1

解答　(1)　⑩

(2)　(解 1)　点 O を回転の中心として 180° 回転移動し，その後，直線 EF を対称の軸として対称移動する

(解 2)　直線 OG を対称の軸として対称移動し，その後，点 B が点 F に移るように平行移動する

(3)　点 H を回転の中心として時計回り 90° 回転移動する

解説

(1)　①を，点 O を回転の中心として時計の針の回転と反対の向きに 90° 回転移動すると，⑮に重なる。⑮を，直線 EF を対称の軸として対称移動すると，⑩に重なる。よって，求める図形は⑩である。

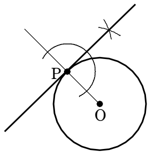
(2)　(解 1)　①を点 O を回転の中心として 180° 回転移動すると⑬に重なり，その後，直線 EF を対称の軸として対称移動すると⑫に重なる。

(解 2)　①を直線 OG を対称の軸として対称移動すると⑯に重なり，その後，点 B が点 F に移るように平行移動すると⑫に重なる。

(3)　①と⑫は向きが異なるので，平行移動だけでは移動できない。となると回転移動となるが，回転中心は対応する 2 点の垂直二等分線上にあるはずである。例えば，①の点Oに対応するのは⑫の点Fであるが，線分OFの垂直二等分線は直線KHである。

2

解答　〔図〕

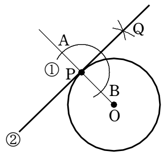


解説

①　半直線 OP を引く。点 P を中心とする円をかき，半直線 OP との交点をそれぞれ A，B とする。

②　2 点 A，B をそれぞれ中心として，等しい半径の円をかく。その交点の 1 つを Q とし，直線 PQ を引く。

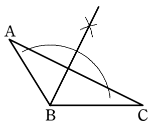
このとき，直線 PQ は，点 P を通る円 O の接線である。



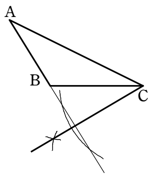
3

解答　(1)　〔図〕　(2)　〔図〕

(1)



(2)

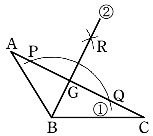


解説

(1)　①　点 B を中心とする円をかき，直線 AC との交点をそれぞれ P，Q とする。

②　2 点 P，Q をそれぞれ中心として，等しい半径の円をかき，その交点の 1 つを R とする。半直線 BR を引き，直線 AC との交点を G とする。

このとき，線分 BG は，辺 AC を底辺とする高さである。

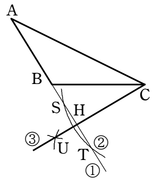


(2)　①　辺 AB を延長し，直線 AB とする。

②　点 C を中心とする円をかき，直線 AB との交点をそれぞれ S，T とする。

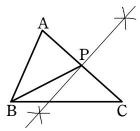
③　2 点 S，T をそれぞれ中心として，等しい半径の円をかき，その交点の 1 つを U とする。半直線 CU を引き，直線 AB との交点を H とする。

このとき，線分 CH は，辺 AB を底辺とする高さである。



4

解答　〔図〕



解説

①　線分 AC の垂直二等分線を作図する。

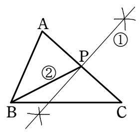
②　①で作図した直線と線分 AC の交点は，辺 AC の中点となる。この点を P として，B と P を結ぶ。

このとき，

　AP＝CP

であるから，△BAP と △BCP の面積は等しい。

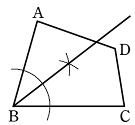
よって，線分 BP は △ABC の面積を 2 等分する。



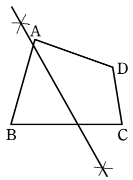
5

解答　(1)　〔図〕　(2)　〔図〕

(1)



(2)



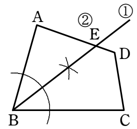
解説

(1)　①　∠ABC の二等分線を作図する。

②　①で作図した二等分線と辺との交点を E とする。

このとき，線分 BE が求める折り目である。

(1)

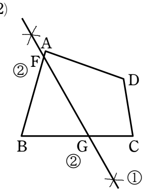


(2)　①　線分 BD の垂直二等分線を作図する。

②　①で作図した垂直二等分線と辺との交点をそれぞれ F，G とする。

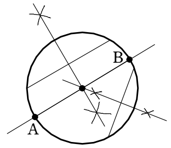
このとき，線分 FG が求める折り目である。

(2)



