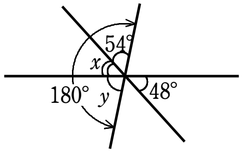
1

解答　(1)　$\angle x=48°$，$\angle y=78°$　　(2)　$\angle x=46°$，$\angle y=79°$

(1)　48° の角の対頂角が $\angle x$ であるから

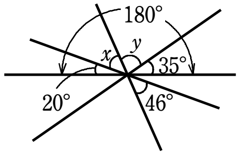


$\angle x=48°$　答

また　$\angle y=180°-(48°+54°)$

$=180°-102°=78°$　答

(2)　46° の角の対頂角が $\angle x$ であるから



$\angle x=46°$　答

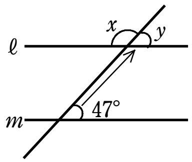
また　$\angle y=180°-(20°+46°+35°)$

$=180°-101°=79°$　答

2

解答　(1)　$\angle x=133°$　　(2)　$\angle x=88°$

(1)　同位角が等しいから，右の図で

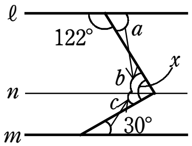


$\angle y=47°$

よって　$\angle x=180°-47°$

$=133°$　答

(2)　$\angle x$ の頂点を通り，直線 ℓ と m に平行な直線 n を引く。



右の図で　$\angle a=180°-122°=58°$

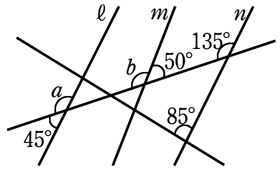
$\ell \parallel n$ より　$\angle b=58°$

$m \parallel n$ より　$\angle c=30°$

よって　$\angle x=\angle b+\angle c=58°+30°=88°$　答

3

解答　ℓ と n



右の図で　$\angle a=180°-45°=135°$

$\angle b=180°-50°=130°$

したがって，ℓ，m，n の同位角はそれぞれ

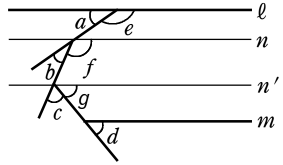
135°，130°，135° である。

２直線が平行になるのは，同位角が等しいときであるから，ℓ と n が平行である。

答　ℓ と n

4 ＜発展＞

解答　180°



右の図のように，直線 ℓ と m に平行な直線 n，n' を引く。

右の図で，$m \parallel n'$ より

$\angle g=\angle d$

$n \parallel n'$ より　$\angle f=\angle c+\angle g=\angle c+\angle d$

$\ell \parallel n$ より　$\angle e=\angle b+\angle f=\angle b+\angle c+\angle d$

$\angle a+\angle e=180°$ であるから

$\angle a+(\angle b+\angle c+\angle d)=180°$

すなわち　$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d=180°$

5

解答　(1)　正十五角形　　(2)　正十八角形　　(3)　正十七角形

(1)　１つの外角の大きさは　$180°-156°=24°$

正 n 角形の外角の大きさはすべて等しく，その和は 360° であるから

$n=360\div 24=15$　　答　正十五角形

別解　正 n 角形の１つの内角の大きさが 156° であるとき

$180°\times(n-2)=156°\times n$

よって　$45(n-2)=39n$

すなわち　$6n=90$

したがって　$n=15$　　答　正十五角形

(2)　１つの外角の大きさを $x°$ とすると，１つの内角の大きさは $x°+140°$ である。

ゆえに　$x°+(x°+140°)=180°$

すなわち　$2x° = 40°$

よって　$x° = 20°$

外角の和は 360° であるから　$n = 360 \div 20 = 18$　答　正十八角形

別解　正 n 角形の外角の和は 360° である。

内角 1 つの大きさがその外角より 140° 大きいから

$$180° \times (n-2) = 360° + 140° \times n$$

よって　$9(n-2) = 18 + 7n$

すなわち　$2n = 36$

したがって　$n = 18$　答　正十八角形

(3)　1 つの外角の大きさを $x°$ とすると，1 つの内角の大きさは $180° - x°$ である。

