

第4章 連立方程式 例題

1

解説

$$(1) \begin{cases} 2x - y = 1 & \dots\dots ① \\ 2x - 3y = 7 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad 2x - y = 1 \\ ② \quad -) 2x - 3y = 7 \\ \hline \quad \quad 2y = -6 \\ \quad \quad y = -3 \end{array}$$

$y = -3$  を①に代入すると  
 $2x - (-3) = 1$   
 $x = -1$

よって  $x = -1, y = -3$

$$(2) \begin{cases} x - 2y = -4 & \dots\dots ① \\ 5x + 2y = 16 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad x - 2y = -4 \\ ② \quad +) 5x + 2y = 16 \\ \hline \quad \quad 6x = 12 \\ \quad \quad x = 2 \end{array}$$

$x = 2$  を②に代入すると  
 $5 \times 2 + 2y = 16$   
 $y = 3$

よって  $x = 2, y = 3$

$$(3) \begin{cases} x - 6y = 37 & \dots\dots ① \\ 5x - 6y = 65 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad x - 6y = 37 \\ ② \quad -) 5x - 6y = 65 \\ \hline \quad \quad -4x = -28 \\ \quad \quad x = 7 \end{array}$$

$x = 7$  を①に代入すると  
 $7 - 6y = 37$   
 $-6y = 30$   
 $y = -5$

よって  $x = 7, y = -5$

2

解説

$$(1) \begin{cases} x + 6y = -4 & \dots\dots ① \\ 2x - 3y = 7 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \times 2 \quad 2x + 12y = -8 \\ ② \quad -) 2x - 3y = 7 \\ \hline \quad \quad 15y = -15 \\ \quad \quad y = -1 \end{array}$$

$y = -1$  を①に代入して  $x + 6 \times (-1) = -4$   
 これを解くと  $x = 2$

答  $x = 2, y = -1$

$$(2) \begin{cases} 3x - 2y = 13 & \dots\dots ① \\ 4x + 5y = 2 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \times 5 \quad 15x - 10y = 65 \\ ② \times 2 \quad +) 8x + 10y = 4 \\ \hline \quad \quad 23x = 69 \\ \quad \quad x = 3 \end{array}$$

$x = 3$  を①に代入して  $3 \times 3 - 2y = 13$   
 これを解くと  $y = -2$

答  $x = 3, y = -2$

3

解説

$$(1) \begin{cases} 2(x + y) = x + y + 5 & \dots\dots ① \\ 3(x + y - 2) = 1 + 2y & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \text{ から } 2x + 2y = x + y + 5 \\ \quad \quad x + y = 5 \quad \dots\dots ①' \\ ② \text{ から } 3x - y = 3 \quad \dots\dots ②' \\ ①' \quad +) 3x - y = 3 \\ \hline \quad \quad 4x = 8 \\ \quad \quad x = 2 \end{array}$$

$x = 2$  を①'に代入すると  
 $2 + y = 5$   
 $y = 3$

答  $x = 2, y = 3$

4

解説

$$(1) \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1 & \dots\dots ① \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \times 6 \quad 3x + 2y = 6 \quad \dots\dots ③ \\ ② \times 20 \quad 5x + 4y = 20 \quad \dots\dots ④ \\ ③ \times 2 \quad 6x + 4y = 12 \\ ④ \quad -) 5x + 4y = 20 \\ \hline \quad \quad x = -8 \end{array}$$

$x = -8$  を③に代入すると  
 $3 \times (-8) + 2y = 6$

$$\begin{array}{r} 2y = 6 + 24 \\ 2y = 30 \\ y = 15 \end{array}$$

よって  $x = -8, y = 15$

$$(2) \begin{cases} 0.2x + 0.3y = 0.5 & \dots\dots ① \\ \frac{x+1}{4} - \frac{y-2}{3} = -\frac{7}{12} & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \times 10 \quad 2x + 3y = 5 \quad \dots\dots ③ \\ ② \times 12 \quad 3(x+1) - 4(y-2) = -7 \\ \quad \quad 3x - 4y = -18 \quad \dots\dots ④ \\ ③ \times 3 \quad 6x + 9y = 15 \\ ④ \times 2 \quad -) 6x - 8y = -36 \\ \hline \quad \quad 17y = 51 \end{array}$$

$$y = 3$$

$y = 3$  を③に代入すると  
 $2x + 9 = 5$   
 $2x = -4$   
 $x = -2$

よって  $x = -2, y = 3$

5

解説

$\frac{1}{x} = X, \frac{1}{y} = Y$  とおくと、与えられた連立方程式は、次のようになる。

$$\begin{cases} 2X + 3Y = 13 & \dots\dots ① \\ 3X - Y = 3 & \dots\dots ② \end{cases}$$

②×3より  $9X - 3Y = 9 \quad \dots\dots ③$

①+③より  $11X = 22$  よって  $X = 2$

これを②に代入して  $6 - Y = 3$  よって  $Y = 3$

$\frac{1}{x} = X, \frac{1}{y} = Y$  より  $x = \frac{1}{X}, y = \frac{1}{Y}$  であるから  $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}$  答

6

解説

$x + 2y = 4x + 7y = 1$  は、次のように書ける。

$$\begin{cases} x + 2y = 1 & \dots\dots ① \\ 4x + 7y = 1 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \times 4 \quad 4x + 8y = 4 \\ ② \quad -) 4x + 7y = 1 \\ \hline \quad \quad y = 3 \end{array}$$

$y = 3$  を①に代入すると  $x + 2 \times 3 = 1$   
 $x = -5$

答  $x = -5, y = 3$

$$\begin{cases} x + 2y = 4x + 7y = 1 \\ ① \quad ② \end{cases}$$

7

解説

$$(1) \begin{cases} y=3x-5 & \cdots \text{①} \\ 2x+y=5 & \cdots \text{②} \end{cases}$$

①を②に代入すると

$$\begin{aligned} 2x+(3x-5) &= 5 \\ 5x &= 10 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

 $x=2$ を①に代入すると

$$y=3 \times 2 - 5 = 1$$

よって  $x=2, y=1$ 

$$(2) \begin{cases} 3x-y=-11 & \cdots \text{①} \\ x=-2y+1 & \cdots \text{②} \end{cases}$$

②を①に代入すると

$$\begin{aligned} 3(-2y+1)-y &= -11 \\ -7y &= -14 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

 $y=2$ を②に代入すると

$$x = -2 \times 2 + 1 = -3$$

よって  $x=-3, y=2$ 

8

解説

$$\begin{cases} 3x+2y-z=-4 & \cdots \text{①} \\ x+y+z=2 & \cdots \text{②} \\ x-3y-2z=1 & \cdots \text{③} \end{cases}$$

まず、 $z$ を消去する。

$$\text{②から } z=2-x-y \quad \cdots \text{②}'$$

$$\text{②}'\text{を①に代入して } 3x+2y-(2-x-y)=-4$$

$$4x+3y=-2 \quad \cdots \text{④}$$

$$\text{②}'\text{を③に代入して } x-3y-2(2-x-y)=1$$

$$3x-y=5 \quad \cdots \text{⑤}$$

次に、④、⑤から $y$ を消去する。

$$\text{④} \quad 4x+3y=-2$$

$$\text{⑤} \times 3 \quad +) \quad 9x-3y=15$$

$$13x = 13$$

よって  $x=1$ 

$$x=1\text{を⑤に代入して } 3-y=5$$

$$\text{よって } y=-2$$

$$x=1, y=-2\text{を②に代入して } 1-2+z=2$$

$$\text{よって } z=3$$

$$\text{答 } x=1, y=-2, z=3$$

9

解説

50円硬貨の枚数を $x$ 枚、100円硬貨の枚数を $y$ 枚とする。枚数の関係から  $x+y=18$  ……①金額の関係から  $50x+100y=1450$  ……②

$$\text{②} + 50 \quad x+2y=29 \quad \cdots \text{③}$$

$$\text{③} \quad x+2y=29$$

$$\text{①} \quad -) \quad x+y=18$$

$$y=11$$

 $y=11$ を①に代入して解くと  $x=7$ 

これらは問題に適している。

よって、50円硬貨は7枚、100円硬貨は11枚ある。

10

解説

もとの整数の十の位の数を $x$ 、一の位の数を $y$ とすると

$$\begin{cases} x+y=12 & \cdots \text{①} \\ 10y+x=10x+y-18 & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{②より } -9x+9y=-18$$

$$x-y=2 \quad \cdots \text{③}$$

$$\text{①} \quad x+y=12$$

$$\text{③} \quad +) \quad x-y=2$$

$$2x = 14$$

$$x=7$$

 $x=7$ を①に代入すると

$$7+y=12$$

$$y=5$$

これらは問題に適している。

よって、もとの整数は 75

11

解説

2時間30分は $\frac{5}{2}$ 時間である。地点Aから峠までの道のりを $x$  km、峠から地点Bまでの道のりを $y$  km とすると

$$\begin{cases} x+y=8 & \cdots \text{①} \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{5} = \frac{5}{2} & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{②から } 5x+2y=25 \quad \cdots \text{③}$$

$$\text{③} \quad 5x+2y=25$$

$$\text{①} \times 2 \quad -) \quad 2x+2y=16$$

$$3x = 9$$

$$x=3$$

 $x=3$ を①に代入して解くと  $y=5$  $x=3, y=5$ は問題に適している。

よって 地点Aから峠までの道のり 3 km、

峠から地点Bまでの道のり 5 km

12

解説

10%の食塩水を $x$  g、6%の食塩水を $y$  g 混ぜるとすると

$$\begin{cases} x+y=600 & \cdots \text{①} \\ x \times \frac{10}{100} + y \times \frac{6}{100} = 600 \times \frac{7}{100} & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{②を整理すると } 5x+3y=2100 \quad \cdots \text{③}$$