6

解答　〔図〕



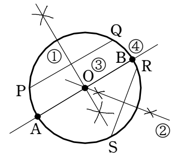
解説

①　円周上に適当な 2 点 P，Q をとり，線分 PQ の垂直二等分線を作図する。

②　円周上に，P，Q とは異なる適当な 2 点 R，S をとり，線分 RS の垂直二等分線を作図する。

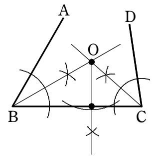
③　2 つの垂直二等分線の交点を O とする。点 O は円の中心となる。

④　直線 AO と円の交点のうち，A でない方を B とする。



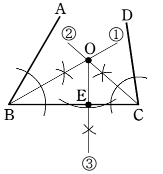
7

解答　〔図〕



解説

① ∠ABC の二等分線を作図する。
② ∠BCD の二等分線を作図する。
③ ①，② で作図した 2 直線の交点を O とする。
O を通り，直線 BC に垂直な直線を作図し，この直線と直線 BC との交点を E とする。
このとき，点 O から線分 AB，BC，CD までの距離はすべて等しいから，O を中心とする半径 OE の円はこれらの線分すべてに接する。



8

解答 (1) 周の長さは 4π cm，面積は $(8\pi-16)$ cm^2
(2) 周の長さは $(8+8\pi)$ cm，面積は 8π cm^2
(3) 周の長さは 6π cm，面積は 3π cm^2

解説
(1) 周の長さは，半径 4 cm，中心角 90° の扇形の弧の長さの 2 倍であるから

$$2\pi\times4\times\frac{90}{360}\times2=4\pi\ (\text{cm})$$

面積は，半径 4 cm，中心角 90° の扇形から，直角をはさむ 2 辺の長さが 4 cm の直角二等辺三角形を除いた部分の面積の 2 倍である。
よって，求める面積は

$$\left(\pi\times4^2\times\frac{90}{360}-\frac{1}{2}\times4\times4\right)\times2=8\pi-16\ (\text{cm}^2)$$

別解　面積は，半径 4 cm，中心角 90° の扇形の面積の 2 倍から，1 辺が 4 cm の正方形の面積を引いたものである。
よって，求める面積は

$$\pi\times4^2\times\frac{90}{360}\times2-4\times4=8\pi-16\ (\text{cm}^2)$$

(2) 周の長さは　$8+8\times\pi\times\frac{1}{2}+2\pi\times8\times\frac{90}{360}=8+8\pi\ (\text{cm})$

面積は　$\pi\times8^2\times\frac{90}{360}-\pi\times4^2\times\frac{1}{2}=8\pi\ (\text{cm}^2)$

(3) 図は，半径が 3 cm，2 cm，1 cm である 3 つの半円の弧が組み合わされている。
よって，周の長さは

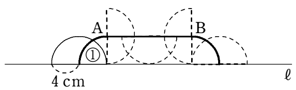
$$2\pi\times3\times\frac{1}{2}+2\pi\times2\times\frac{1}{2}+2\pi\times1\times\frac{1}{2}=6\pi\ (\text{cm})$$

面積は　$\pi\times3^2\times\frac{1}{2}-\pi\times2^2\times\frac{1}{2}+\pi\times1^2\times\frac{1}{2}=3\pi\ (\text{cm}^2)$

9

解答 (1) 8π cm　(2) 24π cm^2

解説
点 O が動いてできる線は，下の図の太線である。



半円の弧が直線 ℓ に接しながら動くとき，O と ℓ の距離は一定であるから，上の図の AB は ℓ に平行な線分である。その長さは，半円 O の弧の長さに等しいから

$$\text{AB}=2\pi\times4\times\frac{1}{2}=4\pi\ (\text{cm})$$

また，① の部分は，半径 4 cm，中心角 90° の扇形の弧である。
(1) 求める線の長さは　$\left(2\pi\times4\times\frac{90}{360}\right)\times2+4\pi=4\pi+4\pi=8\pi\ (\text{cm})$

(2) 求める面積は　$\left(\pi\times4^2\times\frac{90}{360}\right)\times2+4\pi\times4=8\pi+16\pi=24\pi\ (\text{cm}^2)$

