし，全部の人を 1 つの部屋に入れてもよい。

(2)　8 人を 2 つのグループ A，B に分ける方法は何通りあるか。

(3)　8 人を 2 つのグループに分ける方法は何通りあるか。

9 ★★★

立方体の各面に，隣り合った面の色は異なるように，色を塗りたい。ただし，立方体を回転させて一致する塗り方は同じとみなす。

(1)　異なる 6 色をすべて使って塗る方法は何通りあるか。

(2)　異なる 5 色をすべて使って塗る方法は何通りあるか。

第２講　例題演習

1

次の値を求めよ。ただし，n は 4 以上の整数とする。

(1) ${}_8P_3$　(2) ${}_6P_5$　(3) ${}_9P_1$　(4) $7!$　(5) ${}_nP_4$

2

次のような方法は何通りあるか。

(1) ORANGE の 6 文字全部を 1 列に並べる方法

(2) 異なる 8 個の数字から 5 個を取って 1 列に並べる方法

(3) 番号のついた 12 脚のいすに 3 人の生徒が座る方法

3

0，1，2，3，4，5 の 6 個の数字から異なる 5 個の数字を取り出して 5 桁の整数を作るとき，次のような数は何個あるか。

(1) 10 の倍数　(2) 奇数　(3) 5 の倍数　(4) 3 の倍数

4

男子 4 人，女子 3 人が 1 列に並ぶとき，次の並び方は何通りあるか。

(1) 両端が男子

(2) 両端の少なくとも一方が女子

(3) 両端の一方が男子，もう一方が女子

(4) 女子 3 人が続いて並ぶ

(5) 男子 4 人が続いて並び，女子 3 人も続いて並ぶ

(6) どの女子も隣り合わない

(7) 女子は 3 人のうち 2 人のみが続いて並ぶ

5

異なる 6 個の宝石がある。

(1) これらの宝石を机の上で円形に並べる方法は何通りあるか。

(2) これらの宝石で首飾りを作るとき，何種類の首飾りができるか。

(3) 6 個の宝石から 4 個を取り出し，机の上で円形に並べる方法は何通りあるか。

6

両親と子供 4 人の計 6 人が円形のテーブルに着席するとき

(1) 両親が隣り合って着席する方法は何通りあるか。

(2) 両親が向かい合って着席する方法は何通りあるか。

(3) 両親の間に子供 1 人が着席する方法は何通りあるか。

7

5個の数字0，1，2，3，4を使ってできる次のような自然数は何個あるか。ただし，同じ数字を重複して使ってもよい。

(1)　4桁の自然数

(2)　4桁以下の自然数

(3)　4桁の偶数

(4)　213より小さい自然数

8

6枚のカード1，2，3，4，5，6がある。

(1)　6枚のカードをA，Bの2組に分ける方法は何通りあるか。

(2)　6枚のカードを2組に分ける方法は何通りあるか。

(3)　6枚のカードを同じ大きさの3個の箱に分けるとき，カード1，2を別の箱に入れる方法は何通りあるか。ただし，空の箱はないものとする。

9

正四面体の各面に色を塗りたい。ただし，1つの面には1色しか塗らないものとし，色を塗ったとき，正四面体を回転させて一致する塗り方は同じとみなすことにする。

(1)　異なる4色の色がある場合，その4色すべてを使って塗る方法は全部で何通りあるか。

(2)　異なる3色の色がある場合を考える。3色すべてを使うときは，その塗り方は全部で何通りあるか。また，3色のうち使わない色があってもよいときは，その塗り方は全部で何通りあるか。

第２講　レベルＡ

1

improveの文字をすべて用いる順列の中で，次の場合は何通りあるか。

(1)　iとmが隣り合う

(2)　iとmが隣り合わない

(3)　iとmとpが続いて並ぶ

(4)　iとmとpのどの2つも隣り合わない

(5)　iとmの間に文字が2つある

2

a，b，c，d，eの5文字を並べたものを，アルファベット順に，1番目abcde，2番目abced，……，120番目edcbaと番号を付ける。

(1)　cbedaは何番目か。

(2)　40番目は何か。

3 [佛教大]