①と③を連立方程式として解くと

$$x=150, y=450$$

これらは問題に適している。

答 10%の食塩水 150 g、6%の食塩水 450 g

13

解説

昨年の入学者のうち、男子を $x$ 人、女子を $y$ 人とすると

$$\begin{cases} x+y=145 \\ (1-0.04)x+(1+0.1)y=145+4 \end{cases}$$

$$\text{よって } \begin{cases} x+y=145 & \cdots \text{①} \\ 0.96x+1.1y=149 & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①} \times 96 \quad 96x+96y=13920$$

$$\text{②} \times 100 \quad -) \quad 96x+110y=14900$$

$$-14y = -980$$

$$\text{よって } y=70$$

$$y=70\text{を①に代入して } x+70=145$$

$$\text{よって } x=75$$

昨年の女子が70人であるから、今年の女子は  $70 \times 1.1 = 77$  (人)

これは問題に適している。 答 77人

第4章 連立方程式 例題演習

1

解説

$$(1) \begin{cases} 3x+y=-4 & \dots\dots ① \\ 2x-y=-1 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad 3x+y=-4 \\ ② \quad +) 2x-y=-1 \\ \hline 5x \quad \quad =-5 \\ x=-1 \end{array}$$

$$x=-1 \text{ を } ① \text{ に代入すると}$$

$$-3+y=-4$$

$$y=-1$$

$$\text{よって } x=-1, y=-1$$

$$(2) \begin{cases} -x+3y=5 & \dots\dots ① \\ 2x-3y=-7 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad -x+3y=5 \\ ② \quad +) 2x-3y=-7 \\ \hline x \quad \quad =-2 \end{array}$$

$$x=-2 \text{ を } ① \text{ に代入すると}$$

$$2+3y=5$$

$$3y=3$$

$$y=1$$

$$\text{よって } x=-2, y=1$$

$$(3) \begin{cases} 5x+2y=-2 & \dots\dots ① \\ -5x-3y=8 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad 5x+2y=-2 \\ ② \quad +) -5x-3y=8 \\ \hline -y \quad \quad =6 \\ y=-6 \end{array}$$

$$y=-6 \text{ を } ① \text{ に代入すると}$$

$$5x-12=-2$$

$$5x=10$$

$$x=2$$

$$\text{よって } x=2, y=-6$$

$$(4) \begin{cases} -4x+y=-4 & \dots\dots ① \\ 4x+3y=4 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad -4x+y=-4 \\ ② \quad +) 4x+3y=4 \\ \hline 4y \quad \quad =0 \\ y=0 \end{array}$$

$$y=0 \text{ を } ② \text{ に代入すると}$$

$$4x=4$$

$$x=1$$

$$\text{よって } x=1, y=0$$

$$(5) \begin{cases} 4x-3y=7 & \dots\dots ① \\ 2x-3y=1 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad 4x-3y=7 \\ ② \quad -) 2x-3y=1 \\ \hline 2x \quad \quad =6 \\ x=3 \end{array}$$

$x=3$  を ② に代入すると

$$6-3y=1$$

$$-3y=-5$$

$$y=\frac{5}{3}$$

$$\text{よって } x=3, y=\frac{5}{3}$$

$$(6) \begin{cases} x+y=-1 & \dots\dots ① \\ -2x+y=5 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad x+y=-1 \\ ② \quad -) -2x+y=5 \\ \hline 3x \quad \quad =-6 \\ x=-2 \end{array}$$

$$x=-2 \text{ を } ① \text{ に代入すると}$$

$$-2+y=-1$$

$$y=1$$

$$\text{よって } x=-2, y=1$$

$$(7) \begin{cases} -x+3y=9 & \dots\dots ① \\ -x-y=5 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad -x+3y=9 \\ ② \quad +) -x-y=5 \\ \hline 4y \quad \quad =4 \\ y=1 \end{array}$$

$$y=1 \text{ を } ② \text{ に代入すると}$$

$$-x-1=5$$

$$x=-6$$

$$\text{よって } x=-6, y=1$$

$$(8) \begin{cases} 3x-2y=2 & \dots\dots ① \\ 3x+4y=-1 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad 3x-2y=2 \\ ② \quad +) 3x+4y=-1 \\ \hline -6y \quad \quad =3 \\ y=-\frac{1}{2} \end{array}$$

$$y=-\frac{1}{2} \text{ を } ① \text{ に代入すると}$$

$$3x+1=2$$

$$3x=1$$

$$x=\frac{1}{3}$$

$$\text{よって } x=\frac{1}{3}, y=-\frac{1}{2}$$

2

解説

$$(1) \begin{cases} 2x+3y=11 & \dots\dots ① \\ 6x-7y=-15 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \times 3 \quad 6x+9y=33 \\ ② \quad -) 6x-7y=-15 \\ \hline 16y=48 \\ y=3 \end{array}$$

$$y=3 \text{ を } ① \text{ に代入すると}$$

$$2x+3 \times 3=11$$

$$2x=2$$

$$x=1$$

$$\text{答 } x=1, y=3$$

$$(2) \begin{cases} 5x-3y=23 & \dots\dots ① \\ 3x-2y=14 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \times 2 \quad 10x-6y=46 \\ ② \times 3 \quad -) 9x-6y=42 \\ \hline x=4 \end{array}$$

$$x=4 \text{ を } ② \text{ に代入すると}$$

$$3 \times 4 - 2y = 14$$

$$-2y = 2$$

$$y = -1$$

$$\text{答 } x=4, y=-1$$

$$(3) \begin{cases} 9x-2y=-8 & \dots\dots ① \\ 3x+5y=-31 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad 9x-2y=-8 \\ ② \times 3 \quad -) -9x+15y=-93 \\ \hline -17y=85 \\ y=-5 \end{array}$$

$$y=-5 \text{ を } ① \text{ に代入すると}$$

$$9x-2 \times (-5) = -8$$

$$9x = -18$$

$$x = -2$$

$$\text{答 } x=-2, y=-5$$

$$(4) \begin{cases} 7x+8y=27 & \dots\dots ① \\ 5x-4y=-39 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \quad 7x+8y=27 \\ ② \times 2 \quad +) 10x-8y=-78 \\ \hline 17x \quad \quad =-51 \\ x=-3 \end{array}$$

$$x=-3 \text{ を } ① \text{ に代入すると}$$

$$7 \times (-3) + 8y = 27$$

$$8y = 48$$

$$y = 6$$

$$\text{答 } x=-3, y=6$$

$$(5) \begin{cases} 3x-2y=8 & \dots\dots ① \\ 2x+3y=1 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} ① \times 3 \quad 9x-6y=24 \\ ② \times 2 \quad +) 4x+6y=2 \\ \hline 13x \quad \quad =26 \\ x=2 \end{array}$$

$x=2$  を②に代入すると

$$\begin{aligned} 2 \times 2 + 3y &= 1 \\ 3y &= -3 \\ y &= -1 \end{aligned}$$

$$\text{答 } x=2, y=-1$$

$$(6) \begin{cases} 7x+2y=33 & \dots \text{①} \\ 4x+5y=15 & \dots \text{②} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \text{①} \times 5 \quad 35x+10y=165 \\ \text{②} \times 2 \quad -) \quad 8x+10y=30 \\ \hline 27x \quad \quad =135 \\ x=5 \end{array}$$

$x=5$  を①に代入すると

$$\begin{aligned} 7 \times 5 + 2y &= 33 \\ 2y &= -2 \\ y &= -1 \end{aligned}$$

$$\text{答 } x=5, y=-1$$

3

解説

$$(1) \begin{cases} 2x-5y=5 & \dots \text{①} \\ 2(x+3)=5-y & \dots \text{②} \end{cases}$$

②を変形すると  $2x+y=-1 \dots \text{③}$

$$\text{①}-\text{③より } -6y=6 \quad \text{よって } y=-1$$

これを③に代入して  $2x-1=-1$

$$\begin{aligned} 2x &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{答 } x=0, y=-1$$

$$(2) \begin{cases} 2(x+3)+y=5 & \dots \text{①} \\ -x+3y=-10 & \dots \text{②} \end{cases}$$

①を変形すると  $2x+y=-1 \dots \text{③}$

$$\text{②} \times 2 \text{ より } -2x+6y=-20 \dots \text{④}$$

$$\text{③}+\text{④より } 7y=-21 \quad \text{よって } y=-3$$

これを③に代入して  $2x-3=-1$

$$\begin{aligned} 2x &= 2 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$(3) \begin{cases} 5(x+1)=4(y+6) & \dots \text{①} \\ x-2y=-1 & \dots \text{②} \end{cases}$$

①を変形すると  $5x-4y=19 \dots \text{③}$

$$\text{②} \times 2 \text{ より } 2x-4y=-2 \dots \text{④}$$

$$\text{③}-\text{④より } 3x=21 \quad \text{よって } x=7$$

これを②に代入して  $7-2y=-1$

$$\begin{aligned} -2y &= -8 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

$$\text{答 } x=7, y=4$$

$$(4) \begin{cases} 4(x-y)+3y=10 & \dots \text{①} \\ 7x-5(2x-y)=1 & \dots \text{②} \end{cases}$$

①を変形すると  $4x-y=10 \dots \text{③}$

$$\text{②を変形すると } -3x+5y=1 \dots \text{④}$$

$$\text{③} \times 5 \text{ より } 20x-5y=50 \dots \text{⑤}$$

$$\text{④}+\text{⑤より } 17x=51 \quad \text{よって } x=3$$

これを③に代入して  $12-y=10$

$$-y=-2$$

$$y=2$$

$$(5) \begin{cases} 2(x+1)-3(y-2)=15 & \dots \text{①} \\ 5x+2(y+1)=10 & \dots \text{②} \end{cases}$$

①を変形すると  $2x-3y=7 \dots \text{③}$

②を変形すると  $5x+2y=8 \dots \text{④}$

$$\text{③} \times 2 \text{ より } 4x-6y=14 \dots \text{⑤}$$

$$\text{④} \times 3 \text{ より } 15x+6y=24 \dots \text{⑥}$$

$$\text{⑤}+\text{⑥より } 19x=38 \quad \text{よって } x=2$$

これを④に代入して  $10+2y=8$

$$2y=-2$$

$$y=-1$$

$$(6) \begin{cases} 2(x+2y)-3(x-y)=33 & \dots \text{①} \\ 4(x+y)-3(x-2y)=35 & \dots \text{②} \end{cases}$$