10

解答 (1) 辺 AD，BE　(2) 辺 AD，CF　(3) 辺 BE，DE，EF

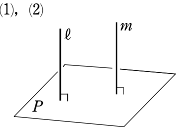
解説
(1) 面 ADEB は長方形であるから，辺 AB と垂直に交わる辺は
辺 AD，BE
(2) 面 ADEB，BEFC は長方形であるから，辺 BE と平行な辺は
辺 AD，CF
(3) 辺 AC とねじれの位置にある辺は，AC と同じ平面上にない辺であるから
辺 BE，DE，EF

11

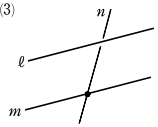
解答 (1) 正しい　(2) 正しい　(3) 正しくない

解説
(1) 正しい　(2) 正しい
(3) ℓ と n がねじれの位置にある場合があるから，正しくない。

(1)，(2)



(3)



12

解答 (1) 三角形　(2) 四角形　(3) 五角形　(4) 六角形

解説
立方体の切断問題では以下の原則を理解しておくこと。
① ある面上の 2 点を通る切り口の線は，その 2 点を結ぶ直線となる。
例：切り口が 2 点 I，M を通ると分かった場合，面ABFE内での切り口の線は線分IMである。
② 1 つの面上に切り口の線が 2 本以上存在することはない。
③ 平行な 2 つの面に現れる切り口の線は互いに平行である。
④ 対称性

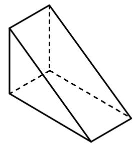
(1) 面EFGHに着目すると，切り口は面内のFとHの 2 点を通るので，原則①によりFHを線で結ぶ。同様に，面ABFEにおいて，IとFを結ぶ。面ADHEにおいても同様にIとHを結ぶ。つなげると切り口は三角形になる。
(2) 原則①によりMNを結ぶ。また，NHも結ぶ。原則③より，上面MNの線と下面のHを通る線は平行になるはずなので，下面の切り口はHFとなる。最後に原則①によりFMを結ぶ。切り口は四角形(等脚台形)になる。
(3) まずMNを結ぶ。原則②より，Mからの切り口の線はこれ以上，上面には現れないはずなので，手前面にMからの線を書くことになるが，辺AE上の点を通ってしまうと点Kを通る切り口にはできない。また，辺EF上の点を通ってしまうと，下面の切り口の線はMNに平行となり，この場合も点Kを通るようには書けない。よって，辺BF上の点を通るはずである。その点をMを結ぶ(おそらくBのすぐ下あたり)。右の面に着目して，その点とKを結ぶ。また対称性を考えると，切り口の線は点Dのすぐ下あたりを通るはず。（点N，M，Kは平面ACGEについて対称なので，点Bのすぐ下の点を通るのであれば，点Dのすぐ下の点も通るはずである。）あとはその点とN，Kを原則①により結んで，五角形が完成する。
(4) MとN，MとJを結ぶ。対称性よりHのすぐ上の点(Lとする)も通るはずなので，その点とNを結ぶ。右面と左面の切り口の線は平行になるはずなので，右面の切り口の線を点JからNLに平行になるように書くと，その線は辺FGと交わるはず。同様にLから辺HGの点に線を引く。（もしくはMNに平行に底面に線を引く。）切り口は六角形になる。

13

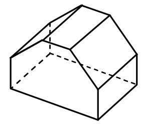
解答 (1) 五面体　(2) 八面体　(3) 十面体

解説
投影図で表された立体は，次の図のようになる。

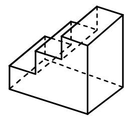
(1)



(2)



(3)

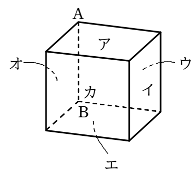


(1) 五面体
(2) 八面体
(3) 十面体

14

解答 (1) 面エ　(2) 面ア，ウ，エ，カ　(3) 面イ，カ

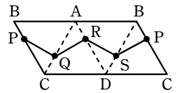
解説
展開図を組み立てたとき，右の図のようになる。
(1) 面アと平行になる面は
面エ
(2) 面オと垂直になる面は
面ア，ウ，エ，カ
(3) 辺 AB と平行になる面は
面イ，カ