問題文より，1 つの内角の大きさは $7.5 \times x°$ でもあるから

$$180° - x° = 7.5 \times x°$$

両辺を 2 倍して　$360° - 2x° = 15x°$

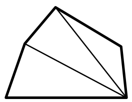
よって　$x = \dfrac{360}{17}$

外角の和は 360° であるから　$360 \div \dfrac{360}{17} = 17$　答　正十七角形

6

解答　(1)　125°　(2)　65°

(1)　五角形 ABCDE の内角の和は



$$180° \times (5-2) = 540°$$

よって　$100° + 160° + 70° + 85° + \angle x = 540°$

したがって　$\angle x = 540° - (100° + 160° + 70° + 85°)$

$= 540° - 415° = 125°$　答

(2)　∠C の外角の大きさは　$180° - 115° = 65°$

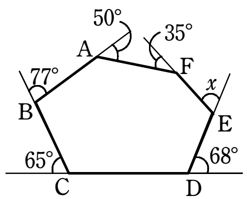
∠F の外角の大きさは　$180° - 145° = 35°$

多角形の外角の和は 360° であるから

$$50° + 77° + 65° + 68° + \angle x + 35° = 360°$$

よって　$\angle x = 360° - (50° + 77° + 65° + 68° + 35°)$

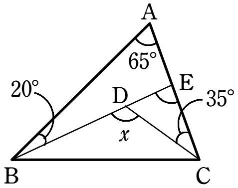
$= 360° - 295° = 65°$　答



7

解答　120°

線分 BD の延長と辺 AC との交点を E とする。



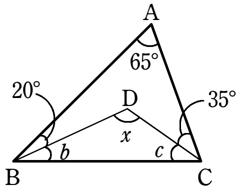
△ABE において，内角と外角の関係から

$$\angle BEC = 65° + 20° = 85°$$

△DCE において，内角と外角の関係から

$$\angle x = 85° + 35° = 120°$$　答

別解 1　$\angle DBC = \angle b$，$\angle DCB = \angle c$ とおく。



△DBC の内角の和は 180° であるから

$$\angle x + \angle b + \angle c = 180°$$

よって　$\angle x = 180° - (\angle b + \angle c)$　……①

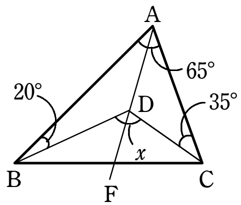
△ABC の内角の和は 180° であるから

$$65° + (20° + \angle b) + (35° + \angle c) = 180°$$

よって　$\angle b + \angle c = 60°$

これを ① に代入して　$\angle x = 180° - 60° = 120°$　答

別解 2　線分 AD の延長上に点 F をとる。



△ABD において，内角と外角の関係から

$$\angle BDF = \angle BAD + 20°$$

△ADC において，内角と外角の関係から

$$\angle FDC = \angle DAC + 35°$$

よって　$\angle x = \angle BDF + \angle FDC$

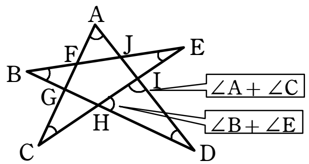
$= \angle BAD + 20° + \angle DAC + 35°$

$= \angle BAD + \angle DAC + 55° = 65° + 55° = 120°$　答

8 ＜発展＞

解答　略

△ACI の内角と外角の関係から



$$\angle HID = \angle A + \angle C$$

△BHE の内角と外角の関係から

$$\angle IHD = \angle B + \angle E$$

また，△HDI において

$$\angle D + \angle HID + \angle IHD = 180°$$

よって　$\angle D+(\angle A+\angle C)+(\angle B+\angle E)=180°$
すなわち　$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E=180°$　終

9

解答　△ABC≡△JLK，合同条件：2 辺とその間の角がそれぞれ等しい
△DEF≡△XWV，合同条件：3 辺がそれぞれ等しい
△GHI≡△QPR，合同条件：1 辺とその両端の角がそれぞれ等しい

