1★

⑴　△ABC≡△DFE

⑵　①　AC＝DE＝8 cm

②　DF＝AB＝15 cm

③　∠C＝∠E＝113°

④　∠D＝∠A＝38°

よって　∠F＝180°−(38°＋113°)＝29°

2★

△ABC≡△ONM，3 組の辺がそれぞれ等しい

△DEF≡△QRP，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

△GHI≡△KJL，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

3★★

△AOC と △BOD において

AO＝BO，CO＝DO

また，対頂角は等しいから

∠AOC＝∠BOD

よって　△AOC≡△BOD

このとき使った合同条件は，

2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

4

△ABE と △CBD において

仮定から　AB＝CB　……①

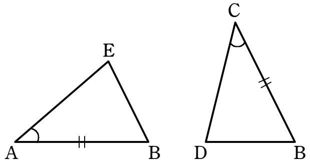
∠A＝∠C　……②

共通な角であるから

∠B＝∠B　……③

①，②，③ より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△ABE≡△CBD



5★

[仮定]　ℓ // m，AO＝DO

[結論]　BO＝CO

証明　△AOB と △DOC において

仮定から　AO＝DO　……①

対頂角は等しいから

∠AOB＝∠DOC　……②

平行線の錯角は等しいから

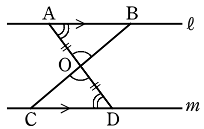
∠BAO＝∠CDO　……③

①，②，③ より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△AOB≡△DOC

合同な図形では対応する辺の長さは等しいから

BO＝CO



6★★

[仮定]　DE＝CE，AE＝FE

[結論]　AD // BC

△AED と △FEC において

仮定から　DE＝CE　……①

AE＝FE　……②

対頂角は等しいから

∠AED＝∠FEC　……③

①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△AED≡△FEC

合同な図形では対応する角の大きさは等しいから

∠EDA＝∠ECF

よって，錯角が等しいから

AD // BC

7★★

[仮定]　△ABD は AB＝DB の直角二等辺三角形，

△BCE は BC＝BE の直角二等辺三角形

[結論]　AE＝DC

[証明]　△ABE と △DBC において

仮定から　AB＝DB　……①

BE＝BC　……②

∠CBE＝∠ABD＝90°

∠CBE＝∠ABD の両辺に ∠ABC を加えると

∠CBE＋∠ABC＝∠ABD＋∠ABC

すなわち　∠ABE＝∠DBC　……③

①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABE≡△DBC

合同な図形では対応する辺の長さは等しいから　AE＝DC

8★

△ABG と △CBG において

正方形の 4 辺は等しいから

AB＝CB　……①

線分 BD は正方形の対角線であるから

∠ABG＝∠CBG（＝45°）　……②

共通な辺であるから

BG＝BG　……③

①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABG≡△CBG

合同な図形では対応する角の大きさは等しいから

∠BAG＝∠BCG　……④

AB // DF より，錯角は等しいから

∠BAG＝∠CFG　……⑤

④，⑤ より　∠BCG＝∠CFG

9★★

△ACD と △CBE において

∠CAB＝∠CBA であるから，△CAB は

AC＝CB　……①

である二等辺三角形となる。

また，仮定から

AD＝CE　……②

仮定より AD // BC で，平行線の錯角は等しいから

∠DAC＝∠ECB　……③

①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ACD≡△CBE

したがって　CD＝BE

10★★

△MBC と △NCB において

仮定から　BM＝CN　……①

共通な辺であるから　BC＝CB　……②

△ABC は AB＝AC の二等辺三角形であるから

∠MBC＝∠NCB　……③

①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△MBC≡△NCB

よって　∠DCB＝∠DBC

△DBC は，2 つの角が等しいから，二等辺三角形である。

11★★

△ABD と △ACE において

△ABC，△ADE は正三角形であるから

AB＝AC　……①

AD＝AE　……②

また　∠BAD＝∠BAC−∠DAC＝60°−∠DAC

∠CAE＝∠DAE−∠DAC＝60°−∠DAC

よって　∠BAD＝∠CAE　……③

①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABD≡△ACE

したがって　BD＝CE

12★

⑴　△ABD≡△ACD，直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しい

⑵　△ABE≡△DCE，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい

13★

△CED と △CFB において

四角形 ABCD は正方形であるから

CD＝CB　……①

∠CDE＝∠CBF＝90°　……②

△CEF は正三角形であるから

CE＝CF　……③

①，②，③ より，直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいから

△CED≡△CFB

よって　∠ECD＝∠FCB

14★★★

(1)　△ABD と △CAE において

$\angle ADB = \angle CEA = 90^\circ$　……①

△ABC は，$\angle A = 90^\circ$ の直角二等辺三角形であるから

$AB = CA$　……②

△ABD において

$\angle ABD = 180^\circ - (90^\circ + \angle DAB)$

$= 90^\circ - \angle DAB$

$\angle A = 90^\circ$ であるから

$\angle CAE = 90^\circ - \angle DAB$

よって　$\angle ABD = \angle CAE$　……③

①，②，③より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから

△ABD≡△CAE

(2)　(1) より BD＝AE，CE＝AD であるから

$BD - CE = AE - AD$

$= DE$

15★

△ABE と △CDF において

仮定から　BE＝DF　……①

平行四辺形の対辺は等しいから

AB＝CD　……②

平行四辺形の対辺は平行であるから

AB∥DC

平行線の錯角は等しいから

∠ABE＝∠CDF　……③

①，②，③より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABE≡△CDF

合同な図形では対応する辺の長さは等しいから

AE＝CF

16★★

△ABC と △EAD において

仮定から　AB＝EA　……①

平行四辺形の対辺は等しいから

BC＝AD　……②

AB＝AE であるから，△ABE は二等辺三角形である。

よって　∠ABE＝∠AEB

平行四辺形の対辺は平行であるから　AD∥BC

平行線の錯角は等しいから

∠AEB＝∠EAD

よって　∠ABC＝∠EAD　……③

①，②，③より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABC≡△EAD　終

17★★

四角形 ABCD は平行四辺形であるから

AB＝DC　……①

仮定から　AE＝FC　……②

①，②より　AB－AE＝DC－FC

すなわち　EB＝DF　……③

また，AB∥DC より　EB∥DF　……④

③，④より，四角形 BFDE は，1 組の対辺が平行でその長さが等しいから，平行四辺形である。

18★

(1)　正方形

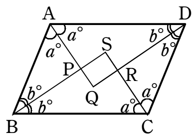
(2)　長方形，正方形，ひし形

(3)　長方形，正方形

(4)　正方形

(5)　長方形，正方形，ひし形

19★★★



証明　平行四辺形の 2 組の対角はそれぞれ等しいから，

$\angle PAB = a^\circ$，$\angle PBA = b^\circ$ とすると，4 つの頂点で 2 等分された角の大きさは，右の図のようになる。

四角形 ABCD で，内角の和は 360° であるから

$2a^\circ + 2b^\circ + 2a^\circ + 2b^\circ = 360^\circ$

$4a^\circ + 4b^\circ = 360^\circ$

したがって　$a^\circ + b^\circ = 90^\circ$　……①

△PAB で，$\angle APB = 180^\circ - (a^\circ + b^\circ)$ であるから，①より

$\angle APB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

対頂角は等しいから　$\angle SPQ = \angle APB = 90^\circ$

同じようにして　$\angle QRS = 90^\circ$

$\angle PSR = 90^\circ$

$\angle PQR = 90^\circ$

したがって，4 つの角が等しいから，四角形 PQRS は長方形である。　終

1

(1)　△ABC≡△DEF

(2)　辺 AB に対応する辺は，辺 DE であるから　AB＝DE＝6 (cm)

また，∠EDF に対応する角は，∠BAC であるから

$\angle EDF = \angle BAC = 30^\circ$

$\angle DEF = 180^\circ - (\angle EDF + \angle DFE)$

$= 180^\circ - (30^\circ + 90^\circ)$

$= 60^\circ$

2

△ABC と △JLK において

AB＝JL

BC＝LK

∠B＝∠L

よって，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABC≡△JLK

△DEF と △XWV において

DE＝XW

EF＝WV

FD＝VX

よって，3 組の辺がそれぞれ等しいから

△DEF≡△XWV

△GHI と △QPR において

GH＝QP

∠H＝∠P

∠G＝∠Q

よって，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△GHI≡△QPR

3

(1)　AB＝AC

BD＝CD

AD＝AD

△ABD≡△ACD，3 組の辺がそれぞれ等しい

(2)　AE＝CE

EB＝ED

∠AEB＝∠CED（対頂角）

△ABE≡△CDE，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

(3)　AC＝CA

∠BAC＝∠DCA

∠BCA＝∠DAC

△ABC≡△CDA，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

4

$\triangle ADO$ と $\triangle CBO$ において

仮定から　$AO=CO$　…… ①

　$DO=BO$　…… ②

対頂角は等しいから

$\angle AOD=\angle COB$　…… ③

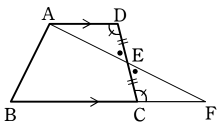
①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ADO\equiv\triangle CBO$