①を変形すると  $-x+7y=33 \dots \text{③}$

②を変形すると  $x+10y=35 \dots \text{④}$

$$\text{③}+\text{④より } 17y=68 \quad \text{よって } y=4$$

これを④に代入して  $x+40=35$

$$x=-5$$

4

解説

$$(1) \begin{cases} \frac{x}{2}-\frac{y}{3}=7 & \dots \text{①} \\ 3x+y=15 & \dots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①} \times 6 \text{ より } 3x-2y=42 \dots \text{③}$$

$$\text{②}-\text{③より } 3y=-27 \quad \text{よって } y=-9$$

これを②に代入して  $3x-9=15$

$$3x=24$$

$$x=8$$

$$\text{答 } x=8, y=-9$$

$$\text{答 } x=1, y=-3$$

$$(2) \begin{cases} x+\frac{5}{2}y=2 & \dots \text{①} \\ 3x+4y=-1 & \dots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①} \times 2 \text{ より } 2x+5y=4 \dots \text{③}$$

$$\text{③} \times 3 \text{ より } 6x+15y=12 \dots \text{④}$$

$$\text{②} \times 2 \text{ より } 6x+8y=-2 \dots \text{⑤}$$

$$\text{④}-\text{⑤より } 7y=14 \quad \text{よって } y=2$$

これを②に代入して  $3x+8=-1$

$$3x=-9$$

$$x=-3$$

$$\text{答 } x=-3, y=2$$

$$(3) \begin{cases} x-y=5 & \dots \text{①} \\ \frac{x}{2}+\frac{y-7}{5}=-1 & \dots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{②} \times 10 \text{ より } 5x+2(y-7)=-10$$

これを变形して  $5x+2y=4 \dots \text{③}$

$$\text{①} \times 2 \text{ より } 2x-2y=10 \dots \text{④}$$

$$\text{③}+\text{④より } 7x=14 \quad \text{よって } x=2$$

これを①に代入して  $2-y=5$

$$-y=3$$

$$y=-3$$

$$\text{答 } x=3, y=2$$

$$\text{答 } x=2, y=-3$$

$$(4) \begin{cases} \frac{4x+2}{5}-\frac{y-1}{10}=x-2 & \dots \text{①} \\ 2x-3y=-19 & \dots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①} \times 10 \text{ より } 2(4x+2)-(y-1)=10(x-2)$$

これを变形して  $-2x-y=-25 \dots \text{③}$

$$\text{②}+\text{③より } -4y=-44 \quad \text{よって } y=11$$

これを②に代入して  $2x-33=-19$

$$2x=14$$

$$x=7$$

$$\text{答 } x=7, y=11$$

$$\text{答 } x=2, y=-1$$

$$(5) \begin{cases} 3x-2y=1 & \dots \text{①} \\ 2.5x+0.5y=9.5 & \dots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{②} \times 10 \text{ より } 25x+5y=95$$

両辺を5でわって  $5x+y=19 \dots \text{③}$

$$\text{③} \times 2 \text{ より } 10x+2y=38 \dots \text{④}$$

$$\text{①}+\text{④より } 13x=39 \quad \text{よって } x=3$$

これを③に代入して  $15+y=19$

$$y=4$$

$$\text{答 } x=-5, y=4$$

$$\text{答 } x=3, y=4$$

$$(6) \begin{cases} 0.625x+y=0.75 & \dots \text{①} \\ 0.2x-0.4y=0.78 & \dots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①} \times 1000 \text{ より } 625x+1000y=750$$

両辺を125でわって  $5x+8y=6 \dots \text{③}$

$$\text{②} \times 100 \text{ より } 20x-40y=78$$

両辺を2でわって  $10x-20y=39 \dots \text{④}$

$$\text{③} \times 2 \text{ より } 10x+16y=12 \dots \text{⑤}$$

$$\text{④}-\text{⑤より } -36y=27 \quad \text{よって } y=-\frac{3}{4}$$

これを③に代入して  $5x-6=6$

$$5x=12$$

$$x=\frac{12}{5}$$

$$\text{答 } x=\frac{12}{5}, y=-\frac{3}{4}$$

( $x=2.4, y=-0.75$  としてもよい)

5

解説

$$(1) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{3}{y} = 3 \\ \frac{3}{x} - \frac{6}{y} = 4 \end{cases}$$

$\frac{1}{x} = X, \frac{1}{y} = Y$  とおくと、与えられた連立方程式は、次のようになる。

$$\begin{cases} X+3Y=3 & \cdots \text{①} \\ 3X-6Y=4 & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①} \times 2 \text{ より } 2X+6Y=6 \quad \cdots \text{③}$$

$$\text{②} + \text{③} \text{ より } 5X=10 \quad \text{よって } X=2$$

これを①に代入して  $2+3Y=3$

$$\text{よって } Y=\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{x} = X, \frac{1}{y} = Y \text{ より } x = \frac{1}{X}, y = \frac{1}{Y} \text{ であるから } x = \frac{1}{2}, y = 3$$

$$(2) \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{2} \\ \frac{1}{x} + \frac{3}{y} = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$\frac{1}{x} = X, \frac{1}{y} = Y$  とおくと

$$\begin{cases} 3X+Y=\frac{5}{2} & \cdots \text{①} \\ X+3Y=\frac{7}{2} & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 6X+2Y=5 \\ -) 6X+18Y=21 \\ \hline -16Y=-16 \\ Y=1 \end{array}$$

これを③に代入して

$$6X+2 \times 1=5$$

$$6X=3$$

$$X=\frac{1}{2}$$

$$\text{よって } x = \frac{1}{X} = 2, y = \frac{1}{Y} = 1$$

6

解説

$$(1) 2x-5y=4x+3y=13$$

は、次のように書ける。

$$\begin{cases} 2x-5y=13 & \cdots \text{①} \\ 4x+3y=13 & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{②} \quad 4x+3y=13$$

$$\text{①} \times 2 \quad -) 4x-10y=26$$

$$13y=-13$$

$$y=-1$$

$y=-1$  を①に代入すると

$$2x-5 \times (-1)=13$$

$$x=4$$

よって  $x=4, y=-1$

$$(2) 5x+3y=3x+2y-4=-9$$

は、次のように書ける。

$$\begin{cases} 5x+3y=-9 & \cdots \text{①} \\ 3x+2y-4=-9 & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{②} \text{ より } 3x+2y=-5 \quad \cdots \text{③}$$

$$\text{①} \times 2 \quad 10x+6y=-18$$

$$\text{③} \times 3 \quad -) 9x+6y=-15$$

$$x=-3$$

$$x=-3 \text{ を③に代入すると}$$

$$3 \times (-3) + 2y = -5$$

$$y=2$$

$$\text{よって } x=-3, y=2$$

$$(3) x-2y=7x=5x-y-1$$

は、次のように書ける。

$$\begin{cases} x-2y=7x & \cdots \text{①} \\ 7x=5x-y-1 & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①} \text{ より } 6x+2y=0$$

$$y=-3x \quad \cdots \text{③}$$

$$\text{②} \text{ より } 2x+y=-1$$

これを③を代入すると

$$2x+(-3x)=-1$$

$$-x=-1$$

$$x=1$$

$x=1$  を③に代入すると

$$y=-3 \times 1 = -3$$

$$\text{よって } x=1, y=-3$$

$$\text{よって } x=1, y=-3$$

7

解説

$$(1) \begin{cases} y=5x-6 & \cdots \text{①} \\ 2x+3y=16 & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①} \text{ を②に代入すると } 2x+3(5x-6)=16$$

$$17x-18=16$$

$$17x=34$$

$$x=2$$

$$\text{これを①に代入して } y=4$$

$$\text{答 } x=2, y=4$$

$$(2) \begin{cases} y=-4x+7 & \cdots \text{①} \\ 5x-3y=-4 & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①} \text{ を②に代入すると } 5x-3(-4x+7)=-4$$

$$17x-21=-4$$

$$17x=17$$

$$x=1$$

$$\text{これを①に代入して } y=3$$

$$\text{答 } x=1, y=3$$

$$(3) \begin{cases} 12x-5y=-19 & \cdots \text{①} \\ y=3+2x & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{②} \text{ を①に代入すると } 12x-5(3+2x)=-19$$

$$12x-15-10x=-19$$

$$2x-15=-19$$

$$2x=-4$$

$$x=-2$$

これを②に代入して  $y=-1$

$$\text{答 } x=-2, y=-1$$

$$(4) \begin{cases} 4x-3y=19 & \cdots \text{①} \\ x=2y+1 & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{②} \text{ を①に代入すると } 4(2y+1)-3y=19$$

$$5y+4=19$$

$$5y=15$$

$$y=3$$

これを②に代入して  $x=7$

$$\text{答 } x=7, y=3$$

$$(5) \begin{cases} 9x+y=24 & \cdots \text{①} \\ x=3y-16 & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{②} \text{ を①に代入すると } 9(3y-16)+y=24$$

$$28y-144=24$$

$$28y=168$$

$$y=6$$

これを②に代入して  $x=2$

$$\text{答 } x=2, y=6$$

$$(6) \begin{cases} x=-5y-13 & \cdots \text{①} \\ 5x-7y=31 & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①} \text{ を②に代入すると } 5(-5y-13)-7y=31$$

$$-32y-65=31$$

$$-32y=96$$

$$y=-3$$

これを①に代入して  $x=2$

$$\text{答 } x=2, y=-3$$

8

解説

$$(1) \begin{cases} x - y + z = 8 & \dots\dots ① \\ 2x + 2y + z = -6 & \dots\dots ② \\ 3x + y + 4z = 6 & \dots\dots ③ \end{cases}$$

② - ① より

$$x + 3y = -14 \quad \dots\dots ④$$

$$① \times 4 \quad 4x - 4y + 4z = 32$$

$$③ \quad \begin{array}{r} -) 3x + y + 4z = 6 \\ \hline x - 5y \quad \quad = 26 \quad \dots\dots ⑤ \end{array}$$