△ABC と △JLK において
AB＝JL
BC＝LK
$\angle B=\angle L$
よって，2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△ABC≡△JLK

△DEF と △XWV において
DE＝XW
EF＝WV
FD＝VX
よって，3 辺がそれぞれ等しいから
△DEF≡△XWV

△GHI と △QPR において
GH＝QP
$\angle H=\angle P$
$\angle G=\angle Q$
よって，1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△GHI≡△QPR

10

解答　(1)　△ABD≡△CDB，合同条件：3 辺がそれぞれ等しい
(2)　△ABC≡△EDC，合同条件：2 辺とその間の角がそれぞれ等しい
(3)　△ABC≡△EDC，合同条件：1 辺とその両端の角がそれぞれ等しい

(1)　△ABD と △CDB において
AB＝CD
AD＝CB
BD＝DB (共通)
よって，3 辺がそれぞれ等しいから　△ABD≡△CDB

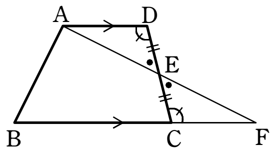
(2)　△ABC と △EDC において
AC＝EC
BC＝DC
対頂角は等しいから　$\angle ACB=\angle ECD$
よって，2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△ABC≡△EDC

(3)　△ABC と △EDC において　AC＝EC
対頂角は等しいから　$\angle ACB=\angle ECD$
また，平行線の錯角は等しいから　$\angle CAB=\angle CED$
よって，1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△ABC≡△EDC

11 ＜例題＞

解答　略

[仮定]　AD∥BC，DE＝CE
[結論]　△ADE≡△FCE



証明　△ADE と △FCE において
AD∥BC より，錯角が等しいから
$\angle ADE=\angle FCE$　……①
仮定から　DE＝CE　……②
対頂角は等しいから
$\angle DEA=\angle CEF$　……③
①，②，③ より，1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△ADE≡△FCE　終

12

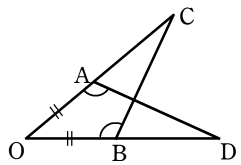
解答　略

[仮定]　AB＝AC，BD＝CD
[結論]　$\angle BAD=\angle CAD$

△ABD と △ACD において
仮定より　AB＝AC　……①
　　　　　BD＝CD　……②
また　　　AD＝AD　……③
①，②，③ より，3 辺がそれぞれ等しいから
　　　　　△ABD≡△ACD
合同な図形の対応する角は等しいから
　　　　　∠BAD＝∠CAD

13

解答　略
[仮定]　OA＝OB，∠OAD＝∠OBC
[結論]　AD＝BC
証明　△AOD と △BOC において
　仮定から
　　　　OA＝OB　　　……①
　　　∠OAD＝∠OBC　……②
　共通であるから
　　　∠AOD＝∠BOC　……③
　①，②，③ より，1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
　　　　△AOD≡△BOC
　よって　AD＝BC　終



14

解答　略
[仮定]　AB＝CD，AE＝CE
[結論]　AD＝CB
[証明]　△AED と △CEB において
仮定より　　AE＝CE　　……①
また，仮定より AB＝CD で，これと ① より
　　　　AB－AE＝CD－CE
すなわち　　ED＝EB　　……②
対頂角は等しいから
　　　　∠AED＝∠CEB　……③
①，②，③ より，2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから
　　　　　△AED≡△CEB
合同な図形の対応する辺は等しいから　　AD＝CB

15

解答　略
[仮定]　∠AOC＝∠BOC，OA⊥PQ，OB⊥PR
[結論]　PQ＝PR
[証明]　△OPQ と △OPR において
仮定より　　∠QOP＝∠ROP　　　……①
　　　　　　∠PQO＝∠PRO（＝90°）……②
①，② より，三角形の残りの角も等しいから
　　　　　　∠OPQ＝∠OPR　　　……③
また　　　　OP＝OP（共通）　　……④
①，③，④ より，1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
　　　　　　△OPQ≡△OPR
合同な図形の対応する辺は等しいから　　PQ＝PR