男子4人，女子4人の計8人が男女交互に並ぶものとする。横一列に並ぶときの並び方は全部で ア$\boxed{}$ 通りあり，円形に並ぶときの並び方は イ$\boxed{}$ 通りある。

4

(1)　7人を2つの部屋A，Bに分けるとき，どの部屋も1人以上になる分け方は全部で何通りあるか。

(2)　4人を3つの部屋A，B，Cに分けるとき，どの部屋も1人以上になる分け方は全部で何通りあるか。

(3)　大人4人，子ども3人の計7人を3つの部屋A，B，Cに分けるとき，どの部屋も大人が1人以上になる分け方は全部で何通りあるか。

第２講　レベルＢ

1［大阪経済大］

1から3までの各数字を1つずつ記入した赤色のボール3個と，1から2までの各数字を1つずつ記入した青色のボール2個と，1から2までの各数字を1つずつ記入した黒色のボール2個がある。これら7個のボールを横一列に並べる作業を行う。

(1)　7個のボールの並べ方は全部で $\boxed{\quad}$ 通りある。

(2)　3個の赤色のボールが連続して並ぶような並べ方は $\boxed{\quad}$ 通りある。

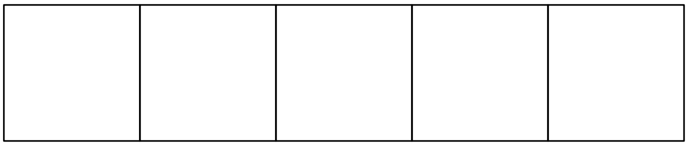
(3)　2の数字が書かれたボールが両端にあるような並べ方は $\boxed{\quad}$ 通りある。

(4)　両端のボールの色が異なるような並べ方は $\boxed{\quad}$ 通りある。

(5)　隣り合うボールの数字がすべて異なるような並べ方は $\boxed{\quad}$ 通りある。

2［センター試験］

同じ大きさの5枚の正方形の板を一列に並べて，図のような掲示板を作り，壁に固定する。赤色，緑色，青色のペンキを用いて，隣り合う正方形どうしが異なる色となるように，この掲示板を塗り分ける。ただし，塗り分ける際には，3色のペンキをすべて使わなければならないわけではなく，2色のペンキだけで塗り分けることがあってもよいものとする。



(1)　このような塗り方は，全部で $\boxed{\text{アイ}}$ 通りある。

(2)　塗り方が左右対称となるのは，$\boxed{\text{ウエ}}$ 通りある。

(3)　青色と緑色の2色だけで塗り分けるのは，$\boxed{\text{オ}}$ 通りある。

(4)　赤色に塗られる正方形が3枚であるのは，$\boxed{\text{カ}}$ 通りある。

(5)　赤色に塗られる正方形が1枚である場合について考える。

・どちらかの端の1枚が赤色に塗られるのは，$\boxed{\text{キ}}$ 通りある。

・端以外の1枚が赤色に塗られるのは，$\boxed{\text{クケ}}$ 通りある。

よって，赤色に塗られる正方形が1枚であるのは，$\boxed{\text{コサ}}$ 通りある。

(6)　赤色に塗られる正方形が2枚であるのは，$\boxed{\text{シス}}$ 通りある。

3 [大阪府立大]

n を自然数とする。同じ数字を繰り返し用いてよいことにして，0，1，2，3 の 4 つの数字を使って n 桁の整数をつくる。ただし，0 以外の数字から始まり，0 を少なくとも 1 回以上使うものとする。