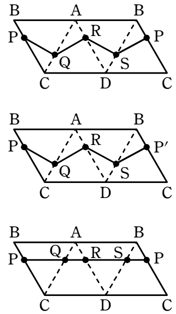
15

解答　(1)［図］　(2)　4 cm

(1)



解説



(1)　展開図に，辺 BC，CA，AD，DB をそれぞれ 1 : 2 に分ける

　　点 P，Q，R，S

をとり，線分で結べばよいから，右の図のようになる。

(2)　右の展開図において，2 点 P，R を結ぶ線のうち，長さが最小となるのは線分 PR である。

よって，線分 PR と AC の交点を Q とすればよい。

同様に，2 点 R，P′ を結ぶ線のうち，長さが最小となるのは線分 RP′ であるから，線分 RP′ と BD の交点を S とすればよい。

さらに，PR＋RP′ が最小となるためには，線分 PP′ と AD の交点を R とすればよい。

したがって，4 つの線分の長さの和が最小になるのは，展開図において

　　4 点 P，Q，R，S が一直線上にある

とき，すなわち

$$BP=AQ=AR=BS$$

が成り立つときである。

また，その最小の値は

$$2\times2=4\ (\mathrm{cm})$$

16

解答　(1)　$70\pi\ \mathrm{cm}^2$　(2)　200°

解説

(1)　底面積は

$$\pi\times5^2=25\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$

側面となる扇形の半径は，円錐の母線の長さに等しく

　　9 cm

また，扇形の弧の長さは，底面の円周の長さに等しいから

$$2\pi\times5=10\pi\ (\mathrm{cm})$$

よって，側面積は

$$\frac{1}{2}\times10\pi\times9=45\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$

したがって，表面積は

$$25\pi+45\pi=70\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$

(2)　半径 9 cm の円と半径 5 cm の円の円周の長さの比は

　　9 : 5

扇形の弧の長さと中心角の大きさは比例するから，側面となる扇形の中心角の大きさは　$360^\circ\times\dfrac{5}{9}=200^\circ$

17

解答　(1)　表面積は $180\pi\ \mathrm{cm}^2$，体積は $360\pi\ \mathrm{cm}^3$

(2)　表面積は $\left(\dfrac{208}{9}\pi+72\right)\mathrm{cm}^2$，体積は $32\pi\ \mathrm{cm}^3$

解説

(1)　[1]　表面積について

円柱の底面積は

$$\pi\times6^2=36\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$

円柱の側面積は

$$6\times(2\pi\times6)=72\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$

半球の表面積は

$$(4\pi\times6^2)\times\frac{1}{2}=72\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$

よって，求める表面積は

$$36\pi+72\pi+72\pi=180\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$

[2]　体積について

円柱の体積は

$$36\pi\times6=216\pi\ (\mathrm{cm}^3)$$

半球の体積は

$$\left(\frac{4}{3}\pi\times6^3\right)\times\frac{1}{2}=144\pi\ (\mathrm{cm}^3)$$

よって，求める体積は

$$216\pi+144\pi=360\pi\ (\mathrm{cm}^3)$$

(2)　[1]　表面積について

底面積は

$$\pi\times4^2\times\frac{80}{360}=\frac{32}{9}\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$

側面の曲面の部分の面積は

$$9\times\left(2\pi\times4\times\frac{80}{360}\right)=16\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$