16

解答　略
[仮定]　AO＝BO，CO＝DO
[結論]　∠CAO＝∠DBO
△AOC と △BOD において
仮定より　AO＝BO　……①
　　　　　CO＝DO　……②
対頂角は等しいから
　　　　∠AOC＝∠BOD　……③
①，②，③ より，2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから
　　　　△AOC≡△BOD
合同な図形の対応する角は等しいから

$\angle CAO = \angle DBO$

錯角が等しいから

$AC \,//\, DB$

17

解答 (1) 略 (2) 略

[仮定] AB＝AC,

2 点 D，E はともに円 A の周上の点

(1) [結論] $\angle ABE = \angle ACD$

[証明] △ABE と △ACD において

仮定より　$AB = AC$　……①

$AE = AD$　……②

また　$\angle BAE = \angle CAD$（共通）　……③

①，②，③ より，2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$

よって　$\angle ABE = \angle ACD$

(2) [結論] $DF = EF$

[証明] △DBF と △ECF において

$DB = AB - AD$

$EC = AC - AE$

ここで，AB＝AC，AD＝AE であるから

$DB = EC$　……④

(1) より，△ABE≡△ACD であるから

$\angle DBF = \angle ECF$　……⑤

$\angle ADC = \angle AEB$　……⑥

⑥ より　$\angle BDF = \angle CEF$　……⑦

④，⑤，⑦ より，1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$\triangle DBF \equiv \triangle ECF$

よって　$DF = EF$

18

解答 略

[仮定] AB＝AD，CB＝CD

[結論] 直線 AC は線分 BD の垂直二等分線である

[証明] △ABC と △ADC において

仮定より　$AB = AD$　……①

$CB = CD$　……②

また　$AC = AC$（共通）　……③

①，②，③ より，3 辺がそれぞれ等しいから

$\triangle ABC \equiv \triangle ADC$

よって　$\angle BAC = \angle DAC$　……④

AC と BD の交点を O とする。

△ABO と △ADO において，④ より

$\angle BAO = \angle DAO$　……⑤

また　$AO = AO$（共通）　……⑥

①，⑤，⑥ より，2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABO \equiv \triangle ADO$

よって　$BO = DO$　……⑦

$\angle AOB = \angle AOD$　……⑧

⑧ と，$\angle AOB + \angle AOD = 180^\circ$ より　$\angle AOB = \angle AOD = 90^\circ$

これと，⑦ より，直線 AC は線分 BD の垂直二等分線である。

19

解答 (1) 略 (2) 略

(1) [仮定] BC＝AC，CE＝CD，$\angle ACB = \angle ECD = 60^\circ$

[結論] △BCE≡△ACD

証明 △BCE と △ACD において

△ABC と △DCE は正三角形であるから

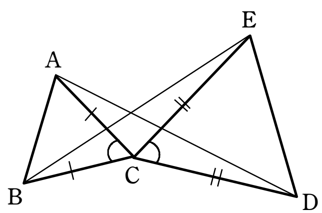
$BC = AC$　……①

$CE = CD$　……②

$\angle ACB = \angle ECD = 60^\circ$ であるから

$\angle BCE = 60^\circ + \angle ACE$

$= \angle ACD$　……③



①，②，③より，２辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△BCE≡△ACD　終

(2)　証明　(1)の結果から，∠BEC＝∠ADC＝a°とおける。

よって　∠DEK＋∠KDE＝(60°＋a°)＋(60°－a°)