(1)　全部でいくつの整数ができるか。個数を n を用いて表せ。

(2)　$n=5$ のとき，すべての整数を小さいものから順に並べる。ちょうど真中の位置にくる整数を求めよ。

第３講　組合せ

４　組合せ

1　組合せ

n 個から r 個取る組合せ (異なる n 個のものから異なる r 個を取り出して作る組合せ) の総数は　$_n\mathrm{C}_r=\dfrac{_n\mathrm{P}_r}{r\,!}=\dfrac{n(n-1)\cdots\cdots(n-r+1)}{r(r-1)\cdots\cdots3\cdot2\cdot1}$　(分母，分子ともに r 個の数の積)

とくに　$_n\mathrm{C}_n=1$

また，$0!=1$，$_n\mathrm{C}_0=1$ と定めると，$_n\mathrm{C}_r=\dfrac{n\,!}{r\,!(n-r)!}$ とも表される。

$_n\mathrm{C}_r$ の性質　$_n\mathrm{C}_r={}_n\mathrm{C}_{n-r}$

2　同じものを含む順列

a が p 個，b が q 個，c が r 個あるとき，それら全部を１列に並べる順列の総数は

$$_n\mathrm{C}_p\times{}_{n-p}\mathrm{C}_q=\frac{n\,!}{p\,!q\,!r\,!}\qquad \text{ただし}\quad p+q+r=n$$

一般に，n 個のもののうち，p 個は同じもの，q 個は別の同じもの，r 個はまた別の同じもの，…… であるとき，これら n 個のもの全部を１列に並べる順列の総数は

$$\frac{n\,!}{p\,!q\,!r\,!\cdots\cdots}\qquad \text{ただし}\quad p+q+r+\cdots\cdots=n$$