5

[仮定]　$AD /\!/ BC$，$DE=CE$

[結論]　$\triangle ADE\equiv\triangle FCE$



証明　$\triangle ADE$ と $\triangle FCE$ において

$AD /\!/ BC$ より，錯角が等しいから

$\angle ADE=\angle FCE$　…… ①

仮定から　$DE=CE$　…… ②

対頂角は等しいから

$\angle DEA=\angle CEF$　…… ③

①，②，③ より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ADE\equiv\triangle FCE$

合同な図形では対応する辺の長さは等しいから

$AE=FE$　終

6

[仮定]　$AO=BO$，$CO=DO$

[結論]　$AC /\!/ DB$

証明　$\triangle AOC$ と $\triangle BOD$ において

仮定から　$AO=BO$　…… ①

$CO=DO$　…… ②

対頂角は等しいから

$\angle AOC=\angle BOD$　…… ③

①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle AOC\equiv\triangle BOD$

合同な図形では対応する角の大きさは等しいから

$\angle OAC=\angle OBD$

よって，錯角が等しいから

$AC /\!/ DB$　終

7

[仮定]　$AB=AC$，$\angle BAC=90^\circ$，

$AD=AE$，$\angle DAE=90^\circ$

[結論]　$\triangle ABD\equiv\triangle ACE$

証明　$\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ において

仮定から　$AB=AC$　…… ①

$AD=AE$　…… ②

また　$\angle BAD=\angle BAC+\angle CAD$

$=90^\circ+\angle CAD$

$\angle CAE=\angle DAE+\angle CAD$

$=90^\circ+\angle CAD$

よって　$\angle BAD=\angle CAE$　…… ③

①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABD\equiv\triangle ACE$

合同な図形では対応する辺の長さは等しいから

$BD=CE$

8

$\triangle ABP$ と $\triangle ADP$ において

四角形 ABCD は正方形であるから

$AB=AD$　…… ①

線分 AC は正方形の対角線であるから

$\angle BAP=\angle DAP\ (=45^\circ)$　…… ②

また　$AP=AP$ (共通)　…… ③

①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABP\equiv\triangle ADP$

よって　$\angle PBA=\angle PDA$

$AB /\!/ DC$ より，錯角は等しいから

$\angle CEB=\angle PBA$

したがって　$\angle CEB=\angle PDA$

9

$\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ において

$\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ は，底辺がそれぞれ BC，DE の二等辺三角形であるから

$AB=AC$　…… ①

$AD=AE$　…… ②

また，この 2 つの二等辺三角形の頂角の大きさが等しいから

$\angle BAD=\angle CAE$　…… ③

①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

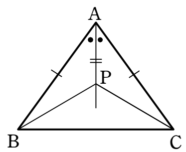
$\triangle ABD\equiv\triangle ACE$

したがって　$BD=CE$

10

[仮定]　$AB=AC$，$\angle BAP=\angle CAP$

[結論]　$\triangle PBC$ は二等辺三角形である。



証明　$\triangle ABP$ と $\triangle ACP$ において

仮定から

$AB=AC$，$\angle BAP=\angle CAP$

また　$AP=AP$ (共通)

2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABP\equiv\triangle ACP$

よって　$PB=PC$

したがって，$\triangle PBC$ は二等辺三角形である。　終

11

$\triangle APC$ と $\triangle ABQ$ において

$\triangle ABP$，$\triangle ACQ$ は正三角形であるから

$AP=AB$　…… ①

$AC=AQ$　…… ②

また　$\angle PAC=\angle PAB+\angle BAC$

$=60^\circ+\angle BAC$

$\angle BAQ=\angle BAC+\angle CAQ$

$=\angle BAC+60^\circ$

よって　$\angle PAC=\angle BAQ$　…… ③

①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle APC\equiv\triangle ABQ$

したがって　$PC=BQ$　終

12

$\triangle ABC$ と $\triangle FDE$ において

$\angle A=\angle F=90^\circ$

$BC=DE$

$\angle B=\angle D=35^\circ$

よって，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABC\equiv\triangle FDE$

$\triangle GHI$ と $\triangle OMN$ において

$\angle H=\angle M=90^\circ$

$GI=ON$

$HI=MN$

よって，直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいから

$\triangle GHI\equiv\triangle OMN$

$\triangle JKL$ と $\triangle TUS$ において

$\angle K=\angle U=90^\circ$

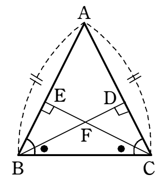
$JL=TS$

$\angle J=\angle T=65^\circ$

よって，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから

$\triangle JKL\equiv\triangle TUS$

13



証明　$\triangle DBC$ と $\triangle ECB$ において

$AB=AC$ であるから

$\angle DCB=\angle EBC$

$AC\perp BD$，$AB\perp CE$ より

$\angle BDC=\angle CEB=90^\circ$

また　$BC=CB$ (共通)

直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから

$\triangle DBC\equiv\triangle ECB$

よって　$DC=EB$　終

14

(1) $\triangle ABD$ と $\triangle CAE$ において

仮定から　$AB=CA$ ……①

$\angle BDA=\angle AEC=90^\circ$ ……②

また　$\angle ABD=180^\circ-\angle BDA-\angle BAD$

$=90^\circ-\angle BAD$

$\angle CAE=180^\circ-\angle BAC-\angle BAD$

$=90^\circ-\angle BAD$

よって　$\angle ABD=\angle CAE$ ……③

①，②，③ より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから

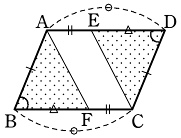
$\triangle ABD\equiv\triangle CAE$

(2) (1) より $BD=AE$，$CE=AD$

よって　$BD+CE=AE+AD=DE$

15

証明　$\triangle ABF$ と $\triangle CDE$ において



平行四辺形の対辺は等しいから

$AB=CD$ ……①，$BC=AD$ ……②

平行四辺形の対角は等しいから

$\angle B=\angle D$ ……③

② と $AE=CF$ より

$BC-CF=AD-AE$

したがって　$BF=DE$ ……④

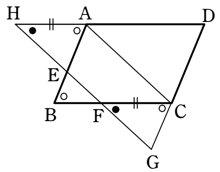
①，③，④ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABF\equiv\triangle CDE$ 終

16

証明　$HA /\!/ FC$，$HF /\!/ AC$ であるから，四角形 HFCA は平行四辺形である。

$\triangle HEA$ と $\triangle FGC$ において



平行四辺形の対辺は等しいから

$HA=FC$ ……①

$HD /\!/ BC$ であるから

$\angle AHE=\angle CFG$ ……②

$\angle HAE=\angle EBF$ ……③

$AB /\!/ DG$ であるから

$\angle EBF=\angle FCG$ ……④

③，④ から　$\angle HAE=\angle FCG$ ……⑤

①，②，⑤ より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$\triangle HEA\equiv\triangle FGC$

よって　$HE=FG$ 終

17

▱ABCD の対辺は平行であるから

$AD /\!/ BC$

$AD /\!/ BC$ より，錯角は等しいから

$\angle FCE=\angle DFC$

仮定から　$\angle AEB=\angle DFC$

よって　$\angle AEB=\angle FCE$

同位角が等しいから　$AE /\!/ FC$ …… ①

また，$AD /\!/ BC$ から　$AF /\!/ EC$ …… ②

①，② より，2 組の対辺がそれぞれ平行であるから，四角形 AECF は平行四辺形である。

18

(1) 4 つの辺が等しい四角形は ひし形 である。

正方形は，4 つの辺が等しく，さらに 4 つの角が等しい四角形である。

(2) 1 組の対辺が平行である四角形は 台形 である。

平行四辺形は，2 組の対辺がそれぞれ平行である四角形である。

(3) 2 組の対辺がそれぞれ等しい四角形は 平行四辺形 である。

長方形は，4 つの角が等しい四角形である。

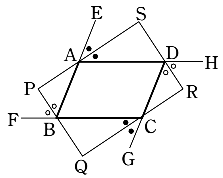
(4) 対角線の長さが等しく，それぞれの中点で交わる四角形は 長方形 である。

対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は平行四辺形であるが，さらに対角線の長さが等しい四角形は長方形である。

(5) ○

19

証明　右の図のように，辺 BA，CB，DC，AD の延長上に，それぞれ点 E，F，G，H をとる。



$AD /\!/ BC$ であるから

$\angle EAD=\angle ABC$

$\angle FBA+\angle ABC=180^\circ$ であるから

$\angle FBA+\angle EAD=180^\circ$

よって　$\frac{1}{2}\angle FBA+\frac{1}{2}\angle EAD=90^\circ$

したがって　$\angle PBA+\angle EAS=90^\circ$

また，$\angle EAS=\angle PAB$ より

$\angle PBA+\angle PAB=90^\circ$

よって　$\angle P=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

同じようにして　$\angle Q=\angle R=\angle S=90^\circ$

したがって，四角形 PQRS は長方形である。 終

1

⑴　△ABC と△DCB において
仮定から　　AB＝DC　　……①
∠ABC＝∠DCB　……②
共通な辺であるから
BC＝CB　　……③
①，②，③より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△ABC≡△DCB