よって，側面積は

$$16\pi+(9\times4)\times2=16\pi+72\ (\mathrm{cm}^2)$$

したがって，求める表面積は

$$\frac{32}{9}\pi\times2+(16\pi+72)=\frac{208}{9}\pi+72\ (\mathrm{cm}^2)$$

[2]　体積について

$$\frac{32}{9}\pi\times9=32\pi\ (\mathrm{cm}^3)$$

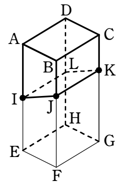
18

解答　(1)　辺 AD，BC，CD，EH，FG，GH，DH，CG　(2)　$15\ \mathrm{cm}^3$

解説

(1)　線分 IJ とねじれの位置にある辺は，IJ と同じ平面上にない辺であるから

　　辺 AD，BC，CD，EH，FG，GH，DH，CG



(2)　$AI=6\div2=3\ (\mathrm{cm})$

$BJ=CK=6\div3=2\ (\mathrm{cm})$

3 点 I，J，K を通る平面と辺 DH の交点を L とする。

IL∥JK であるから

$$DL=AI=3\ (\mathrm{cm})$$

小さい方の立体は，底面が，上底 2 cm，下底 3 cm，高さ 2 cm の台形で，高さが 3 cm の四角柱である。

よって，求める体積は

$$\left\{\frac{1}{2}\times(2+3)\times2\right\}\times3=15\ (\mathrm{cm}^3)$$

19

解答　(1)　$100\pi\ \mathrm{cm}^3$　(2)　$\dfrac{68}{25}$ cm

解説

(1)　$\pi\times5^2\times4=100\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

(2)　容器 B を水でいっぱいに満たしたときの水の体積は

$$\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times6=32\pi\ (\mathrm{cm}^3)$$

よって，容器 A に残った水の体積は

$$100\pi-32\pi=68\pi\ (\mathrm{cm}^3)$$

容器 A の底面積は $25\pi\ \mathrm{cm}^2$ であるから，求める高さは

$$68\pi\div25\pi=\frac{68}{25}\ (\mathrm{cm})$$

20

解答　③，④，⑥

解説

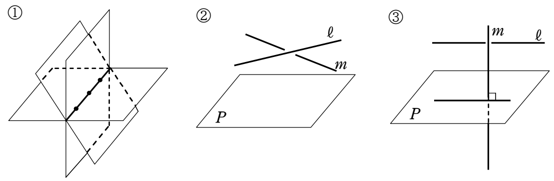
①　3 つの点が一直線上にあるとき，その 3 点を含む平面は無数にある。

よって，正しくない。

②　ℓ ∥ P かつ m ∥ P であっても，ℓ と m がねじれの位置にあることがある。

よって，正しくない。

③　正しい



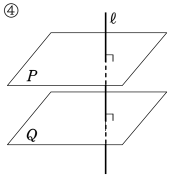
④　正しい

⑤　ℓ ∥ m のとき，$\ell\perp n$ かつ $m\perp n$ であって，n が P に含まれていることがある。

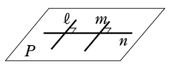
よって，正しくない。

⑥　正しい

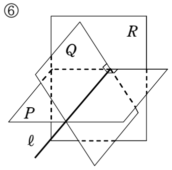
④



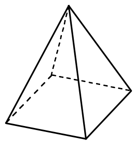
⑤



⑥



⑦　底面の向かい合う辺は，頂点を共有しないが，
ねじれの位置にない。
よって，正しくない。



答　③，④，⑥

21

解答　19 cm^3

解説

$BQ=4\div2=2\,(\mathrm{cm})$

$AR=BS=6\div2=3\,(\mathrm{cm})$

三角柱 ABCDEF の体積は

$\frac{1}{2}\times2\times4\times6=24\,(\mathrm{cm}^3)$

P を通り面 BCFE に平行な平面と，辺 AB，RS との交点を，それぞれ G，H とする。
このとき，

$BG=SH=1\,\mathrm{cm}$，$PG=2\,\mathrm{cm}$，$GH=3\,\mathrm{cm}$

である。

三角柱 PGHQBS の体積は

$\frac{1}{2}\times2\times3\times1=3\,(\mathrm{cm}^3)$

四角錐 P－ARHG の体積は

$\frac{1}{3}\times(3\times1)\times2=2\,(\mathrm{cm}^3)$

よって，求める体積は

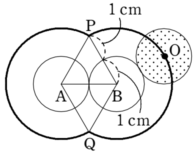
$24-3-2=19\,(\mathrm{cm}^3)$

22

解答　$\frac{16}{3}\pi$ cm

解説

円 O の中心が動いてできる線は，右の図の太線である。



右の図の △ABP と △ABQ は正三角形であるから，
扇形 APQ と扇形 BPQ の中心角の大きさはともに

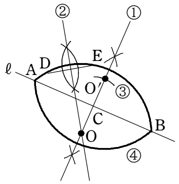
$360°-60°\times2=240°$

$\overset{\frown}{PQ}$ は半径 2 cm，中心角 240° の扇形の弧であるから，
求める線の長さは

$\left(2\pi\times2\times\frac{240}{360}\right)\times2=\frac{16}{3}\pi\,(\mathrm{cm})$