研究　重複を許して作る組合せ

1　重複を許して作る組合せ

異なる n 個のものから重複を許して r 個取って作る組合せ (**重複組合せ**) の総数は

$$_{(n-1)+r}\mathrm{C}_r\qquad \text{すなわち}\qquad {}_{n+r-1}\mathrm{C}_r$$

第３講　例題

$\boxed{1}$★☆☆

次の値を求めよ。ただし，n は 0 以上の整数とする。

(1)　${}_6C_3$　　(2)　${}_7C_2$　　(3)　${}_{10}C_1$

(4)　${}_8C_8$　　(5)　${}_{13}C_{11}$　　(6)　${}_{n+2}C_n$

$\boxed{2}$★☆☆

(1)　8 枚の絵はがきから 5 枚を選ぶ方法は何通りあるか。

(2)　1 枚の硬貨を 10 回投げるとき，表が 3 回出る場合は何通りあるか。

$\boxed{3}$★★☆

男子 6 人，女子 4 人の中から 4 人の委員を選ぶとき，次のような選び方は，それぞれ何通りあるか。

(1)　すべての選び方　　(2)　男子の委員 2 人，女子の委員 2 人を選ぶ。

(3)　女子が少なくとも 1 人選ばれる。　　(4)　特定の 2 人 a，b がともに選ばれる。

(5)　a は選ばれるが，b は選ばれない。

$\boxed{4}$★★☆

正十角形について，次の数を求めよ。

(1)　対角線の本数

(2)　正十角形の頂点のうちの 3 個を頂点とする三角形の個数

(3)　(2) の三角形のうち，正十角形と 1 辺だけを共有する三角形の個数

$\boxed{5}$★★☆

12 人を次のように分けるとき，分け方は何通りあるか。

(1)　5 人，4 人，3 人の 3 つの組に分ける。

(2)　A，B，C，D の 4 つの組に，3 人ずつ分ける。

(3)　3 人ずつの 4 つの組に分ける。

(4)　8 人，2 人，2 人の 3 つの組に分ける。

$\boxed{6}$★★☆

YOKOHAMA の 8 文字を 1 列に並べる。

(1)　異なる並べ方は何通りあるか。

(2)　O と A がともに偶数番目にある並べ方は何通りあるか。

(3)　Y，K，H，M がこの順にある並べ方は何通りあるか。

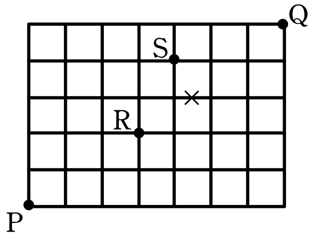
$\boxed{7}$ ★★☆

右のような街路で，P から Q まで行く最短経路のうち，次の場合は何通りあるか。

(1)　総数　　　　　　　　　(2)　R を通る経路

(3)　R，S をともに通る経路

(4)　×印の箇所を通らない経路



$\boxed{8}$ ★★☆

柿，りんご，みかんの 3 種類の果物の中から 10 個の果物を買う。次のような買い方は何通りあるか。

(1)　買わない果物があってもよい場合。

(2)　どの果物も少なくとも 1 個は買う場合。

第３講　例題演習

$\boxed{1}$

次の値を求めよ。

(1)　${}_4C_2$　　(2)　${}_5C_3$　　(3)　${}_7C_7$　　(4)　${}_7C_1$

(5)　${}_5C_0$　　(6)　${}_8C_6$　　(7)　${}_{50}C_{47}$　　(8)　${}_{n+1}C_{n-1}$

$\boxed{2}$

(1)　異なる 10 冊の雑誌の中から 4 冊を選んで買う方法は何通りあるか。

(2)　ソフトボールのチームが 12 チームある。総当たり戦を行うと試合総数は何通りあるか。

$\boxed{3}$

男子 8 人，女子 6 人の中から 4 人の委員を選ぶとき，次の選び方は何通りあるか。

(1)　すべての選び方　　(2)　男子 2 人，女子 2 人を選ぶ。

(3)　女子から少なくとも 1 人選ぶ。

(4)　男子，女子から少なくとも 1 人ずつ選ぶ。

(5)　特定の 2 人 A，B がともに選ばれる。

(6)　A は選ばれ，B は選ばれない。

$\boxed{4}$

正七角形について，次の数を求めよ。

(1)　対角線の本数

(2)　正七角形の 3 つの頂点を結んで三角形を作るとき

(ア)　正七角形と 2 辺を共有する三角形の個数

(イ)　正七角形と辺を共有しない三角形の個数

$\boxed{5}$

12 人の生徒を次のようにする方法は何通りあるか。

(1)　7 人，5 人の 2 組に分ける。　　(2)　6 人，4 人，2 人の 3 組に分ける。

(3)　6 人ずつ A，B の 2 部屋に入れる。　　(4)　6 人ずつの 2 組に分ける。

(5)　8 人，2 人，2 人の 3 組に分ける。　　(6)　3 人ずつの 4 組に分ける。

第３講　例題演習

6

TAKIBI の 6 文字を次のように並べるとき，何通りの並べ方があるか。

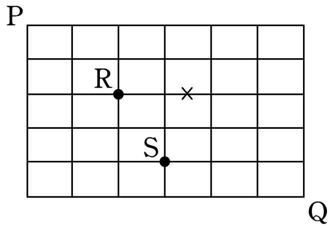
(1)　A，K，B の位置は T$\underline{\text{A}}$ $\underline{\text{K}}$I$\underline{\text{B}}$I のまま固定して並べる。

(2)　A，K，B は左からこの順になるように並べる。

(3)　A と K が隣り合わないように並べる。

7

右の図のような街路で，P から Q まで行く最短経路のうち，次の各場合は何通りあるか。



(1)　総数　　　　　　　　(2)　R を通る経路

(3)　R，S をともに通る経路

(4)　R または S を通る経路

(5)　R，S をともに通らない経路

(6)　×印の箇所を通らない経路

8

柿，りんご，みかん，キウイの 4 種類の果物の中から 10 個の果物を買う。次のような買い方は何通りあるか。

(1)　買わない果物があってもよい。　　　　(2)　どの果物も 1 個は買う。

第３講　レベルＡ

$\boxed{1}$

(1)　正十二角形 $A_1A_2\cdots\cdots A_{12}$ の頂点を結んで得られる三角形の総数は ${}^{ア}\boxed{}$ 個，頂点を結んで得られる直線の総数は ${}^{イ}\boxed{}$ 本である。