⑵　△OAC と△OBD において
仮定から　　OA＝OB　　……①
∠OAC＝∠OBD　……②
対頂角は等しいから
∠AOC＝∠BOD　……③
①，②，③より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△OAC≡△OBD

⑶　△ABD と△CBD において
仮定から　AB＝CB　　……①
AD＝CD　　……②
共通な辺であるから
BD＝BD　　……③
①，②，③より，3 組の辺がそれぞれ等しいから
△ABD≡△CBD

⑷　△ABE と△ACD において
仮定から　　AB＝AC　　……①
AE＝AD　　……②
共通な角であるから
∠BAE＝∠CAD　……③
①，②，③より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△ABE≡△ACD

⑸　△ABD と△CDB において
仮定から　　AB＝CD　……①
AD＝CB　……②
共通な辺であるから
BD＝DB　……③
①，②，③より，3 組の辺がそれぞれ等しいから
△ABD≡△CDB
合同な図形では対応する角の大きさは等しいから
∠BAD＝∠DCB

⑹　△ABD と△CBD において
仮定から　∠ABD＝∠CBD　……①
∠ADB＝∠CDB　……②
共通な辺であるから
BD＝BD　　……③
①，②，③より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△ABD≡△CBD
合同な図形では対応する辺の長さは等しいから
AB＝CB

⑺　△AEF と△DBC において
仮定から　AF＝DC　　……①
FE＝CB　　……②
AB＝DE であるから
AB＋BE＝DE＋EB
よって　　AE＝DB　　……③
①，②，③より，3 組の辺がそれぞれ等しいから
△AEF≡△DBC
合同な図形では対応する角の大きさは等しいから
∠EAF＝∠BDC
錯角が等しいから
AF∥CD

⑻　△OAB と△ODC において
仮定から　　AB＝DC　　……①
∠OAB＝∠ODC　……②
対頂角は等しいから
∠AOB＝∠DOC　……③
②，③より，三角形の 2 組の角がそれぞれ等しいから，残りの 1 組も等しい。
したがって
∠ABO＝∠DCO　……④
①，②，④より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△OAB≡△ODC
合同な図形では対応する辺の長さは等しいから
OA＝OD

2

△ABD と △BCE において
仮定から　∠BAD＝∠CBE
△ABC は正三角形であるから
AB＝BC
∠ABD＝∠BCE
よって，三角形の合同条件は
1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい。

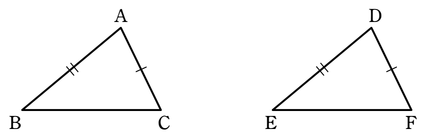
3

BC＝BE　　……①
∠CAB＝∠EDB
∠ACB＝∠DEB　……②

△CAB と △EDB の 3 組の角のうち 2 組の角が等しいから，残りの 1 組も等しい。
したがって
∠ABC＝∠DBE　……③
①，②，③より
合同な三角形の組は
△CAB と △EDB
合同条件は
1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

4

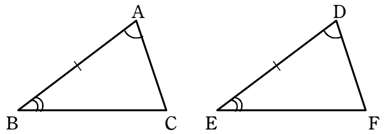
等しい関係を図に表すと，下のようになる。



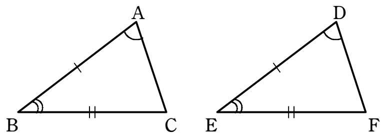
△ABC と △DEF が合同になるとすると，考えられる合同条件は
「3 組の辺がそれぞれ等しい」
または
「2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい」
のどちらかである。
よって，残りの条件は
BC＝EF　または　∠BAC＝∠EDF

5

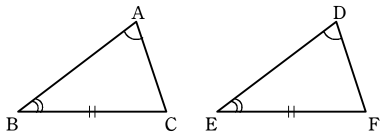
① BC＝EF の条件がなくなっても，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいという条件は残っているから，合同は証明できる。



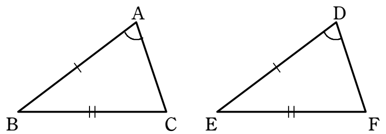
② ∠A＝∠D の条件がなくなっても，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいという条件は残っているから，合同は証明できる。



③ ∠A＝∠D，∠B＝∠E より ∠C＝∠F がいえる。
よって，AB＝DE の条件がなくなっても，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいという条件は残っているから，合同は証明できる。



④ ∠B＝∠E の条件がなくなると，三角形のどの合同条件も満たさなくなる。

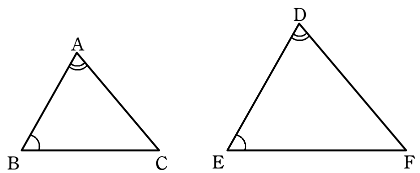


よって，なくなると合同であることを証明できなくなる条件は　∠B＝∠E

6

(1) 逆は「$a+b>0$ ならば $a>0$，$b>0$」
$a=5$，$b=-1$ のとき，$a+b>0$ であるが $b<0$ であるので，逆は正しくない。

(2) 逆は「△ABC と △DEF において，
∠A＝∠D，∠B＝∠E ならば △ABC≡△DEF」
次の図のように，大きさが異なる場合があるので，逆は正しくない。



7

[仮定] AM＝BM，MD∥BC，ME∥AC
[結論] △AMD≡△MBE
証明 △AMD と △MBE において
仮定から　AM＝MB　…… ①
MD∥BC より，同位角は等しいから
∠AMD＝∠MBE　…… ②
ME∥AC より，同位角は等しいから
∠DAM＝∠EMB　…… ③
①，②，③ より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△AMD≡△MBE

8

△ABF と △CEF において
四角形 ABCD は長方形で，折り返した辺や角は等しいから
AB＝CE　…… ①
∠ABF＝∠CEF（＝90°）　…… ②
対頂角は等しいから
∠AFB＝∠CFE　…… ③
②，③ により，三角形の残りの角も等しいから
∠BAF＝∠ECF　…… ④
①，②，④ より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△ABF≡△CEF　終

9

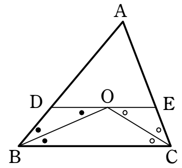
[仮定] AD＝CE，AB∥FC，BF∥GD
[結論] △AGD≡△CFE
証明 △AGD と △CFE において
仮定から　AD＝CE　…… ①
AB∥FC より，錯角は等しいから
∠DAG＝∠ECF　…… ②
また，対頂角は等しいから
∠CEF＝∠AEB
BE∥GD より，同位角は等しいから
∠ADG＝∠AEB
よって　∠ADG＝∠CEF　…… ③
①，②，③ より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△AGD≡△CFE

10

△ABE と △ACD において
仮定から　AB＝AC　…… ①
△ABC は AB＝AC の二等辺三角形であるから
∠ABC＝∠ACB
すなわち　∠ABE＝∠ACD　…… ②
また，仮定から BD＝CE で，この両辺に DE を加えると
BD＋DE＝CE＋DE
すなわち　BE＝CD　…… ③
①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△ABE≡△ACD

11

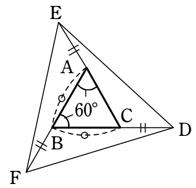
[仮定] ∠DBO＝∠OBC，∠ECO＝∠OCB，DE∥BC
[結論] △BOD と △CEO は二等辺三角形である。
証明 △BOD において



仮定より DE∥BC であるから
∠DOB＝∠OBC
仮定より　∠DBO＝∠OBC
よって　∠DOB＝∠DBO
したがって，△BOD は二等辺三角形である。
△CEO において
仮定より DE∥BC であるから
∠EOC＝∠OCB
仮定より　∠ECO＝∠OCB
よって　∠EOC＝∠ECO
したがって，△CEO は二等辺三角形である。　終

12

証明 △ABC は正三角形であるから



AB＝BC　…… ①
∠CAB＝∠ABC＝60°　…… ②
△AEF と △BFD において
仮定から　AE＝BF　…… ③
① と BF＝CD から
AB＋BF＝BC＋CD
よって　AF＝BD　…… ④
また，② により　∠EAF＝180°－60°＝120°
∠FBD＝180°－60°＝120°
したがって　∠EAF＝∠FBD　…… ⑤
③，④，⑤ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△AEF≡△BFD　よって　EF＝FD　…… ⑥
△AEF と △CDE についても，同様にして
△AEF≡△CDE　よって　EF＝DE　…… ⑦
⑥，⑦ から　EF＝FD＝DE
したがって，△DEF は正三角形である。　終