23

解答　［図］



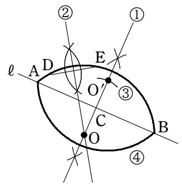
解説

①　線分 AB の垂直二等分線を引き，線分 ℓ との交点を C とする。

②　$\overset{\frown}{AB}$ 上に適当な 2 点 D，E をとり，線分 DE の垂直二等分線を引く。

③　① の直線と ② の直線の交点を O とし，① の直線上に O′C＝OC となる点 O′ をとる。

④　O′ を中心とする半径 O′A の $\overset{\frown}{AB}$ をかく。



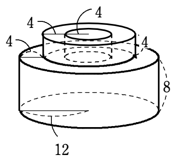
24

解答　表面積，体積の順に

(1)　576π cm^2，1344π cm^3　　(2)　208π cm^2，384π cm^3

解説

(1)　できる立体は，右の図のようになる。



これは，底面の半径が 12 cm，高さ 8 cm の円柱と，
底面の半径が 8 cm，高さ 4 cm の円柱を合わせた
ものから，底面の半径が 4 cm，高さ 4 cm の円柱を
除いたものである。

求める表面積は

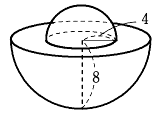
$(\pi\times12^2)\times2+8\times(2\pi\times12)+4\times(2\pi\times8)+4\times(2\pi\times4)$

$=576\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

求める体積は

$(\pi\times12^2)\times8+(\pi\times8^2)\times4-(\pi\times4^2)\times4=1344\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

(2)　できる立体は，右の図のようになる。



これは，半径 8 cm の半球と，半径 4 cm の半球を
合わせたものである。

求める表面積は

$(4\pi\times8^2)\times\frac{1}{2}+(4\pi\times4^2)\times\frac{1}{2}+\pi\times8^2-\pi\times4^2$

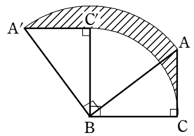
$=208\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

求める体積は

$\left(\frac{4}{3}\pi\times8^3\right)\times\frac{1}{2}+\left(\frac{4}{3}\pi\times4^3\right)\times\frac{1}{2}=384\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

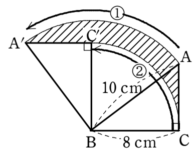
1

解答　(1)　［図］の斜線部分　　(2)　9π cm^2



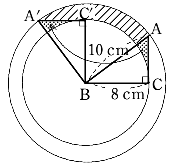
解説

(1)　右の図のように，点 B を回転の中心として，
△ABC を反時計回りに 90° だけ回転してできる
△A′BC′ をかく。
点 A は弧 AA′ (①) を動き，点 C は弧 CC′ (②) を
動くから，辺 AC が通過する部分は，右の図の
斜線部分である。



(2)　辺 AC を点 B を中心に 360° 回転させると，
B を中心とする半径 10 cm と 8 cm の 2 つの
円の間の部分となる。
求める面積は，その 90° だけ回転した分の面積で

$(\pi\times10^2-\pi\times8^2)\times\frac{90}{360}=9\pi\ (\mathrm{cm}^2)$



2

解答　(1)　$\frac{80}{3}\pi$ cm^3　　(2)　5：7

解説

(1)　立体 F は

底面の半径が 4 cm，高さが 8 cm の円錐から，
底面の半径が 2 cm，高さが 4 cm の円錐と
底面の半径が 4 cm，高さが 2 cm の円錐を
取り除いたものである。

したがって，F の体積は

$\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times8-\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times4-\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times2=\frac{80}{3}\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

(2)　立体 G は

底面の半径が 4 cm，高さが 2 cm の円柱と

　底面の半径が 4 cm，高さが 2 cm の円錐を
組み合わせたものから
　底面の半径が 2 cm，高さが 4 cm の円錐を
取り除いたものである。
したがって，Gの体積は

$$\pi\times4^2\times2+\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times2-\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times4=\frac{112}{3}\pi\,(\mathrm{cm}^3)$$

よって　$(F\text{の体積}):(G\text{の体積})=\dfrac{80}{3}\pi:\dfrac{112}{3}\pi$

$$=5:7$$