④, ⑤ を  $x, y$  の連立方程式として解くと

$$x = 1, y = -5$$

① から  $z = 2$ 以上から  $x = 1, y = -5, z = 2$ 

$$(2) \begin{cases} 2x + 3y + 2z = 8 & \dots\dots ① \\ x - 2y + z = -3 & \dots\dots ② \\ 4x - y + 3z = 2 & \dots\dots ③ \end{cases}$$

$$① \quad 2x + 3y + 2z = 8$$

$$② \times 2 \quad \begin{array}{r} -) 2x - 4y + 2z = -6 \\ \hline 7y \quad \quad = 14 \end{array}$$

$$y = 2$$

$$② \times 3 \quad 3x - 6y + 3z = -9$$

$$③ \quad \begin{array}{r} -) 4x - y + 3z = 2 \\ \hline -x - 5y \quad \quad = -11 \quad \dots\dots ④ \end{array}$$

④ に  $y = 2$  を代入して  $x = 1$ ② から  $z = 0$ 以上から  $x = 1, y = 2, z = 0$ 

9

解説

プリンを  $x$  個, ケーキを  $y$  個買ったとすると

$$\begin{cases} x + y = 12 & \dots\dots ① \\ 150x + 300y = 2100 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$② \text{ から } x + 2y = 14 \quad \dots\dots ③$$

$$① \quad x + y = 12$$

$$③ \quad \begin{array}{r} -) x + 2y = 14 \\ \hline -y = -2 \end{array}$$

$$y = 2$$

 $y = 2$  を ① に代入して解くと

$$x = 10$$

 $x = 10, y = 2$  は問題に適している。

よって プリンは 10 個, ケーキは 2 個

10

解説

十の位の数を  $x$ , 一の位の数を  $y$  とすると

$$\begin{cases} x + y = 7 & \dots\dots ① \\ 10y + x = 10x + y + 9 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$② \text{ から } -9x + 9y = 9$$

$$-x + y = 7 \quad \dots\dots ③$$

$$① \quad x + y = 7$$

$$③ \quad \begin{array}{r} +) -x + y = 7 \\ \hline 2y = 8 \end{array}$$

$$y = 4$$

 $y = 4$  を ① に代入して解くと

$$x = 3$$

 $x = 3, y = 4$  は問題に適している。

よって, 求める自然数は 34

11

解説

A, C 間の距離を  $x$  km, C, B 間の距離を  $y$  km とする。

$$\begin{cases} x + y = 16 & \dots\dots ① \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 4\frac{1}{2} & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$② \text{ から } \begin{cases} 4x + 3y = 54 & \dots\dots ③ \\ 4x + 3y = 54 & \dots\dots ④ \end{cases}$$

$$③ \quad 4x + 3y = 54$$

$$④ \times 3 \quad \begin{array}{r} -) 3x + 3y = 48 \\ \hline x \quad \quad = 6 \end{array}$$

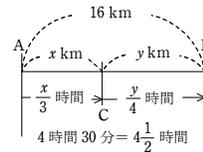
$$① \times 3 \quad \begin{array}{r} -) 3x + 3y = 48 \\ \hline x \quad \quad = 6 \end{array}$$

$$x = 6$$

 $x = 6$  を ① に代入して  $y = 10$ 

これらは問題にあっている。

図 A, C 間の距離 6 km, C, B 間の距離 10 km



12

解説

12% の食塩水を  $x$  g, 9% の食塩水を  $y$  g 混ぜるとすると

$$\begin{cases} x + y = 300 & \dots\dots ① \\ x \times \frac{12}{100} + y \times \frac{9}{100} = 300 \times \frac{10}{100} & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$② \text{ を整理すると } 4x + 3y = 1000 \quad \dots\dots ③$$

$$③ \quad 4x + 3y = 1000$$

$$① \times 3 \quad \begin{array}{r} -) 3x + 3y = 900 \\ \hline x \quad \quad = 100 \end{array}$$

$$① \times 3 \quad \begin{array}{r} -) 3x + 3y = 900 \\ \hline x \quad \quad = 100 \end{array}$$

$$x = 100$$

 $x = 100$  を ① に代入して解くと  $y = 200$ 

これらは問題に適している。

よって, 12% の食塩水は 100 g, 9% の食塩水は 200 g

13

解説

昨年の男子の生徒数を  $x$  人, 女子の生徒数を  $y$  人とする

$$\begin{cases} x + y = 265 & \dots\dots ① \\ 0.08x - 0.05y = 3 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$② \times 100 \quad 8x - 5y = 300 \quad \dots\dots ③$$

$$② \times 100 \quad 8x - 5y = 300 \quad \dots\dots ③$$

$$① \text{ と } ③ \text{ を連立方程式として解くと } x = 125, y = 140$$

これらは問題に適している。

今年の男子の生徒数は  $125 \times (1 + 0.08) = 125 \times 1.08 = 135$ 今年の女子の生徒数は  $140 \times (1 - 0.05) = 140 \times 0.95 = 133$ 

図 今年の男子は 135 人, 女子は 133 人

【重要】 今年の生徒数の関係から, ② の代わりに  $(1 + 0.08)x + (1 - 0.05)y = 265 + 3$  として求めることもできるが, 計算が複雑になる。

第4章 連立方程式 レベルA

1

解説

$$(1) \begin{cases} \frac{x+2}{4} - \frac{y-3}{3} = \frac{1}{2} & \dots\dots ① \\ 3x+2y-15=0 & \dots\dots ② \end{cases}$$

①の両辺に12をかけると  $3(x+2)-4(y-3)=6$   
 $3x+6-4y+12=6$   
 $3x-4y+12=0 \dots\dots ①'$

①'-②から  $-6y+27=0$  よって  $y=\frac{9}{2}$

$y=\frac{9}{2}$ を①'に代入すると  $3x-4 \times \frac{9}{2}+12=0$

$3x-18+12=0$  よって  $x=2$

答  $x=2, y=\frac{9}{2}$

$$(2) \begin{cases} 0.1(0.3x-0.2y)=-0.02 & \dots\dots ① \\ \frac{1}{5}(2x+1)-\frac{1}{6}(y-2)=\frac{2}{3} & \dots\dots ② \end{cases}$$

①の両辺に100をかけると  $3x-2y=-2 \dots\dots ①'$

②の両辺に30をかけると

$$\begin{aligned} 6(2x+1)-5(y-2) &= 20 \\ 12x+6-5y+10 &= 20 \\ 12x-5y &= 4 & \dots\dots ②' \end{aligned}$$

①'×4  $12x-8y=-8$   
 ②'  $-) 12x-5y=4$   
 $-3y=-12$  よって  $y=4$

$y=4$ を①'に代入すると

$3x-2 \times 4=-2$  よって  $x=2$

答  $x=2, y=4$

$$(3) \begin{cases} \frac{3}{2}x + \frac{2}{3}y = \frac{25}{12} & \dots\dots ① \\ \frac{4}{3}x - \frac{3}{4}y = -\frac{5}{6} & \dots\dots ② \end{cases}$$

①の両辺に12をかけると  $18x+8y=25 \dots\dots ①'$

②の両辺に12をかけると  $16x-9y=-10 \dots\dots ②'$

①'×9  $162x+72y=225$   
 ②'×8  $+) 128x-72y=-80$   
 $290x=145$  よって  $x=\frac{1}{2}$

$x=\frac{1}{2}$ を①'に代入すると  $18 \times \frac{1}{2}+8y=25$

$8y=16$  よって  $y=2$

答  $x=\frac{1}{2}, y=2$

$$(4) \begin{cases} \frac{2}{3}x - \frac{y-5}{15} = \frac{4x+1}{5} & \dots\dots ① \\ \frac{x-3}{2} + y = \frac{y-2}{3} & \dots\dots ② \end{cases}$$

①の両辺に15をかけると

$10x-(y-5)=3(4x+1)$

$10x-y+5=12x+3$

$-2x-y=-2$

$2x+y=2 \dots\dots ①'$

②の両辺に6をかけると

$3(x-3)+6y=2(y-2)$

$3x-9+6y=2y-4$

$3x+4y=5 \dots\dots ②'$

①'×4  $8x+4y=8$

②  $-) 3x+4y=5$   
 $\frac{5x}{3}$

よって  $x=\frac{3}{5}$

$x=\frac{3}{5}$ を①'に代入すると  $2 \times \frac{3}{5}+y=2$  よって  $y=\frac{4}{5}$

答  $x=\frac{3}{5}, y=\frac{4}{5}$

2

解説

(1)  $5x-7y=2x-3y+5=7$ は、次のように書ける。

$\begin{cases} 5x-7y=7 & \dots\dots ① \\ 2x-3y+5=7 & \dots\dots ② \end{cases}$

②から  $2x-3y=2 \dots\dots ②'$

①×3  $15x-21y=21$

②'×7  $-) 14x-21y=14$   
 $x=7$

$x=7$ を②'に代入すると

$2 \times 7-3y=2$  よって  $y=4$

答  $x=7, y=4$

(2)  $\frac{1}{2}x-y=x-\frac{1}{2}y-2=\frac{1}{2}$

各辺に2をかけると  $x-2y=2x-y-4=1$

これは  $\begin{cases} x-2y=1 & \dots\dots ① \\ 2x-y-4=1 & \dots\dots ② \end{cases}$  のように書ける。

②から  $2x-y=5 \dots\dots ②'$

①×2  $2x-4y=2$

②'  $-) 2x-y=5$   
 $-3y=-3$  よって  $y=1$

$y=1$ を①に代入すると

$x-2 \times 1=1$  よって  $x=3$

答  $x=3, y=1$

(3)  $\frac{x+y}{2} = \frac{3x-y}{3} = x-y-2$

各辺に6をかけると  $3(x+y)=2(3x-y)=6(x-y-2)$

よって  $3x+3y=6x-2y=6x-6y-12$

これは  $\begin{cases} 3x+3y=6x-2y & \dots\dots ① \\ 6x-2y=6x-6y-12 & \dots\dots ② \end{cases}$  のように書ける。