13

(1) 証明　$\triangle ABD$ と $\triangle BCE$ において

$\triangle ABC$ は正三角形であるから

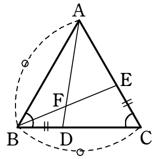
$AB=BC,\ \angle ABD=\angle BCE$

仮定から　$BD=CE$

よって，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABD\equiv\triangle BCE$

したがって　$AD=BE$　終



(2) 証明　(1) より $\triangle ABD\equiv\triangle BCE$ であるから

$\angle BAD=\angle CBE$　…… ①

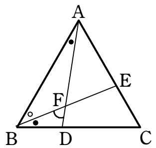
$\triangle ABF$ の内角と外角の性質から

$\angle BFD=\angle BAD+\angle ABF$　…… ②

①，② から　$\angle BFD=\angle CBE+\angle ABF$

$=\angle ABD$

$=60^\circ$　終



14

$\triangle EBC$ と $\triangle DCB$ において

仮定から　$\angle BEC=\angle CDB=90^\circ$　…… ①

$\triangle ABC$ は，$AB=AC$ の二等辺三角形であるから

$\angle EBC=\angle DCB$　…… ②

共通な辺であるから

$BC=CB$　…… ③

①，②，③ より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから

$\triangle EBC\equiv\triangle DCB$

15

$\triangle PBC$ と $\triangle QRC$ において

四角形 ABCD は長方形で，折り返した辺や角は等しいから

$BC=RC$　…… ①

$\angle PBC=\angle QRC\ (=90^\circ)$　…… ②

また，$\angle BCP=90^\circ-\angle PCD$，$\angle RCQ=90^\circ-\angle PCD$ であるから

$\angle BCP=\angle RCQ$　…… ③

①，②，③ より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$\triangle PBC\equiv\triangle QRC$

別解　$\triangle PBC$ と $\triangle QRC$ において

四角形 ABCD は長方形で，折り返した辺や角は等しいから

$BC=RC$　…… ①

$\angle PBC=\angle QRC\ (=90^\circ)$　…… ②

また　$\angle APQ=\angle CPQ$

$AB /\!/ DC$ より，錯角が等しいから

$\angle APQ=\angle CQP$

よって，$\angle CPQ=\angle CQP$ より $\triangle CPQ$ は二等辺三角形であるから

$CP=CQ$　…… ③

①，②，③ より，直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいから

$\triangle PBC\equiv\triangle QRC$

16

(1) $\triangle PHA$，$\triangle PHB$，$\triangle PHC$ において

直線 PH と平面 ABC は垂直であるから

$\angle PHA=\angle PHB=\angle PHC=90^\circ$　…… ①

PH は共通な辺であるから

$PH=PH=PH$　…… ②

また，$\triangle PAB$，$\triangle PBC$，$\triangle PCA$ はすべて合同な二等辺三角形であるから

$PA=PB=PC$　…… ③

①，②，③ から，$\triangle PHA$，$\triangle PHB$，$\triangle PHC$ は，すべて直角三角形で，おのおのの直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しい。

よって，$\triangle PHA$，$\triangle PHB$，$\triangle PHC$ はすべて合同である。

(2) 合同な図形の対応する辺の長さは等しい。

よって，(1) から

$AH=BH=CH$

17

四角形 PKHQ は長方形であるから

$PQ=KH$

$\triangle PCK$ と $\triangle CPR$ において

$\angle PKC=\angle CRP=90^\circ$　…… ①

$AB /\!/ KP$ であるから

$\angle KPC=\angle ABC$

$\angle ABC=\angle ACB$ であるから

$\angle KPC=\angle RCP$　…… ②

共通な辺であるから

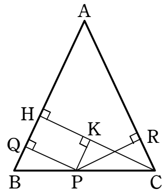
$PC=CP$　…… ③

①，②，③ より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから

$\triangle PCK\equiv\triangle CPR$

合同な図形では対応する辺の長さは等しいから　$CK=PR$

よって　$PQ+PR=KH+CK=CH$



18

(1) 平行四辺形の 2 組の対角はそれぞれ等しいから，$\angle A=90^\circ$ のとき，4 つの角がすべて 90° になる。

よって　長方形

(2) 平行四辺形の 2 組の対辺はそれぞれ等しいから，$AB=AD$ のとき，4 つの辺が等しくなる。

よって　ひし形

19

$\triangle ABE$ と $\triangle CDF$ において

仮定より　$\angle BEA=\angle DFC=90^\circ$　…… ①

平行四辺形の対辺は等しいから

$AB=CD$　…… ②

$AB /\!/ DC$ より，錯角は等しいから

$\angle BAE=\angle DCF$　…… ③

①，②，③ より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABE\equiv\triangle CDF$

よって　$AE=CF$

20

$\triangle AEF$ と $\triangle CBF$ において

折り返した辺や角は等しいから

$AE=AD$

$\angle AEF=\angle ADC$

平行四辺形の対辺や対角は等しいから

$AD=CB$

$\angle ADC=\angle CBF$

よって　$AE=CB$　…… ①

$\angle AEF=\angle CBF$　…… ②

また，対頂角は等しいから

$\angle AFE=\angle CFB$　…… ③

②，③ より，三角形の残りの角も等しいから

$\angle EAF=\angle BCF$　…… ④

①，②，④ より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$\triangle AEF\equiv\triangle CBF$

21

線分 AE は $\angle BAD$ の二等分線であるから

$\angle BAE=\angle DAE$

$AD /\!/ BC$ より，錯角は等しいから

$\angle DAE=\angle AEB$

よって　$\angle BAE=\angle AEB$

したがって，$\triangle ABE$ は，2 つの角が等しいから，二等辺三角形である。

よって　$AB=BE$

また，平行四辺形の対辺は等しいから

$EC+CD=EC+AB$

$=EC+BE$

$=BC=AD$

22

$\triangle ABE$ と $\triangle FDA$ において

平行四辺形の対辺は等しいから　$AB=CD$

$\triangle CFD$ は正三角形であるから　$CD=FD$

よって　$AB=FD$　…… ①

$\triangle BEC$ は正三角形であるから　$BE=BC$

平行四辺形の対辺は等しいから　$BC=AD$

よって　$BE=DA$　…… ②

平行四辺形の対角は等しいから

$\angle ABC=\angle ADC$

また，$\angle CBE=\angle CDF=60^\circ$ であるから

$\angle ABC+\angle CBE=\angle ADC+\angle CDF$

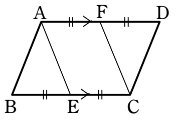
すなわち　$\angle ABE=\angle FDA$　…… ③

①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABE\equiv\triangle FDA$

23

(1) 証明　四角形 AECF において



$AF=\frac{1}{2}AD$,　$EC=\frac{1}{2}BC$

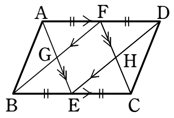
$AD=BC$ であるから　$AF=EC$

また　$AF /\!/ EC$

よって，1 組の対辺が平行でその長さが等しいから，

四角形 AECF は平行四辺形である。 終

(2) 証明　(1) より，四角形 AECF が平行四辺形であるから



$GE /\!/ FH$

同じように，$FD=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}BC=BE$，$FD /\!/ BE$ より，

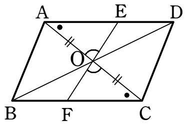
四角形 FBED が平行四辺形であるから

$GF /\!/ EH$

よって，2 組の対辺が平行であるから，四角形 GEHF は平行四辺形である。 終

24

(1) 証明　$\triangle OAE$ と $\triangle OCF$ において



平行四辺形の対角線は，それぞれの中点で交わるから

$OA=OC$

$AD /\!/ BC$ から　$\angle EAO=\angle FCO$

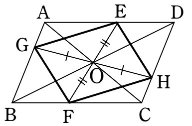
対頂角は等しいから　$\angle AOE=\angle COF$

1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$\triangle OAE \equiv \triangle OCF$

したがって　$OE=OF$ 終

(2) 証明　(1) と同じようにして $\triangle OBG \equiv \triangle ODH$ が



証明できるから　$OG=OH$

よって，四角形 EGFH において

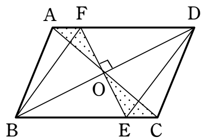
$OE=OF$，$OG=OH$

対角線がそれぞれの中点で交わるから，四角形

EGFH は平行四辺形である。 終

25

証明　$\triangle AOF$ と $\triangle COE$ において



平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わる

から　$AO=CO$

$AD /\!/ BC$ より，錯角が等しいから

$\angle FAO=\angle ECO$

また，対頂角は等しいから　$\angle AOF=\angle COE$

よって，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$\triangle AOF \equiv \triangle COE$