(2)　平面上において，4 本だけが互いに平行で，どの 3 本も同じ点で交わらない 10 本の直線の交点の個数は全部で ${}^{ウ}\boxed{}$ 個ある。

$\boxed{2}$ [中京学院大]

整数 1，2，3，……，10 から 3 個の異なる数を選んで作る組合せのうち，積が 4 の倍数になる組合せは何通りあるか。

$\boxed{3}$

1，2，3 の数字が書かれたカードがそれぞれ 2 枚，3 枚，4 枚ある。これらのカードから 4 枚を使ってできる 4 桁の整数の個数を求めよ。

$\boxed{4}$ [九州産業大]

赤，青，黄色のカードがそれぞれ 5 枚ずつある。各色のカードには 1，2，3，4，5 の数が 1 つずつ書かれている。この 15 枚の中から 3 枚のカードを選ぶ。

(1)　すべての選び方は $\boxed{}$ 通りある。

(2)　同じ色の連続した数字のカードからなる 3 枚の選び方は $\boxed{}$ 通りある。

(3)　カードの色に関係なく，連続した数字のカードからなる 3 枚の選び方は $\boxed{}$ 通りある。

(4)　カードの数字に関係なく，同じ色のカードからなる 3 枚の選び方は $\boxed{}$ 通りある。

(5)　3 枚のうち 2 枚だけが同じ数字になる選び方は $\boxed{}$ 通りある。

$\boxed{5}$

(1)　方程式 $x+y+z=4$ の負でない整数解は何個あるか。

(2)　方程式 $x+y+z=6$ の自然数解は何個あるか。

6

4 個のさいころを投げ，出た目を順に x_1，x_2，x_3，x_4 とする。

(1)　$x_1 > x_2 > x_3 > x_4$ となるのは何通りあるか。

(2)　$x_1 \geqq x_2 \geqq x_3 \geqq x_4$ となるのは何通りあるか。

第３講　レベルＢ

$\boxed{1}$

n，r を自然数とするとき，次の等式が成り立つことを証明せよ。

$${}_n\mathrm{C}_r = {}_{n-2}\mathrm{C}_{r-2} + 2\,{}_{n-2}\mathrm{C}_{r-1} + {}_{n-2}\mathrm{C}_r \quad (2 \leqq r \leqq n-2,\ n \geqq 4)$$

$\boxed{2}$ [岐阜大]

10 個の文字，N，A，G，A，R，A，G，A，W，A を左から右へ横 1 列に並べる。

(1)　この 10 個の文字の並べ方は全部で何通りあるか。

(2)　「NAGARA」という連続した 6 文字が現れるような並べ方は全部で何通りあるか。

(3)　N，R，W の 3 文字が，この順に現れるような並べ方は全部で何通りあるか。ただし，N，R，W が連続しない場合も含める。

(4)　同じ文字が隣り合わないような並べ方は全部で何通りあるか。

$\boxed{3}$ [防衛医科大学校]

0 を 2 個，1 を 2 個，2，3，4 を 1 個ずつ計 7 個の数字をすべて使い，7 桁の数を作るとき，「01」の組，すなわち 0 の右隣に 1 があるような数字の組が少なくとも 1 回は現れるような数はいくつできるか。

$\boxed{4}$ [2011 早稲田大]

碁石を n 個 1 列に並べる並べ方のうち，黒石が先頭で白石どうしは隣り合わないような並べ方の総数を a_n とする。ここで，$a_1=1$，$a_2=2$ である。このとき，a_{10} を求めよ。

$\boxed{5}$

a 2 個，b 2 個，c 4 個の 8 個の文字を机の上で円形に並べる。

(1)　円の中心に関して対称な円順列は何通りあるか。

(2)　円順列は何通りあるか。