①から  $-3x+5y=0 \dots\dots ①'$

②から  $4y=-12$  よって  $y=-3$

$y=-3$ を①'に代入すると

$-3x+5 \times (-3)=0$  よって  $x=-5$

答  $x=-5, y=-3$

(4)  $\frac{x-y+4}{3} = \frac{2x+3y}{5} = \frac{y}{2}$

各辺に30をかけると  $10(x-y+4)=6(2x+3y)=15y$

よって  $10x-10y+40=12x+18y=15y$

これは  $\begin{cases} 10x-10y+40=15y & \dots\dots ① \\ 12x+18y=15y & \dots\dots ② \end{cases}$  のように書ける。

①から  $10x-25y=-40$

両辺を5でわると  $2x-5y=-8 \dots\dots ①'$

②から  $12x+3y=0$

両辺を3でわると  $4x+y=0 \dots\dots ②'$

②'から  $y=-4x \dots\dots ③$

③を①'に代入すると

$2x+20x=-8$  よって  $x=-\frac{4}{11}$

$x=-\frac{4}{11}$ を③に代入すると  $y=-4 \times (-\frac{4}{11})=\frac{16}{11}$

答  $x=-\frac{4}{11}, y=\frac{16}{11}$

(5)  $\frac{4x+5y-6}{2} = \frac{2x+7y-4}{3} = \frac{27-3x-4y}{4}$

これは次のように書ける。

$\begin{cases} \frac{4x+5y-6}{2} = \frac{2x+7y-4}{3} & \dots\dots ① \\ \frac{4x+5y-6}{2} = \frac{27-3x-4y}{4} & \dots\dots ② \end{cases}$

①の両辺に6をかけると  $3(4x+5y-6)=2(2x+7y-4)$   
 $12x+15y-18=4x+14y-8$   
 $8x+y=10 \dots\dots ①'$

②の両辺に4をかけると  $2(4x+5y-6)=27-3x-4y$   
 $8x+10y-12=27-3x-4y$   
 $11x+14y=39 \dots\dots ②'$

①'から  $y=-8x+10 \dots\dots ③$

③を②'に代入すると  $11x+14(-8x+10)=39$   
 $11x-112x+140=39$   
 $-101x=-101$   
 $x=1$

$x=1$ を③に代入すると  $y=-8 \times 1+10=2$

答  $x=1, y=2$

3

解説

(1)  $\begin{cases} 4x+3y=30 & \dots\dots ① \\ x:y=3:2 & \dots\dots ② \end{cases}$   
 ②より  $2x=3y$  すなわち  $3y=2x \dots\dots ③$   
 ③を①に代入して  $4x+2x=30$   
 $6x=30$   
 $x=5$   
 これを③に代入して  $3y=10$   
 $y=\frac{10}{3}$

(2)  $\begin{cases} x:y=3:4 & \dots\dots ① \\ \frac{1}{3}(x-9)=\frac{1}{7}(y-9) & \dots\dots ② \end{cases}$   
 ①より  $4x=3y$  すなわち  $3y=4x \dots\dots ③$   
 ②×21より  $7(x-9)=3(y-9)$   
 $7x-3y=36 \dots\dots ④$   
 ③を④に代入して  $7x-4x=36$   
 $3x=36$   
 $x=12$   
 これを③に代入して  $3y=48$   
 $y=16$

(3)  $\begin{cases} x:(x+y)=2:5 & \dots\dots ① \\ 3x-y=6 & \dots\dots ② \end{cases}$   
 ①より  $5x=2(x+y)$   
 $3x-2y=0 \dots\dots ③$   
 ②-③より  $y=6$   
 これを②に代入して  $3x-6=6$   
 $3x=12$   
 $x=4$

(4)  $\begin{cases} (x-2):(y+3)=3:2 & \dots\dots ① \\ 4x-5y=67 & \dots\dots ② \end{cases}$   
 ①より  $2(x-2)=3(y+3)$   
 $2x-3y=13 \dots\dots ③$   
 ③×2より  $4x-6y=26 \dots\dots ④$   
 ②-④より  $y=41$   
 これを③に代入して  $2x-123=13$   
 $2x=136$   
 $x=68$

(5)  $\begin{cases} 0.5x+1.2y=8.2 & \dots\dots ① \\ (x+4):(y-3)=2:1 & \dots\dots ② \end{cases}$   
 ①×10より  $5x+12y=82 \dots\dots ③$   
 ②より  $x+4=2(y-3)$   
 $x-2y=-10 \dots\dots ④$   
 ④×5より  $5x-10y=-50 \dots\dots ⑤$   
 ③-⑤より  $22y=132$  よって  $y=6$   
 これを④に代入して  $x-12=-10$

答  $x=5, y=\frac{10}{3}$

答  $x=12, y=16$

答  $x=4, y=6$

答  $x=68, y=41$

$x=2$

(6)  $\begin{cases} \frac{3}{2}x-\frac{1}{3}(7y+2)=2 & \dots\dots ① \\ (2x-y):(3y+1)=1:2 & \dots\dots ② \end{cases}$   
 ①×6より  $9x-2(7y+2)=12$   
 $9x-14y=16 \dots\dots ③$   
 ②より  $2(2x-y)=3y+1$   
 $4x-5y=1 \dots\dots ④$   
 ③×4より  $36x-56y=64 \dots\dots ⑤$   
 ④×9より  $36x-45y=9 \dots\dots ⑥$   
 ⑤-⑥より  $-11y=55$   
 $y=-5$

これを④に代入して  $4x+25=1$   
 $4x=-24$   
 $x=-6$

4

解説

(1)  $2x+y=4 \dots\dots ①, x-y=5 \dots\dots ②$   
 ①+②から  $3x=9$  よって  $x=3$   
 $x=3$ を①に代入すると  $6+y=4$  よって  $y=-2$   
 $x=3, y=-2$ のとき  $x^2-2y=3^2-2(-2)=9+4=13$   
 (2)  $\begin{cases} (2x-y):(x+y)=1:5 & \dots\dots ① \\ x-\frac{1-3y}{2}=\frac{7}{12} & \dots\dots ② \end{cases}$   
 ①から  $2x-y=k \dots\dots ③, x+y=5k \dots\dots ④ (k \neq 0)$ とおける。  
 ③+④から  $3x=6k$  よって  $x=2k$   
 $x=2k$ を④に代入すると  $2k+y=5k$  よって  $y=3k$   
 ②の両辺に12をかけると  $12x-6(1-3y)=7$   
 $12x-6+18y=7$   
 $12x+18y=13 \dots\dots ⑤$   
 $x=2k, y=3k$ を⑤に代入すると  $24k+54k=13$   
 $78k=13$

よって  $k=\frac{1}{6}$   
 $k=\frac{1}{6}$ を  $x=2k, y=3k$ に代入して  $x=\frac{2}{6}, y=\frac{3}{6}$

このとき  $x^2+y^2-xy=\left(\frac{2}{6}\right)^2+\left(\frac{3}{6}\right)^2-\frac{2}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{4}{36}+\frac{9}{36}-\frac{6}{36}=\frac{7}{36}$

5

解説

$x=3, y=2$ が解であるから、これらを連立方程式  $\begin{cases} ax+by=1 \\ bx-ay=8 \end{cases}$  に代入すると

$\begin{cases} 3a+2b=1 & \dots\dots ① \\ 3b-2a=8 & \dots\dots ② \end{cases}$

答  $x=2, y=6$

この  $a, b$  についての連立方程式を解く。

①×3  $9a+6b=3$   
 ②×2  $\begin{array}{r} -4a+6b=16 \\ 13a = -13 \end{array}$   
 $a=-1$

$a=-1$ を①に代入して解くと  $b=2$

答  $a=-1, b=2$

6 [愛知県]

解説

2けたの正の整数の十の位の数を  $a$ 、一の位の数を  $b$  とすると

$\begin{cases} 10a+b=(a+b)\times 4 & \dots\dots ① \\ 10b+a=(10a+b)\times 2-9 & \dots\dots ② \end{cases}$

①より  $10a+b=4a+4b$

$6a=3b$

よって  $b=2a \dots\dots ③$

②より  $10b+a=20a+2b-9$

$19a-8b=9 \dots\dots ④$

③を④に代入すると

$19a-8\times 2a=9$

$3a=9$

$a=3$

$a=3$ を③に代入すると

$b=2\times 3=6$

これらは問題に適合している。

したがって、もとの整数は 36

7 [愛媛県]

解説

チョコレートを  $x$  個、あめを  $y$  個買ったとする。

代金の合計について

$54x+81y=432$

全体の重さについて

$20x+12y=124$

よって、連立方程式は

$\begin{cases} 54x+81y=432 & \dots\dots ① \\ 20x+12y=124 & \dots\dots ② \end{cases}$

①÷27より  $2x+3y=16 \dots\dots ③$

②÷4より  $5x+3y=31 \dots\dots ④$

④

③

$\begin{array}{r} 5x+3y=31 \\ -) 2x+3y=16 \\ 3x = 15 \\ x=5 \end{array}$

$x=5$ を③に代入すると

$10+3y=16$

$y=2$

これらは問題に適合している。

したがって、チョコレートは5個、あめは2個買った。

8 [岡山県]

解説

必要な小麦粉の量について

$$12x + 6y = 120$$

必要なバターの量について

$$10x + 4y = 90$$

よって、連立方程式は

$$\begin{cases} 12x + 6y = 120 & \cdots \text{①} \\ 10x + 4y = 90 & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①} \div 3 \text{ より } 4x + 2y = 40 \quad \cdots \text{③}$$

$$\text{②} + 2 \text{ より } 5x + 2y = 45 \quad \cdots \text{④}$$

$$\text{④} \quad 5x + 2y = 45$$

$$\text{③} \quad -) \quad 4x + 2y = 40$$

$$\hline x = 5$$

$x = 5$  を ③ に代入すると

$$4 \times 5 + 2y = 40$$

$$2y = 20$$

$$y = 10$$

これらは問題に適している。

よって、マドレーヌは 5 個、シュークリームは 10 個つくることができる。

9

解説

家から郵便局までの道のりを  $x$  m、郵便局から図書館までの道のりを  $y$  m とする。  
行きにかかった時間について

$$\frac{x}{80} + \frac{y}{100} = 13 \quad \cdots \text{①}$$

帰りにかかった時間について

$$\frac{y}{80} + \frac{x}{100} = 14 \quad \cdots \text{②}$$

①、②の両辺にそれぞれ 400 をかけて

$$5x + 4y = 5200 \quad \cdots \text{③}$$

$$4x + 5y = 5600 \quad \cdots \text{④}$$

$$\text{③} \times 5 \quad 25x + 20y = 26000$$

$$\text{④} \times 4 \quad -) \quad 16x + 20y = 22400$$

$$\hline 9x = 3600$$

$$x = 400$$

( $x = 400$  を ③ に代入して解くと  $y = 800$ )