ゆえに　$OF=OE$　……①

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから

$BO=OD$　……②

仮定から　$EF \perp BD$　……③

①，②，③ より，BD，EF はそれぞれの中点で垂直に交わるから，四角形 BEDF はひし形である。終

1

[仮定]　$\angle AOB=90^\circ$，$OA \perp QH$，$OH=OP$

(1) [結論]　$\angle OPA=90^\circ$

証明　$\triangle AOP$ と $\triangle QOH$ において

仮定から　$OP=OH$　……①

A，Q は $\overset{\frown}{AB}$ 上の点であるから

$OA=OQ$　……②

共通な角であるから

$\angle AOP=\angle QOH$　……③

①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle AOP \equiv \triangle QOH$

合同な図形では対応する角の大きさは等しいから

$\angle OPA=\angle OHQ=90^\circ$

(2) [結論]　$HR=PR$

証明　$\triangle AHR$ と $\triangle QPR$ において

A，Q は $\overset{\frown}{AB}$ 上の点であるから

$OA=OQ$

仮定から　$OH=OP$

よって　$OA-OH=OQ-OP$

すなわち　$HA=PQ$　……④

また，(1) より $\triangle AOP \equiv \triangle QOH$ であるから

$\angle HAR=\angle PQR$　……⑤

また　$\angle OHQ=\angle OPA=90^\circ$ であるから

$\angle AHR=\angle QPR$　……⑥

④，⑤，⑥ より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$\triangle AHR \equiv \triangle QPR$

合同な図形では対応する辺の長さは等しいから　$HR=PR$

(3) [結論]　半直線 OR は $\angle AOQ$ の二等分線

証明　$\triangle OHR$ と $\triangle OPR$ において

仮定から　$OH=OP$　……⑦

(2) より　$HR=PR$　……⑧

共通な辺であるから

$OR=OR$　……⑨

⑦，⑧，⑨ より，3 組の辺がそれぞれ等しいから

$\triangle OHR \equiv \triangle OPR$

合同な図形では対応する角の大きさは等しいから　$\angle HOR=\angle POR$

したがって，半直線 OR は $\angle AOQ$ の二等分線となる。

2

$\triangle ACH$ と $\triangle DAF$ において

四角形 ADEC は正方形であるから

$AC=DA$　……①

線分 AE，CD は正方形の対角線であるから

$\angle CAH=\angle ADF$ $(=45^\circ)$　……②

また，$\angle ACH=90^\circ-\angle HCE$

$\angle FBC=180^\circ-(90^\circ+\angle HCE)$

$=90^\circ-\angle HCE$

であるから　$\angle ACH=\angle FBC$

$DA /\!/ BC$ より，錯角は等しいから

$\angle FBC=\angle DAF$

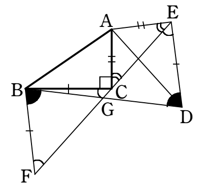
よって　$\angle ACH=\angle DAF$　……③

①，②，③ より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ACH \equiv \triangle DAF$

3

$\triangle ADE$ は $\triangle ABC$ を回転したものであるから



$\triangle ADE \equiv \triangle ABC$　……①

$\triangle DEG$ と $\triangle BFG$ において

① より　$DE=BC$

$BC=BF$ であるから　$DE=BF$　……②

さらに，① より $AE=AC$ であるから

$\angle AEC=\angle ACE$

よって　$\angle DEG=90^\circ-\angle AEC$

$=90^\circ-\angle ACE=\angle BCF$　……③

また，$BC=BF$ であるから

$\angle BFG=\angle BCF$　……④

③，④より　$\angle DEG=\angle BFG$　……⑤

よって，$ED /\!/ BF$ であるから

$\angle GDE=\angle GBF$　……⑥

②，⑤，⑥より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$\triangle DEG \equiv \triangle BFG$

したがって　$EG=FG$ 終

4

$\triangle FGB$ と $\triangle DEB$ において

線分 BD は $\angle ABC$ の二等分線であるから

$\angle FBG=\angle DBE$

また　$\angle FGB=\angle DEB=90^\circ$

したがって，$\triangle FGB$ と $\triangle DEB$ の残りの角も等しいから

$\angle BFG=\angle EDF$

対頂角は等しいから

$\angle EFD=\angle BFG$

よって　$\angle EFD=\angle EDF$

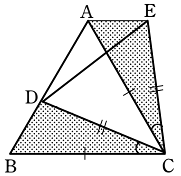
したがって，2 つの角が等しいから，$\triangle EDF$ は二等辺三角形である。

したがって　$ED=EF$

5

△PBC と △RAC において
△ABC と △RPC は正三角形であるから
BC＝AC　…… ①
PC＝RC　…… ②
また　∠PCB＝∠ACB－∠ACP
＝60°－∠ACP
∠RCA＝∠RCP－∠ACP
＝60°－∠ACP
よって　∠PCB＝∠RCA　…… ③
①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△PBC≡△RAC
したがって　PB＝RA
△QBP は正三角形であるから
PB＝PQ
よって　PQ＝RA

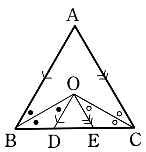
6



証明　△BCD と △ACE において
△ABC と △DCE は正三角形であるから
BC＝AC　…… ①
CD＝CE　…… ②
また　∠BCD＝∠BCA－∠DCA
＝60°－∠DCA
∠ACE＝∠DCE－∠DCA
＝60°－∠DCA
よって　∠BCD＝∠ACE　…… ③
①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△BCD≡△ACE
したがって　∠DBC＝∠EAC
ここで，∠DBC＝∠ACB であるから　∠ACB＝∠EAC
錯角が等しいから　AE∥BC　終

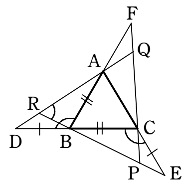
7

[仮定]　∠ABO＝∠DBO，∠ACO＝∠ECO，BD＝DE＝EC
[結論]　△ABC は正三角形である。



証明　仮定より　∠ABO＝∠DBO
AB∥OD から　∠ABO＝∠DOB
よって，∠DBO＝∠DOB であるから
BD＝OD　…… ①
仮定より　∠ACO＝∠ECO
AC∥OE から　∠ACO＝∠EOC
よって，∠ECO＝∠EOC であるから
EC＝OE　…… ②
BD＝DE＝EC ならば，① と ② から
OD＝DE＝OE
よって，△ODE は正三角形であるから
∠ODE＝∠OED＝60°
AB∥OD，AC∥OE であるから
∠ABC＝∠ODE＝60°，∠ACB＝∠OED＝60°
△ABC は底角が 60° の二等辺三角形であるから，正三角形である。　終

8



(1)　証明　△ADB と △BEC において
BD＝CE　…… ①
△ABC は正三角形であるから
AB＝BC　…… ②
∠ABC＝∠BCA＝60°
よって　∠ABD＝∠BCE＝120°　…… ③
①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから　△ADB≡△BEC
よって　∠BAD＝∠CBE　…… ④
∠QRP＋∠BAD＝∠ABE であるから
∠QRP＝∠ABE－∠BAD
＝∠ABE－∠CBE　(④ より)
＝∠ABC＝60°　終
(2)　証明　(1) と同じようにして
∠RPQ＝∠PQR＝60°
3 つの角が等しいから，△PQR は正三角形である。　終

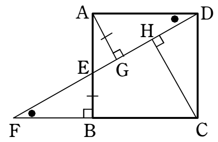
9

△ABI と △GFH において，
四角形 ABCD と四角形 EBFG は合同な長方形であるから
AB＝GF　…… ①
また，GH⊥AF，AI⊥BF から
∠AIB＝∠GHF＝90°　…… ②
△ABF において
∠ABF＝180°－(90°＋∠AFB)＝90°－∠AFB
また　∠GFH＝∠GFB－∠AFB＝90°－∠AFB
よって　∠ABF＝∠GFH
すなわち　∠ABI＝∠GFH　…… ③
①，②，③ より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから
△ABI≡△GFH
ゆえに　AI＝GH

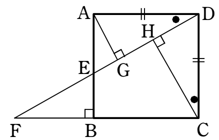
10

(1)　△ACE と △ADE において
仮定から
∠AEC＝∠AED＝90°　…… ①
AC＝AD　…… ②
また　AE＝AE (共通)　…… ③
①，②，③ より，直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいから
△ACE≡△ADE
(2)　△ACF と △ADF において
(1) から　∠CAE＝∠DAE
すなわち　∠CAF＝∠DAF　…… ④
仮定から　AC＝AD　…… ⑤
また　AF＝AF (共通)　…… ⑥
④，⑤，⑥ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△ACF≡△ADF
(3)　(2) から　∠ADF＝∠ACF＝90°
よって　∠BDF＝90°
また，△ABC は，AC＝BC の直角二等辺三角形であるから
∠ABC＝45°
すなわち　∠DBF＝45°
ゆえに　∠DFB＝180°－(90°＋45°)
＝45°
したがって，△DBF は
∠D＝90°，∠B＝∠F＝45°
となる。
よって，△DBF は直角二等辺三角形である。