＝120°

△DEK の内角の和は 180° であるから

∠DKE＝180°－120°＝60°　終

20

解答　(1)　81°　　(2)　33°　　(3)　25°

(1)　△ABC において，AB＝AC であるから

∠ABC＝∠ACB

∠ABC＝(180°－48°)÷2

＝66°

∠ABD＝∠CBD であるから

∠ABD＝66°÷2

＝33°

三角形の内角と外角の関係から

∠x＝48°＋33°

＝81°

(2)　△ABC において，AB＝AC であるから

∠ABC＝∠ACB

∠ACB＝(180°－38°)÷2

＝71°

△ADC において，DA＝DC であるから

∠ACD＝38°

よって　∠x＝71°－38°

＝33°

(3)　△ABC において，AB＝AC であるから

∠ABC＝∠ACB

∠ABC＝50°

△ADB において，AB＝BD であるから

∠BAD＝∠x

△ADB において，内角と外角の関係から

2×∠x＝50°

∠x＝50°÷2

＝25°

21

解答　144°

△ABC は二等辺三角形であるから

∠ACB＝∠ABC＝72°

△DEB≡△ABC より

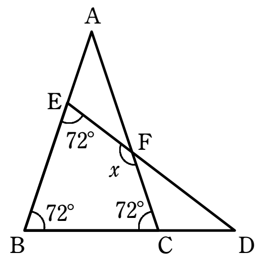
∠DEB＝∠DBE＝72°

四角形 EBCF の内角の和は

180°×(4－2)＝360°

よって　∠x＝360°－3×72°

＝144°



22

解答　63°

△ABE において

∠ABE＝90°－72°

＝18°

△ABE≡△FBE であるから

∠ABE＝∠FBE

よって　∠FBC＝90°－18°×2

＝54°

△BCF において，BC＝BF であるから，△BCF は二等辺三角形である。

したがって　∠x＝(180°－54°)÷2＝63°

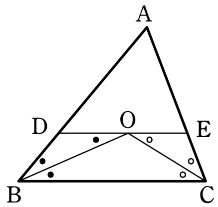
23

解答　略

[仮定]　∠DBO＝∠OBC，∠ECO＝∠OCB，DE∥BC

[結論]　△BOD と △CEO は二等辺三角形である。

証明　△BOD において



仮定より DE∥BC であるから

∠DOB＝∠OBC

仮定より　∠DBO＝∠OBC

よって　∠DOB＝∠DBO

したがって，△BOD は二等辺三角形である。

△CEO において

仮定より DE∥BC であるから

∠EOC＝∠OCB

仮定より　∠ECO＝∠OCB

よって　∠EOC＝∠ECO

したがって，△CEO は二等辺三角形である。　終

24

解答　略

△ABE と △ACD において

仮定により　AB＝AC　……①

△ABC は AB＝AC の二等辺三角形であるから

∠ABC＝∠ACB

すなわち　∠ABE＝∠ACD　……②

また，仮定より BD＝CE で，この両辺に DE を加えると

BD＋DE＝CE＋DE

すなわち　BE＝CD　……③

①，②，③ より，2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABE≡△ACD

25

解答　略

△ACD と △CBE において

∠CAB＝∠CBA であるから，△CAB は

AC＝CB　……①

である二等辺三角形となる。

また，仮定により

AD＝CE　……②

仮定より AD∥BC で，平行線の錯角は等しいから

∠DAC＝∠ECB　……③

①，②，③ より，2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ACD≡△CBE

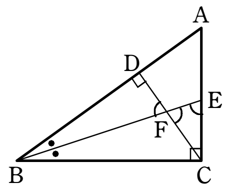
したがって　CD＝BE

26

解答　略

証明　BE は ∠B の二等分線であるから

∠DBF＝∠EBC　……①



△DBF において

∠BFD＝90°－∠DBF　……②

△BCE において

∠CEB＝90°－∠EBC　……③

①，②，③ より　∠BFD＝∠CEB

対頂角は等しいから　∠BFD＝∠CFE

よって　∠CEB＝∠CFE

2 つの角が等しいから，△CEF は二等辺三角形である。　終

27

解答　△ABC≡△FDE

合同条件　直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい

△GHI≡△OMN

合同条件　直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しい

△JKL≡△TUS

合同条件　直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい

△ABC と △FDE において

∠A＝∠F＝90°

BC＝DE

∠B＝∠D＝35°
よって，直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいから
△ABC≡△FDE
△GHI と △OMN において
∠H＝∠M＝90°
GI＝ON
HI＝MN
よって，直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいから
△GHI≡△OMN
△JKL と △TUS において
∠K＝∠U＝90°
JL＝TS
∠J＝∠T＝65°
よって，直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいから
△JKL≡△TUS