よって、家から郵便局までの道のりは 400 m

10

解説

列車の速さを毎秒  $x$  m、鉄橋の長さを  $y$  m とすると、

列車は 39 秒間に  $(160 + y)$  m、70 秒間に  $(160 + 2y)$  m 進むから

$$\begin{cases} 160 + y = 39x & \cdots \text{①} \\ 160 + 2y = 70x & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①} \times 2 \quad 320 + 2y = 78x$$

$$\text{②} \quad -) \quad 160 + 2y = 70x$$

$$\hline 160 = 8x$$

よって  $x = 20$

$x = 20$  を ① に代入すると

$$160 + y = 39 \times 20 \quad \text{よって} \quad y = 620$$

したがって、列車の速さは毎秒 20 m、鉄橋の長さは 620 m

これらは問題に適している。

☞ 列車の速さは毎秒 20 m、鉄橋の長さは 620 m

11 [日本大学第二]

解説

実際に 60 円で  $x$  個、50 円で  $y$  個売ったとする。

売上高について

$$\begin{cases} 60x + 60y = 9600 \times 1.25 & \cdots \text{①} \\ 60x + 50y = 9600 \times 1.15 & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①} - \text{②} \text{ から } 10y = 9600 \times 0.1$$

$$y = 96$$

よって、求める個数は 96 個

12 [関西大倉]

解説

$$\text{連立方程式は } \begin{cases} 2x + 2y = 14 \\ (1000x + 100y + 10y + x) - (1000y + 100x + 10x + y) = 2673 \end{cases}$$

$$\text{整理すると } \begin{cases} x + y = 7 \\ 891x - 891y = 2673 \end{cases}$$

$$x + y = 7 \quad \cdots \text{①}$$

$$891x - 891y = 2673 \quad \cdots \text{②}$$

$$\text{② より } 891(x - y) = 2673$$

$$x - y = 3 \quad \cdots \text{③}$$

$$\text{①} \quad x + y = 7$$

$$\text{③} \quad +) \quad x - y = 3$$

$$\hline 2x = 10$$

$$x = 5$$

$x = 5$  を ① に代入すると  $5 + y = 7$

$$y = 2$$

$x = 5$ 、 $y = 2$  は問題に適している。

よって、自然数 A は 5225

13

解説

チョコ、ガム、アメ玉の 1 個の値段をそれぞれ  $x$  円、 $y$  円、 $z$  円とすると

$$x + y + 6z = 60 \quad \cdots \text{①}$$

$$2x + 3y + 4z = 90 \quad \cdots \text{②}$$

$$3x + 5y + 3z = 125 \quad \cdots \text{③}$$

①  $\times 2 -$  ② より

$$-y + 8z = 30 \quad \cdots \text{④}$$

①  $\times 3 -$  ③ より

$$-2y + 15z = 55 \quad \cdots \text{⑤}$$

④、⑤を  $y$ 、 $z$  の連立 2 元 1 次方程式として解くと

$$y = 10, z = 5$$

これらを ① に代入して  $x = 20$

これらは問題に適している。

よって、チョコは 20 円、ガムは 10 円、アメ玉は 5 円

第4章 連立方程式 レベルB

1

④⑤

$$(1) \begin{cases} 2(x+y)-3(x-4)=6 & \dots\dots ① \\ \frac{x}{2}-\frac{2y-4}{3}=2 & \dots\dots ② \end{cases}$$

①を変形すると  $-x+2y=-6$   $\dots\dots ③$   
 ②×6より  $3x-2(2y-4)=12$   
 $3x-4y=4$   $\dots\dots ④$   
 ③×2より  $-2x+4y=-12$   $\dots\dots ⑤$   
 ④+⑤より  $x=-8$   
 これを③に代入して  $8+2y=-6$   
 $2y=-14$   
 $y=-7$

$$(2) \begin{cases} \frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y=\frac{1}{5} & \dots\dots ① \\ \frac{1}{4}x-\frac{1}{5}y=1.2 & \dots\dots ② \end{cases}$$

①×30より  $15x+10y=6$   $\dots\dots ③$   
 ②×20より  $5x-4y=24$   $\dots\dots ④$   
 ④×3より  $15x-12y=72$   $\dots\dots ⑤$   
 ③-⑤より  $22y=-66$  よって  $y=-3$   
 これを④に代入して  $5x+12=24$   
 $5x=12$   
 $x=\frac{12}{5}$

$$(3) \begin{cases} x+y=700 & \dots\dots ① \\ \frac{8}{100}x+\frac{15}{100}y=70 & \dots\dots ② \end{cases}$$

②×100より  $8x+15y=7000$   $\dots\dots ③$   
 ①×8より  $8x+8y=5600$   $\dots\dots ④$   
 ③-④より  $7y=1400$  よって  $y=200$   
 これを①に代入して  $x+200=700$   
 $x=500$

$$(4) \begin{cases} 0.625x+y=0.75 & \dots\dots ① \\ x-2y=3.9 & \dots\dots ② \end{cases}$$

①×8より  $5x+8y=6$   $\dots\dots ③$   
 ②×10より  $10x-20y=39$   $\dots\dots ④$   
 ③×2より  $10x+16y=12$   $\dots\dots ⑤$   
 ④-⑤より  $-36y=27$  よって  $y=-\frac{3}{4}$   
 これを③に代入して  $5x-6=6$   
 $5x=12$   
 $x=\frac{12}{5}$   
 ④  $x=\frac{12}{5}, y=-\frac{3}{4}$  ( $x=2.4, y=-0.75$  としてもよい)

$$(5) \begin{cases} \frac{x+2y}{6}-\frac{x-y}{3}=2 & \dots\dots ① \\ \frac{x}{20}+\frac{3}{5}y=\frac{1}{5} & \dots\dots ② \end{cases}$$

①×6より  $(x+2y)-2(x-y)=12$   
 $-x+4y=12$   $\dots\dots ③$   
 ②×20より  $x+12y=4$   $\dots\dots ④$   
 ③+④より  $16y=16$  よって  $y=1$   
 これを④に代入して  $x+12=4$   
 $x=-8$

$$(6) \begin{cases} \frac{x-1}{3}+\frac{y}{4}=\frac{3}{2} & \dots\dots ① \\ 2(x+1)+3(2y-1)=y+3 & \dots\dots ② \end{cases}$$

①×12より  $4(x-1)+3y=18$   
 $4x+3y=22$   $\dots\dots ③$   
 ②を変形すると  $2x+5y=4$   $\dots\dots ④$   
 ④×2より  $4x+10y=8$   $\dots\dots ⑤$   
 ③-⑤より  $-7y=14$  よって  $y=-2$   
 これを④に代入して  $2x-10=4$   
 $2x=14$   
 $x=7$

$$(7) \begin{cases} \frac{1-3x}{4}=3y-\frac{1}{8} & \dots\dots ① \\ \frac{x-y}{3}-\frac{x-5}{5}=1 & \dots\dots ② \end{cases}$$

①×8より  $2(1-3x)=24y-1$   
 $-2x-8y=-1$   $\dots\dots ③$   
 ②×15より  $5(x-y)-3(x-5)=15$   
 $2x-5y=0$   $\dots\dots ④$   
 ③+④より  $-13y=-1$  よって  $y=\frac{1}{13}$   
 これを④に代入して  $2x-\frac{5}{13}=0$   
 $2x=\frac{5}{13}$   
 $x=\frac{5}{26}$

$$(8) \begin{cases} \frac{x+3y}{2}+\frac{2x-y}{3}=1 & \dots\dots ① \\ \frac{x+2y}{3}+\frac{3x-y}{5}=-1 & \dots\dots ② \end{cases}$$

①×6より  $3(x+3y)+2(2x-y)=6$   
 $7x+7y=6$   $\dots\dots ③$   
 ②×15より  $5(x+2y)+3(3x-y)=-15$   
 $14x+7y=-15$   $\dots\dots ④$   
 ③-④より  $-7x=21$  よって  $x=-3$   
 これを③に代入して  $-21+7y=6$   
 $7y=27$

$$y=\frac{27}{7} \quad \text{④ } x=-3, y=\frac{27}{7}$$

$$(9) \begin{cases} \frac{x-1}{3}+\frac{y+1}{2}=1 & \dots\dots ① \\ x-1-\frac{y+1}{6}=-\frac{1}{3} & \dots\dots ② \end{cases}$$

①×6より  $2(x-1)+3(y+1)=6$   
 $2x+3y=5$   $\dots\dots ③$   
 ②×6より  $6x-6-(y+1)=-2$   
 $6x-y=5$   $\dots\dots ④$   
 ④×3より  $18x-3y=15$   $\dots\dots ⑤$   
 ③+⑤より  $20x=20$  よって  $x=1$   
 これを④に代入して  $6-y=5$   
 $-y=-1$   
 $y=1$

④  $x=-8, y=1$

④  $x=1, y=1$

$$(10) \begin{cases} \frac{3x+y}{3}-\frac{x-y}{2}=2 & \dots\dots ① \\ 0.2x+0.7y=1.9 & \dots\dots ② \end{cases}$$

①×6より  $2(3x+y)-3(x-y)=12$   
 $3x+5y=12$   $\dots\dots ③$   
 ②×10より  $2x+7y=19$   $\dots\dots ④$   
 ③×2より  $6x+10y=24$   $\dots\dots ⑤$   
 ④×3より  $6x+21y=57$   $\dots\dots ⑥$   
 ⑤-⑥より  $-11y=-33$  よって  $y=3$   
 これを③に代入して  $3x+15=12$   
 $3x=-3$   
 $x=-1$