11



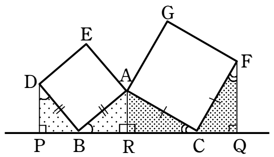
証明　△AGD と △EBF において
AD∥FC より
∠ADG＝∠EFB　…… ①
仮定より
∠AGD＝∠EBF＝90°　…… ②
AG＝EB　…… ③
また　∠GAD＝90°－∠ADG，∠BEF＝90°－∠EFB
よって，① より　∠GAD＝∠BEF　…… ④
②，③，④ より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△AGD≡△EBF
よって　DG＝FB　…… ⑤



また，△AGD と △DHC において
∠AGD＝∠DHC＝90°，AD＝DC
∠ADG＝90°－∠CDH
＝∠DCH
直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから
△AGD≡△DHC
よって　DG＝CH　…… ⑥
⑤，⑥ から　CH＝FB　終

12

証明　点 A から辺 BC に垂線 AR を引く。



$\triangle BDP$ と $\triangle ABR$ において

$\angle DPB = \angle BRA = 90^\circ$　…… ①

四角形 ABDE は正方形であるから

$BD = AB$　…… ②

直角三角形 BDP の 2 つの鋭角の和は 90° であるから　$\angle BDP = 90^\circ - \angle PBD$

また　$\angle ABR = \angle PBR - \angle PBD - \angle DBA$

$= 180^\circ - \angle PBD - 90^\circ$

$= 90^\circ - \angle PBD$

よって　$\angle BDP = \angle ABR$　…… ③

①，②，③ より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから

$\triangle BDP \equiv \triangle ABR$

よって　$DP = BR$

同じようにして，$\triangle FCQ \equiv \triangle CAR$ であるから　$FQ = CR$

したがって　$DP + FQ = BR + CR = BC$　終

13

(1) ×

(2) 1 組の対辺が平行でその長さが等しいから，平行四辺形である。

(3) 2 組の対角がそれぞれ等しいから，平行四辺形である。

(4) ×

(5) 2 組の対辺がそれぞれ等しいから，平行四辺形である。

14

$AB = AE$ であるから

$\angle ABE = \angle AEB$　…… ①

$AB /\!/ FC$ より，錯角は等しいから

$\angle BFC = \angle ABE$

$AD /\!/ BC$ より，錯角は等しいから

$\angle FBC = \angle AEB$

① から　$\angle BFC = \angle FBC$

よって，$\triangle BCF$ は，2 つの角が等しいから，二等辺三角形である。

したがって　$BC = CF$

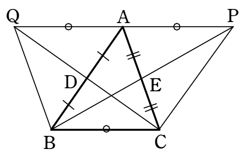
平行四辺形の対辺は等しいから

$BC = AD$

よって　$AD = CF$

15

証明　C と P，および B と Q を結ぶ。



四角形 ABCP において

仮定から　$BE = PE$

点 E は辺 AC の中点であるから

$AE = EC$

したがって，四角形 ABCP は，2 つの対角線 AC，BP がそれぞれの中点で交わるから，平行四辺形である。

よって　$AP /\!/ BC$　……①，　$AP = BC$　……②

同じように，四角形 QBCA も平行四辺形であるから

$QA /\!/ BC$　……③，　$QA = BC$　……④

①，③ から，3 点 P，A，Q は一直線上にある。

②，④ から　$AP = QA$

したがって，点 A は線分 PQ の中点である。終

16

(1) $\triangle DEB$ と $\triangle CAE$ において

平行四辺形の対辺は等しいから

$OD = CE$　…… ①

$DE = OC$　…… ②

$OD = DB$ と ① から

$DB = CE$　…… ③

$OC = CA$ と ② から

$DE = CA$　…… ④

平行四辺形の対角は等しいから

$\angle ODE = \angle OCE$

このとき　$\angle BDE = \angle BDO - \angle ODE$

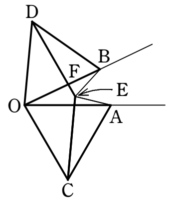
$= 60^\circ - \angle OCE$

$= \angle ECA$　…… ⑤

③，④，⑤ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle DEB \equiv \triangle CAE$

(2) 線分 DE と OB の交点を F とする。



$DE /\!/ OC$ より，錯角は等しいから

$\angle OFD = \angle COF$

また，$\triangle BDF$ において，内角と外角の関係から

$\angle OFD = \angle BDE + \angle DBO$

$= \angle BDE + 60^\circ$

また　$\angle COF = \angle BOA + \angle COA$

$= \angle BOA + 60^\circ$

よって　$\angle BDE + 60^\circ = \angle BOA + 60^\circ$

したがって　$\angle BDE = \angle BOA$

(3) $\triangle BDE$ と $\triangle BOA$ において

$BD = BO$　…… ⑥

$DE = OC$，$OC = OA$ であるから

$DE = OA$　…… ⑦

(2) から　$\angle BDE = \angle BOA$　…… ⑧

⑥，⑦，⑧ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle BDE \equiv \triangle BOA$

よって　$BE = BA$

また，$\triangle DEB \equiv \triangle CAE$ より $BE = EA$ であるから，$\triangle ABE$ は正三角形である。

したがって　$\angle AEB = 60^\circ$

17

$\triangle AEG$ と $\triangle CFH$ において

仮定から　$AE = CF$　…… ①

$AG = CH$　…… ②

▱ABCD の対角は等しいから　$\angle EAG = \angle FCH$　…… ③

①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle AEG \equiv \triangle CFH$

よって　$EG = FH$　…… ④

$\triangle BHE$ と $\triangle DGF$ において

▱ABCD の対辺はそれぞれ等しいから

$AB = DC$　…… ⑤

$BC = AD$　…… ⑥

①，⑤ から　$AB - AE = DC - CF$

すなわち　$BE = DF$　…… ⑦

②，⑥ から　$BC - CH = AD - AG$

すなわち　$BH = DG$　…… ⑧

▱ABCD の対角は等しいから　$\angle EBH = \angle FDG$　…… ⑨

⑦，⑧，⑨ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

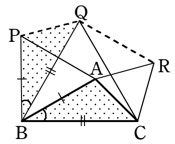
$\triangle BHE \equiv \triangle DGF$

よって　$EH = FG$　…… ⑩

④，⑩ より，四角形 EHFG は，2 組の対辺がそれぞれ等しいから，平行四辺形である。

18

(1) 証明　$\triangle ABC$ と $\triangle PBQ$ において



$AB = PB$

$BC = BQ$

$\angle ABC = 60^\circ - \angle ABQ$

$= \angle PBQ$

よって，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABC \equiv \triangle PBQ$　終