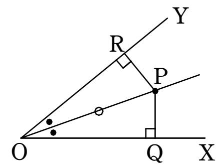
28 ＜例題＞

解答　略
△OAC と △OBD において
∠ACO＝∠BDO＝90°　…… ①
OA＝OB　…… ②
∠AOC＝∠BOD（共通）　…… ③
①，②，③ より，直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいから
△OAC≡△OBD

29

解答　略

証明　△POQ と △POR において
P は ∠XOY の二等分線上の点であるから
∠POQ＝∠POR　…… ①
PQ⊥OX，PR⊥OY であるから
∠OQP＝∠ORP＝90°　…… ②
共通であるから　OP＝OP　…… ③
①，②，③ より，直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいから
△POQ≡△POR
よって　PQ＝PR　終



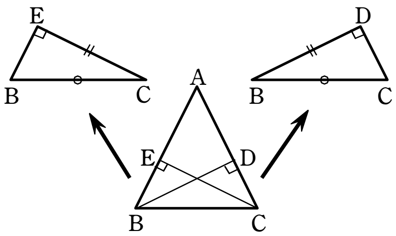
30

解答　略
点 B と点 D を結ぶ。
△ABD と △CBD において
仮定により　∠BAD＝∠BCD＝90°　…… ①
AB＝CB　…… ②
また　BD＝BD（共通）　…… ③
①，②，③ より，直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいから
△ABD≡△CBD
よって　AD＝CD

31

解答　略

証明　△EBC と △DCB において
仮定より　∠BEC＝∠CDB＝90°
CE＝BD
共通であるから　BC＝CB
直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいから
△EBC≡△DCB
よって　∠EBC＝∠DCB
したがって，２つの角が等しいから，△ABC は二等辺三角形である。　終



[別証]　$\triangle$ABC の面積は，次の２通りに表される。

$$\frac{1}{2}\mathrm{AB}\times\mathrm{CE},\quad \frac{1}{2}\mathrm{AC}\times\mathrm{BD}$$

よって　$\frac{1}{2}\mathrm{AB}\times\mathrm{CE}=\frac{1}{2}\mathrm{AC}\times\mathrm{BD}$　……①

仮定より BD＝CE であるから，① より　AB＝AC

したがって，$\triangle$ABC は二等辺三角形である。　終

32

解答　略

証明　$\triangle$DBC と $\triangle$ECB において

AB＝AC であるから

$\angle$DCB＝$\angle$EBC

AC$\perp$BD，AB$\perp$CE より

$\angle$BDC＝$\angle$CEB＝90°

また　BC＝CB (共通)

直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいから

$\triangle$DBC$\equiv\triangle$ECB

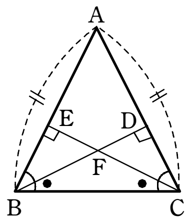
よって　BD＝CE　……①

$\angle$DBC＝$\angle$ECB　……②

② より，$\triangle$FBC は二等辺三角形であるから

BF＝CF　……③

①，③ から　FD＝FE　終



33

解答　(1)　略　(2)　略

(1)　$\triangle$ABD と $\triangle$CAE において

$\angle$ADB＝$\angle$CEA＝90°　……①

$\triangle$ABC は，$\angle$A＝90° の直角二等辺三角形であるから

AB＝CA　……②

$\triangle$ABD において

$\angle$ABD＝180°－(90°＋$\angle$DAB)

＝90°－$\angle$DAB

$\angle$A＝90° であるから

$\angle$CAE＝90°－$\angle$DAB

よって　$\angle$ABD＝$\angle$CAE　……③

①，②，③ より，直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいから

$\triangle$ABD$\equiv\triangle$CAE

(2)　(1) より BD＝AE，CE＝AD であるから

BD－CE＝AE－AD

＝DE