④  $x=7, y=-2$

④  $x=-1, y=3$

$$(11) \begin{cases} 0.1(0.2y-0.3x)=0.02 & \dots\dots ① \\ \frac{1}{5}(2x+1)-\frac{1}{6}y=\frac{1}{3} & \dots\dots ② \end{cases}$$

①×100より  $2y-3x=2$   
 $-3x+2y=2$   $\dots\dots ③$   
 ②×30より  $6(2x+1)-5y=10$   
 $12x-5y=4$   $\dots\dots ④$   
 ③×4より  $-12x+8y=8$   $\dots\dots ⑤$   
 ④+⑤より  $3y=12$  よって  $y=4$   
 これを③に代入して  $-3x+8=2$   
 $-3x=-6$   
 $x=2$

④  $x=\frac{5}{26}, y=\frac{1}{13}$

④  $x=2, y=4$

$$(12) \begin{cases} 16x+3y+2-4(3x+y)=0 & \dots\dots ① \\ 3(3x-y)+5(x-y)-2=0 & \dots\dots ② \end{cases}$$

①を変形すると  $4x-y=-2$   $\dots\dots ③$   
 ②を変形すると  $7x-4y=1$   $\dots\dots ④$   
 ③×4より  $16x-4y=-8$   $\dots\dots ⑤$   
 ④-⑤より  $-9x=9$  よって  $x=-1$   
 これを③に代入して  $-4-y=-2$   
 $-y=2$

$x = -2$

$x = -1, y = -2$

$x$ について解くと  $2x+2=a+1$

2

解説

$$\begin{cases} 2x+y=4 & \dots\dots ① \\ ax+by=16 & \dots\dots ② \end{cases} \quad \begin{cases} 3x+4y=1 & \dots\dots ③ \\ bx+ay=-19 & \dots\dots ④ \end{cases}$$

これらが同じ解をもつから、その解は①と③を連立させることで求められる。

$$\begin{array}{r} ① \times 4 \quad 8x+4y=16 \\ ③ \quad -) \quad 3x+4y=1 \\ \hline 5x \quad = 15 \end{array}$$

よって  $x=3$

$x=3$ を①に代入して  $6+y=4$

よって  $y=-2$

 $x=3, y=-2$ を②, ④に代入すると

$$\begin{cases} 3a-2b=16 & \dots\dots ⑤ \\ 3b-2a=-19 & \dots\dots ⑥ \end{cases}$$

⑤×2  $6a-4b=32$

⑥×3  $+ \quad -6a+9b=-57$

$5b=-25$

よって  $b=-5$

$b=-5$ を⑤に代入して  $3a+10=16$

これを解くと  $a=2$   $\textcircled{\text{答}} a=2, b=-5$

3

解説

(1) 連立方程式  $\begin{cases} 6x-ay=5 \\ bx+3y=4 \end{cases}$  に、 $x=\frac{9}{8}, y=\frac{7}{12}$ を代入すると、それぞれ

$6 \times \frac{9}{8} - \frac{7}{12}a = 5$  より  $81-7a=60$  したがって  $a=3$

$\frac{9}{8}b + 3 \times \frac{7}{12} = 4$  より  $9b+14=32$  したがって  $b=2$

よって、正しい連立方程式は  $\begin{cases} 6x+3y=5 \\ 3x+2y=4 \end{cases}$

これを解くと  $x=-\frac{2}{3}, y=3$

(2) (ア)  $\begin{cases} 6x-5y=3 & \dots\dots ① \\ 4x-y=a & \dots\dots ② \end{cases}$  と、(イ)の  $x$ と  $y$ を入れかえた方程式

$$\begin{cases} 4y-3x=12 & \dots\dots ③ \\ by+2x=25 & \dots\dots ④ \end{cases}$$
 が同じ解をもつ。

まず、①, ③を連立方程式として解くと  $x=8, y=9$

これらを②, ④に代入すると  $32-9=a, 9b+16=25$

したがって  $a=23, b=1$

4

解説

$$\textcircled{1} \text{は} \begin{cases} \frac{x+1}{2} = \frac{a+1}{4} & \dots\dots ③ \\ \frac{y-2}{3} = \frac{a+1}{4} & \dots\dots ④ \end{cases} \text{のよう}に \text{書ける。}$$

③の両辺に4をかけると  $2(x+1)=a+1$

$x = \frac{a-1}{2} \dots\dots ⑤$

④の両辺に12をかけると  $4(y-2)=3(a+1)$

$y$ について解くと  $4y-8=3a+3$

$y = \frac{3a+11}{4} \dots\dots ⑥$

⑤, ⑥を②に代入すると  $\frac{a-1}{2} + \frac{3a+11}{4} + a - 3 = 0$

両辺に4をかけると  $2(a-1) + 3a+11 + 4(a-3) = 0$

$2a-2+3a+11+4a-12=0$

$9a=3$

$a = \frac{1}{3}$

5 [慶應義塾]

解説

階級値は小さい方から順に 48, 53, 58, 63, 68, 73 であるから

$8+16+x+23+15+y=100 \dots\dots ①$

$\frac{48 \times 8 + 53 \times 16 + 58 \times x + 63 \times 23 + 68 \times 15 + 73 \times y}{100} = 60.1 \dots\dots ②$

整理すると  $\begin{cases} x+y=38 & \dots\dots ① \\ 58x+73y=2309 & \dots\dots ② \end{cases}$

①×58  $58x+58y=2204$

②  $-) \quad 58x+73y=2309$

$-15y = -105$

$y=7$

 $y=7$ を①に代入すると

$x+7=38$

$x=31$

 $x=31, y=7$ とするとこれは問題に合っている。よって  $x=31, y=7$ 

6 [石川県]

解説

Sサイズの箱を  $x$ 個, Mサイズの箱を  $y$ 個発送したとする。

箱の数の合計について

$x+y=25$

送料の合計について

$700 \times x + 1100 \times \frac{y}{2} + 1300 \times \frac{y}{2} = 25500$

よって、連立方程式は  $\begin{cases} x+y=25 & \dots\dots ① \\ 700x+550y=25500 & \dots\dots ② \end{cases}$

②より  $700x+1200y=25500$

$7x+12y=255 \dots\dots ③$

③  $7x+12y=255$

①×7  $-) \quad 7x+7y=175$

$5y=80$

$y=16$

$y=16$ を①に代入すると  $x+16=25$

$x=9$

 $x=9, y=16$ は問題に適している。

したがって、Sサイズは9個, Mサイズは16個発送した。

7 [智弁学園]

解説

(1) 上りの列車の秒速は  $\frac{90 \times 1000}{60 \times 60} = 25$  (m)

下りの列車の秒速は  $\frac{72 \times 1000}{60 \times 60} = 20$  (m)

(2) 上りの列車について

$x \times 8 + y = 25 \times 42$

$8x + y = 1050$

下りの列車について

$x \times 12 + y = 20 \times (42 + 16)$

$12x + y = 1160$

よって、連立方程式は  $\begin{cases} 8x+y=1050 & \dots\dots ① \\ 12x+y=1160 & \dots\dots ② \end{cases}$

(3) ②  $12x+y=1160$

①  $-) \quad 8x+y=1050$

$4x = 110$

$x=27.5$

 $x=27.5$ を①に代入すると

$8 \times 27.5 + y = 1050$

$y=830$

 $x=27.5, y=830$ は問題に適している。よって  $x=27.5, y=830$

8 [弘学館]

解説

(1) 昨年の製品 A, B の生産量について  $x=2y$

昨年の製品 C の生産量は  $(5700-x-y)$  kg であるから, 今年を生産量の増減について

$$-\frac{5}{100}x + \frac{8}{100}y + \frac{4}{100}(5700-x-y) = 18$$

両辺に 100 をかけて整理すると

$$9x - 4y = 21000$$

$$\begin{cases} x = 2y & \dots\dots ① \\ 9x - 4y = 21000 & \dots\dots ② \end{cases}$$

(2) ① を ② に代入して

$$18y - 4y = 21000$$

$$14y = 21000$$

$$y = 1500$$

① に代入して  $x = 3000$

また, 昨年の製品 C の生産量は

$$5700 - 3000 - 1500 = 1200 \text{ (kg)}$$

よって, 今年を生産量について

$$\text{A は } 3000 \times \frac{95}{100} = 2850 \text{ (kg)}$$

$$\text{B は } 1500 \times \frac{108}{100} = 1620 \text{ (kg)}$$

$$\text{C は } 1200 \times \frac{104}{100} = 1248 \text{ (kg)}$$

9

解説

両替する前に太郎さんがもっていた 100 円の枚数を  $x$  枚, 10 円の枚数を  $y$  枚とする。

$$\begin{cases} 100x + 50 \times 12 + 10y = 2730 \\ (x+5) + 12 + (y-50) = \frac{1}{2}(x+12+y) \end{cases}$$

これを解いて  $x=15, y=63$

よって, 100 円: 15 枚, 10 円: 63 枚

10 [智弁学園]

解説

(1)  $200 \times \frac{5.5}{100} = 11 \text{ (g)}$

(2) 容器 A, B から 100 g ずつ取り出して混ぜると 5.5 % の食塩水ができるから

$$100 \times \frac{x}{100} + 100 \times \frac{y}{100} = 200 \times \frac{5.5}{100}$$

整理すると  $x+y=11$  …… ①

また, 容器 B に残った 200 g の食塩水に, 食塩を 20 g 混ぜると, 容器 A に残った食塩水と同じ濃度になるから

$$\left(200 \times \frac{y}{100} + 20\right) \div 220 \times 100 = x$$

整理すると  $2y+20 = \frac{11}{5}x$  …… ②

①, ② より, 連立方程式は

$$\begin{cases} x+y=11 \\ 2y+20 = \frac{11}{5}x \end{cases}$$

(3) ② を変形すると

$$y = \frac{11}{10}x - 10 \dots\dots ③$$

③ を ① に代入すると

$$x + \frac{11}{10}x - 10 = 11$$

$$\frac{21}{10}x = 21$$

$$x = 10$$

$x=10$  を ① に代入すると

$$10 + y = 11$$

$$y = 1$$

よって  $x=10, y=1$

11 [お茶の水女子大学附属]