(2) 証明　$\triangle ABC \equiv \triangle PBQ$ であるから　$PQ = AC$

また，正三角形 ACR において　$AC = AR$

したがって　$PQ = AR$　…… ①

(1) と同じようにして　$\triangle ABC \equiv \triangle RQC$

よって　$QR = BA$

また，正三角形 PBA において　$BA = PA$

したがって　$QR = PA$　…… ②

①，② より，2 組の対辺がそれぞれ等しいから，四角形 PARQ は平行四辺形である。終

19

(1)　△DBE は，△ABC を回転移動させたものであるから

$DE=AC$

また，△ACF は AC を 1 辺とする正三角形であるから

$AC=CF=AF$

よって，辺 DE と長さが等しい辺は

辺 AC，CF，AF

(2)　△DBE は，△ABC を，点 B を中心として，時計の針の回転と反対向きに 60° 回転移動させたものであるから

$BE=BC$

$\angle CBE=60^\circ$

したがって，△EBC は，BE＝BC で，頂角が 60° の二等辺三角形であるから

$\angle BCE=\angle BEC$

$=(180^\circ-60^\circ)\div 2$

$=60^\circ$

よって　$BE=BC=CE$

したがって，△EBC は，3 辺が等しいから，正三角形である。

(3)　△ABC と △FEC において

△ACF は正三角形であるから

$AC=FC$　…… ①

$\angle ACF=60^\circ$

(2) より，△EBC も正三角形であるから

$BC=EC$　…… ②

$\angle BCE=60^\circ$

また　$\angle ACB=\angle BCE+\angle ACE$

$=60^\circ+\angle ACE$

$\angle FCE=\angle ACF+\angle ACE$

$=60^\circ+\angle ACE$

よって　$\angle ACB=\angle FCE$　…… ③

①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABC\equiv\triangle FEC$

(4)　(1) から　$DE=AF$　…… ④

(3) より，△ABC≡△FEC であるから

$AB=FE$

△ADB は，(2) と同様に考えることにより，正三角形であるから

$AB=AD$

よって　$AD=FE$　…… ⑤

④，⑤ より，四角形 DEFA は，2 組の対辺がそれぞれ等しいから，平行四辺形である。

1

BC∥ℓ より，錯角は等しいから

$\angle EDB=\angle DBC$　…… ①

また，半直線 BD は ∠ABC の二等分線であるから

$\angle EBD=\angle DBC$　…… ②

よって，①，② から

$\angle EDB=\angle EBD$

ゆえに，△EBD は二等辺三角形であり

$EB=ED$　…… ③

また，BC∥ℓ より，同位角は等しいから

$\angle AED=\angle ABC$，　$\angle ADE=\angle ACB$

△ABC は AB＝AC の二等辺三角形であるから

$\angle ABC=\angle ACB$

したがって　$\angle AED=\angle ADE$

よって，△AED は二等辺三角形であり

$AE=AD$　…… ④

仮定から　$AB=AC$

これと ④ から

$EB=DC$　…… ⑤

よって，③，⑤ から

$ED=DC$　…… ⑥

一方，BG∥ℓ より，錯角は等しいから

$\angle DFC=\angle FCG$　…… ⑦

また，半直線 CF は ∠ACG の二等分線であるから

$\angle DCF=\angle FCG$　…… ⑧

よって，⑦，⑧ から

$\angle DFC=\angle DCF$

ゆえに，△DCF は二等辺三角形であり

$DC=DF$　…… ⑨

したがって，⑥，⑨ から

$ED=DF$

2

[仮定]　AD＝BD，AE＝CE，
BE＝PE，CD＝QD

[結論]　3 点 P，A，Q は一直線上にある

[証明]　△ADQ と △BDC において

仮定から　$AD=BD$　…… ①

$QD=CD$　…… ②

対頂角は等しいから

$\angle ADQ=\angle BDC$　…… ③

①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ADQ\equiv\triangle BDC$

合同な図形では対応する角の大きさは等しいから

$\angle QAD=\angle CBD$

錯角が等しいから

AQ∥BC　…… ④

△AEP と △CEB において

仮定から　$AE=CE$　…… ⑤

$PE=BE$　…… ⑥

対頂角は等しいから

$\angle AEP=\angle CEB$　…… ⑦

⑤，⑥，⑦ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle AEP\equiv\triangle CEB$

合同な図形では対応する角の大きさは等しいから

$\angle PAE=\angle BCE$

錯角が等しいから

AP∥BC　…… ⑧

④，⑧ から，AQ，AP はともに BC と平行であることがわかる。

したがって，3 点 P，A，Q は一直線上にある。

3

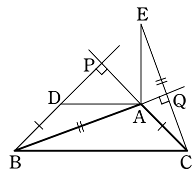
[仮定]　直線 AC⊥直線 BD，
直線 AB⊥直線 CE，
BD＝AC，CE＝AB

[結論]　△ABD≡△ECA

[証明]　△ABD と △ECA において

仮定から　$BD=CA$　…… ①

$AB=EC$　…… ②



直線 AC と直線 BD の交点を P，直線 AB と直線 CE の交点を Q とする。

△APB と △AQC において，対頂角は等しいから

$\angle PAB=\angle QAC$　…… ③

仮定より，直線 AC⊥直線 BD，直線 AB⊥直線 CE であるから　$\angle APB=\angle AQC=90^\circ$　…… ④

③，④ より，三角形の残りの角も等しいから

$\angle ABP=\angle QCA$

すなわち　$\angle ABD=\angle ECA$　…… ⑤

①，②，⑤ より，△ABD と △ECA の 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABD\equiv\triangle ECA$

4

証明　B と H を結ぶ。

△ABH と △EHB において

∠HAB＝∠BEH＝90°　……①

BH＝HB（共通）　……②

2 つの正方形 ABCD，EFGH は合同であるから

AB＝EH　……③

①，②，③ より，直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいから

△ABH≡△EHB

よって　∠ABH＝∠EHB

したがって　IH＝IB　……④

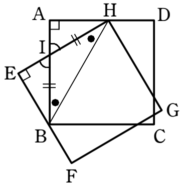
△AIH と △EIB において

① から　∠HAI＝∠BEI＝90°　……⑤

対頂角は等しいから　∠AIH＝∠EIB　……⑥

④，⑤，⑥ より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから

△AIH≡△EIB　終



5

証明　線分 DE と辺 BC の交点を F とし，点 D を通り AC に平行な直線と辺 BC との交点を G とする。

△DGF と △ECF において

DG∥AE であるから

∠FDG＝∠FEC　……①

∠FGD＝∠FCE　……②

∠DGB＝∠ACB　……③

AB＝AC から　∠DBG＝∠ACB　……④

③，④ から　∠DGB＝∠DBG

よって　BD＝GD

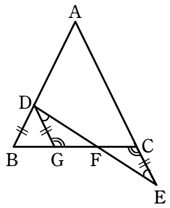
これと仮定 CE＝BD から　GD＝CE　……⑤

①，②，⑤ より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△DGF≡△ECF

よって　DF＝EF

したがって，線分 DE は辺 BC によって 2 等分される。終



6

証明　(1)　折り返す前の点 B の位置を B′ とする。

折り返した角であるから

∠ECA＝∠B′CA　……①

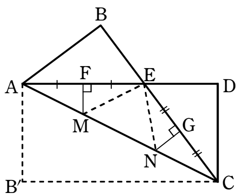
平行線の錯角は等しいから

∠B′CA＝∠EAC　……②

①，②より　∠ECA＝∠EAC

よって，△EAC は二等辺三角形であるから

AE＝EC　終



(2)　△MAE において，仮定より

AF＝FE，MF⊥AE

よって，頂点から底辺に引いた垂線が底辺を 2 等分するから，△MAE は，MA＝ME の二等辺三角形である。

同じようにして，△NCE は NC＝NE の二等辺三角形である。

(1) より，AE＝EC，∠EAC＝∠ECA であるから，△MAE と △NCE は，底辺の長さと底角の大きさが等しい二等辺三角形である。

よって，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△MAE≡△NCE

したがって，ME＝NE であるから，△EMN は二等辺三角形である。終

7

(1)　証明　頂点 B から辺 AC に垂線 BD を引き，点 P から BD に垂線 PS を引く。

△ABC は AB＝AC の二等辺三角形であるから

∠ACB＝∠QBP　……①

AC∥SP であるから

∠ACB＝∠SPB　……②

①，② から　∠QBP＝∠SPB　……③

△QBP と △SPB において

∠BQP＝∠PSB＝90°　……④

共通な辺であるから　BP＝PB　……⑤

③，④，⑤ より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから

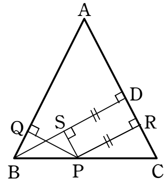
△QBP≡△SPB

よって　PQ＝BS

また，四角形 PRDS は長方形であるから　PR＝SD

したがって　PQ＋PR＝BS＋SD＝BD

線分 BD の長さは一定であるから，PQ＋PR は，P が辺 BC 上のどこにあっても一定である。終



(2)　証明　右の図のように，点 P を通り，辺 BC に平行な直線と，辺 AB，AC との交点を，それぞれ D，E とする。

DE∥BC であるから

∠ADE＝∠B，∠AED＝∠C

∠B＝∠C（＝60°）であるから

∠ADE＝∠AED

よって，△ADE は AD＝AE の二等辺三角形であるから，点 D から辺 AE に引いた垂線を DF とすると，(1) により

PS＋PR＝DF　……⑥

点 D から辺 BC に引いた垂線を DG とすると，四角形 DGQP は長方形であるから

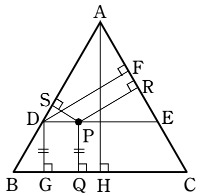
PQ＝DG　……⑦

△CAB は CA＝CB の二等辺三角形であるから，点 A から辺 BC に引いた垂線を AH とすると，(1) により

DF＋DG＝AH　……⑧

⑥，⑦，⑧ から　PQ＋PR＋PS＝AH

線分 AH の長さは一定であるから，PQ＋PR＋PS は，P が △ABC の内部のどこにあっても一定である。終



[別証]　面積を利用した証明も，紹介しておこう。

(1)　証明　AB＝AC＝a とし，△ABC の面積を S とすると，△ABC は与えられた二等辺三角形であるから，a と S は一定である。

PQ＝x，PR＝y とおくと

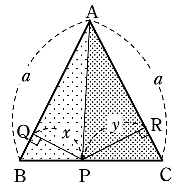
$\triangle \mathrm{ABP}=\dfrac{1}{2}\mathrm{AB}\times\mathrm{PQ}=\dfrac{1}{2}ax$

$\triangle \mathrm{ACP}=\dfrac{1}{2}\mathrm{AC}\times\mathrm{PR}=\dfrac{1}{2}ay$

よって　$S=\triangle \mathrm{ABP}+\triangle \mathrm{ACP}=\dfrac{1}{2}ax+\dfrac{1}{2}ay=\dfrac{1}{2}a(x+y)$