解説

A から 100 g の食塩水を B に移した後, B の食塩水の濃度は 8.5 % になったから

$$\left(\frac{x}{100} \times 100 + \frac{y}{100} \times 500\right) \div (100+500) = \frac{8.5}{100}$$

$$\frac{x+5y}{600} = \frac{8.5}{100}$$

両辺に 600 を掛けて  $x+5y=51$  …… ①

B から 8.5 % の食塩水 200 g を A にもどした後, A の食塩水の濃度が 7 % になったから

$$\left(\frac{x}{100} \times (400-100) + \frac{8.5}{100} \times 200\right) \div (300+200) = \frac{7}{100}$$

$$\frac{3x+17}{500} = \frac{7}{100}$$

両辺に 500 を掛けて  $3x+17=35$

$$3x=18$$

$$x=6$$

これを ① に代入して  $6+5y=51$

$$5y=45$$

$$y=9$$

よって  $x=6, y=9$

12 [愛媛県]

解説

2 年生の生徒数を  $x$  人, 3 年生の生徒数を  $y$  人とする。

ボランティア活動に参加したことがある生徒の人数について

$$240 \times \frac{25}{100} + x \times \frac{30}{100} + y \times \frac{40}{100} = (240+x+y) \times \frac{32}{100}$$

3 年生は 2 年生より 15 人多いから

$$y = x + 15$$

よって, 連立方程式は  $\begin{cases} 240 \times \frac{25}{100} + x \times \frac{30}{100} + y \times \frac{40}{100} = (240+x+y) \times \frac{32}{100} & \dots\dots ① \\ y = x + 15 & \dots\dots ② \end{cases}$

① より  $240 \times 25 + 30x + 40y = 240 \times 32 + 32x + 32y$

$$-2x + 8y = 240(32-25)$$

$$-x + 4y = 840 \dots\dots ③$$

② を ③ に代入すると

$$-x + 4(x+15) = 840$$

$$3x = 780$$

$$x = 260$$

$x=260$  を ② に代入すると

$$y = 260 + 15 = 275$$

これらは問題に適している。

よって, 2 年生の生徒数は 260 人, 3 年生の生徒数は 275 人

第4章 連立方程式 レベルC

1 [慶應義塾]

解説

$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = \frac{7}{24} \dots\dots ① \\ \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y} = \frac{1}{24} \dots\dots ② \end{cases}$$

①+② より  $\frac{2}{x+y} = \frac{1}{3}$   
 $x+y=6 \dots\dots ③$

①-② より  $\frac{2}{x-y} = \frac{1}{4}$   
 $x-y=8 \dots\dots ④$

③+④ より  $2x=14$   
 $x=7$

③-④ より  $2y=-2$   
 $y=-1$

よって  $x=7, y=-1$

2

解説

(1) R, Q間の距離は,  $x-(y+3)=x-y-3$  より  $(x-y-3)$  km

よって, AとBが1回目に会おうまでにAが歩く距離は,  $x+(x-y-3)=2x-y-3$  より  $(2x-y-3)$  km

一方, AとBが1回目に会おうまでにBが歩く距離は  $(y+3)$  km

よって  $\frac{2x-y-3}{5} = \frac{y+3}{4} \dots\dots ①$

AとBが2回目に会おうまでにAが歩く距離は  $(2x+y)$  km

AとBが2回目に会おうまでにBが歩く距離は  $(2x-y)$  km

よって  $\frac{2x+y}{5} = \frac{2x-y}{4} \dots\dots ②$

①, ②より, 求める連立方程式は

$$\begin{cases} \frac{2x-y-3}{5} = \frac{y+3}{4} \\ \frac{2x+y}{5} = \frac{2x-y}{4} \end{cases}$$

(2) ①×20 より  $4(2x-y-3)=5(y+3)$   
 $8x-9y=27 \dots\dots ③$

②×20 より  $4(2x+y)=5(2x-y)$   
 $-2x+9y=0 \dots\dots ④$

③, ④を連立方程式として解くと  $x=\frac{9}{2}, y=1$

これらは問題に適している。 答 P, Q間  $\frac{9}{2}$  km; P, S間 1 km

3

解説

電車の速さを時速  $x$  km, 2台の電車の間隔を  $y$  km とおくと

$$\begin{cases} x \times \frac{15}{60} = y + 9 \times \frac{15}{60} \dots\dots ① \\ y = 9 \times \frac{9}{60} + x \times \frac{9}{60} \dots\dots ② \end{cases}$$

②を①に代入すると

$$\frac{15}{60}x = 9 \times \frac{9}{60} + x \times \frac{9}{60} + 9 \times \frac{15}{60}$$

両辺を60倍すると  $15x = 81 + 9x + 135$   
 $6x = 216$   
 $x = 36$

なお,  $x=36$ を②に代入すると  $y = \frac{81}{60} + \frac{324}{60} = \frac{405}{60} = \frac{27}{4}$

これらは問題に適している。 答 時速 36 km

4 [成蹊]

解説

(1) 27年度の卒業生は  $x$  人であるから, 28年度の入学生は  $1.1x$  人である。

28年度の入学生は男子  $y$  人, 女子  $(y-42)$  人であるから

$$y + (y-42) = 1.1x \dots\dots ①$$

28年度の全校生徒は  $(960-x+1.1x)$  人であるから, 28年度の男子生徒数について

$$(960-x+1.1x) \times \frac{60}{100} = 576 - \frac{56}{100}x + y \dots\dots ②$$

(2) ①から  $2y - 1.1x = 42 \dots\dots ③$

②×100  $60(960+0.1x) = 57600 - 56x + 100y$

$$56x + 6x - 100y = 57600 - 57600$$

$$62x - 100y = 0$$

$$50y = 31x \dots\dots ④$$

③×25  $50y - 27.5x = 1050 \dots\dots ⑤$

⑤に④を代入すると

$$3.5x = 1050$$

$$x = 300$$

$x=300$ を④に代入すると

$$50y = 31 \times 300$$

$$50y = 9300$$

$$y = 186$$

よって  $x=300, y=186$

5 [日本大学習志野]

解説

2つの容器から食塩水を取り出し, 移したあとの容器Aの食塩水に含まれる食塩の量について

$$(800-x) \times \frac{10}{100} + y \times \frac{5}{100} = (800-x+y) \times \frac{7}{100}$$

整理すると

$$8000 - 10x + 5y = 5600 - 7x + 7y$$

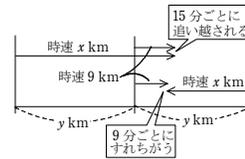
$$3x + 2y = 2400 \dots\dots ①$$

また, 容器Bの食塩水に含まれる食塩の量について

$$(500-y) \times \frac{5}{100} + x \times \frac{10}{100} = (500-y+x) \times \frac{9}{100}$$

整理すると

$$2500 - 5y + 10x = 4500 - 9y + 9x$$



$$\begin{aligned} x+4y &= 2000 \dots\dots ② \\ ① \times 2 & \quad 6x+4y=4800 \\ ② & \quad -) \quad x+4y=2000 \\ & \quad \quad \quad 5x = 2800 \\ & \quad \quad \quad x=560 \end{aligned}$$

$x=560$ を②に代入すると

$$560+4y=2000$$

$$y=360$$

$x=560, y=360$ は問題に適している。

よって  $x=560, y=360$

6 [立命館]

解説

A地点からB地点へ行くときの上り坂を  $a$  km, 下り坂を  $b$  km とする。

復路の方が時間がかかっているから  $a < b$

かかった時間の差について

$$\left(\frac{a}{5} + \frac{b}{4}\right) - \left(\frac{a}{4} + \frac{b}{5}\right) = \frac{119-116}{60}$$

両辺に20をかけると

$$(4a+5b)-(5a+4b)=1$$

$$-a+b=1 \dots\dots ①$$

往路にかかった時間について

$$\frac{9-(a+b)}{4.8} + \frac{a}{4} + \frac{b}{5} = \frac{116}{60}$$

両辺に120をかけると

$$225 - 25a - 25b + 30a + 24b = 232$$

$$5a - b = 7 \dots\dots ②$$

①+②より  $4a=8$

$$a=2$$

$a=2$ を①に代入すると  $-2+b=1$

$$b=3$$

よって, 上り坂と下り坂を合わせると  $2+3=5$  (km)

したがって, 往復する間には  $5 \times 2 = 10$  (km)

## 7 [市川]

解説

(1) 今のあめ1個の値段を  $x$  円とすると、今のガム1個の値段は  $1.5x$  円と表される。

よって  $(a-1)x + (b-4) \times 1.5x = 500 - 20$  …… ①

$(a-3)x + (b-2) \times 1.5x = 500 + 10$  …… ②

①より  $ax + 1.5bx - 7x = 480$  …… ③

②より  $ax + 1.5bx - 6x = 510$  …… ④

③-④より  $-x = -30$

$x = 30$

(2) 今のあめ1個の値段は30円、ガム1個の値段は  $30 \times 1.5 = 45$  (円)であるから、

中学1年生の頃のあめ1個の値段は  $30 \div 1.2 = 25$  (円)

ガム1個の値段は  $45 \div 1.5 = 30$  (円)

このとき  $25a + 30b = 500$  …… ⑤

③から  $30a + 45b - 210 = 480$

$30a + 45b = 690$  …… ⑥

⑤より  $5a + 6b = 100$  …… ⑦

⑥より  $2a + 3b = 46$  …… ⑧

⑦

⑧  $\times 2$

$$\begin{array}{r} 5a + 6b = 100 \\ -) 4a + 6b = 92 \\ \hline a = 8 \end{array}$$

 $a = 8$  を ⑧ に代入すると

$2 \times 8 + 3b = 46$

$3b = 46 - 16$

$b = 10$