したがって　$x+y=\dfrac{2S}{a}$　　すなわち　$\mathrm{PQ}+\mathrm{PR}=\dfrac{2S}{a}$

$\dfrac{2S}{a}$ は一定であるから，PQ＋PR は，P が辺 BC 上のどこにあっても 一定である。終



8

(1)　△BFM と △CEM において

点 M は辺 BC の中点であるから

BM＝CM　……①

対頂角は等しいから

∠BMF＝∠CME　……②

また，BF∥EC より，錯角は等しいから

∠FBM＝∠ECM　……③

①，②，③ より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△ BFM≡△CEM

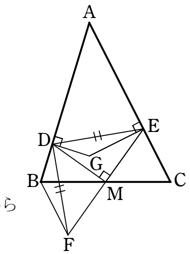
ゆえに　MF＝ME

したがって　MD＝ME＝MF

また　∠DME＝∠DMF＝90°

よって，△DEM と △DFM は，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，合同な直角二等辺三角形である。

ゆえに　∠EDF＝45°＋45°＝90°



(2)　(1) より △DFM≡△DEM であるから，△ DFE は DF＝DE の直角二等辺三角形である。

△DBF と △DGE において

DF＝DE　……④

∠BDF＝∠BDG－∠FDG＝90°－∠FDG，

∠GDE＝∠FDE－∠FDG＝90°－∠FDG

であるから

∠BDF＝∠GDE　……⑤

また，∠MEG＝45°－∠GED，

∠MEC＝∠MFB＝45°＋∠BFD

であり，∠MEG＋∠MEC＝90° であるから

45°－∠GED＋45°＋∠BFD＝90°

すなわち　∠BFD＝∠GED　……⑥

④，⑤，⑥ より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△DBF≡△DGE

9

(1)　$\triangle OAB$ と $\triangle DON$ において

四角形 OACD は正方形であるから

$OA=DO$ …… ①

四角形 OBEF は正方形であるから

$OB=OF$ …… ②

四角形 OFND は平行四辺形であるから

$OF=DN$ …… ③

よって，②，③ より

$OB=DN$ …… ④

また　$\angle AOB=360^\circ-\angle DOA-\angle DOF-\angle FOB$

$=360^\circ-90^\circ-\angle DOF-90^\circ$

$=180^\circ-\angle DOF$

一方，平行四辺形 OFND において

$\angle ODN+\angle DOF=180^\circ$ であるから

$\angle ODN=180^\circ-\angle DOF$

したがって　$\angle AOB=\angle ODN$ …… ⑤

①，④，⑤ より，2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle OAB\equiv\triangle DON$

(2)　(1) の結果 $\triangle OAB\equiv\triangle DON$ から

$\angle OAB=\angle DON$

よって　$\angle OAB+\angle AOH=\angle DON+\angle AOH$

$=\angle NOH-\angle AOD$

$=180^\circ-90^\circ$

$=90^\circ$

ゆえに，$\triangle OAH$ において

$\angle OHA=180^\circ-(\angle OAH+\angle AOH)$

$=180^\circ-90^\circ$

$=90^\circ$

したがって　$OH\perp AB$

10

(1)　$\triangle BGE$ と $\triangle DFE$ において

E は対角線 BD の中点であるから

$BE=DE$ …… ①

対頂角は等しいから

$\angle BEG=\angle DEF$ …… ②

$AD /\!/ BC$ より，錯角は等しいから

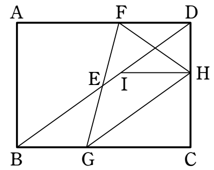
$\angle EBG=\angle EDF$ …… ③

①，②，③ より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$\triangle BGE\equiv\triangle DFE$

よって　$BG=DF$

(2)　H を通り辺 AD に平行な直線と線分 BD との交点を I とする。



$BI /\!/ GH$，$BG /\!/ IH$

より，四角形 BGHI は，2 組の対辺がそれぞれ平行であるから，平行四辺形である。

よって　$GH=BI$ …… ④

$BG=IH$ …… ⑤

$\triangle FDH$ と $\triangle IHD$ において

$DH=HD$ (共通) …… ⑥

(1) の $BG=DF$ と ⑤ から

$DF=HI$ …… ⑦

また　$\angle FDH=\angle IHD=90^\circ$ …… ⑧

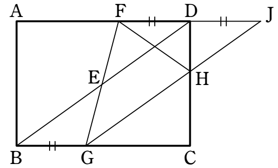
⑥，⑦，⑧ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle FDH\equiv\triangle IHD$

したがって　$FH=ID$ …… ⑨

④，⑨ から　$FH+GH=ID+BI=BD$

別解　AD の延長と GH の延長との交点を J とする。



$DJ /\!/ BG$，$BD /\!/ GJ$ から，四角形 DBGJ は平行四辺形である。

よって　$DJ=BG$，$BD=GJ$

$DJ=BG$ と (1) から　$DF=DJ$

$\triangle DFH$ と $\triangle DJH$ において

$DF=DJ$，$DH=DH$ (共通)，

$\angle FDH=\angle JDH=90^\circ$

ゆえに，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

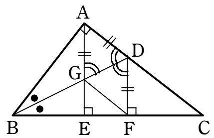
$\triangle DFH\equiv\triangle DJH$

したがって　$FH=JH$

よって　$FH+GH=JH+GH=GJ=BD$

11

証明　$\triangle ABD$ と $\triangle FBD$ において



$\angle BAD=\angle BFD=90^\circ$

$BD=BD$ (共通)

点 D は $\angle B$ の二等分線上にあるから

$\angle ABD=\angle FBD$

よって，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから　$\triangle ABD\equiv\triangle FBD$

ゆえに　$AD=FD$ …… ①

$\angle ADB=\angle FDB$ …… ②

また，$AG\perp BC$，$DF\perp BC$ であるから

$AG /\!/ DF$ …… ③

よって　$\angle AGD=\angle FDG$ …… ④

② より $\angle ADG=\angle FDG$ であり，これと ④ から

$\angle AGD=\angle ADG$

よって　$AG=AD$ …… ⑤

①，⑤ から　$AG=FD$ …… ⑥

③，⑥ より，四角形 AGFD は，1 組の対辺が平行でその長さが等しいから，平行四辺形である。

さらに，⑤ より，平行四辺形 AGFD は，隣り合う 2 辺が等しいから，ひし形である。 終

12

(1)　$\triangle ADE$ と $\triangle BDF$ において

点 D は辺 AB の中点であるから

$AD=BD$ …… ①

対頂角は等しいから　$\angle ADE=\angle BDF$ …… ②

また，仮定から　$AE /\!/ FB$ …… ③

よって，錯角は等しいから　$\angle DAE=\angle DBF$ …… ④

①，②，④ より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ADE\equiv\triangle BDF$ …… ⑤

よって　$AE=BF$ …… ⑥

③，⑥ より，四角形 AEBF は，1 組の対辺が平行で等しいから，平行四辺形である。

(2)　点 E は線分 CD の中点であるから

$CE=ED$ …… ⑦

また，⑤ から　$ED=FD$ …… ⑧

⑦，⑧ から　$FE=ED+FD=CE+ED=CD$

仮定より，$AB=CD$ であるから　$AB=FE$ …… ⑨

$\triangle AEB$ と $\triangle FBE$ において　$EB=BE$ (共通) …… ⑩

⑥，⑨，⑩ より，3 組の辺がそれぞれ等しいから

$\triangle AEB\equiv\triangle FBE$

よって　$\angle AEB=\angle FBE$ …… ⑪

(1) より，四角形 AEBF は平行四辺形であるから，2 組の対角はそれぞれ等しい。

すなわち　$\angle AEB=\angle AFB$

$\angle FBE=\angle FAE$

これらと，⑪ から

$\angle AEB=\angle AFB=\angle FBE=\angle FAE$

したがって，四角形 AEBF は，4 つの角がすべて等しいから，長方形である。

13

$\triangle AHC\equiv\triangle GDA$ から　$\angle CAH=\angle AGD$

よって　$\angle AGI+\angle GAI=\angle CAH+\angle GAI$

$=\angle HAI-\angle CAG$

$=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

ゆえに，$\triangle AIG$ において

$\angle AIG=180^\circ-(\angle AGI+\angle GAI)=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

したがって　$AI\perp DG$

14

△ABC と △EAF において

△AEB と △ADF は直角二等辺三角形であるから

$AB = EA$ …… ①

$AD = AF$

四角形 ABCD は平行四辺形であるから

$AD = BC$

よって　$BC = AF$ …… ②

また　$\angle ABC + \angle BAD = 180^\circ$

であり，$\angle EAF + \angle BAD = 360^\circ - 2 \times 90^\circ = 180^\circ$

であるから

$\angle ABC = \angle EAF$ …… ③

①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABC \equiv \triangle EAF$

よって　$\angle BAC = \angle AEF$ …… ④

また　$\angle BAC + \angle EAH = 90^\circ$ …… ⑤

④，⑤ から　$\angle AEH + \angle EAH = 90^\circ$

ゆえに，$\angle AHE = 90^\circ$ であるから

$AH \perp EF$