

第6章 比例・反比例 例題

1

解説

(ア) 年齢 x 歳が1つ決まっても、体重 y kg はただ1つに決まらない。
よって、 y は x の関数ではない。

(イ) 半径 x cm が1つ決まると、円の面積 y cm² はただ1つに決まる。
よって、 y は x の関数である。

(ウ) 縦の長さ x cm が1つ決まっても、長方形の面積 y cm² はただ1つに決まらない。
よって、 y は x の関数ではない。

したがって、 y は x の関数であるといえるものは (イ)

2

解説

(1) 距離は、(速さ)×(時間)で求められるから $y=200 \times x$
よって $y=200x$

(2) この人が B 地点に着くのは、 $1800 \div 200=9$ より、出発してから9分後である。
よって、 x の変域は $0 \leq x \leq 9$

3

解説

(1) $y=x \times 8 \times \frac{1}{2}$ すなわち $y=4x$ と表されるから、 y は x に比例する。

(2) $y=100x+80 \times 2$ すなわち $y=100x+160$ と表されるから、 y は x に比例も反比例もしない。

(3) $y=\frac{1500}{x}$ と表されるから、 y は x に反比例する。

(4) $y=\frac{1}{2} \times (10-2x)$ すなわち $y=-x+5$ と表されるから、 y は x に比例も反比例もしない。

4

解説

(1) y は x に比例するから、比例定数を a とすると、 $y=ax$ と表すことができる。
 $x=-3$ のとき $y=-6$ であるから

$$-6 = a \times (-3)$$

$$a = 2$$

$$\text{よって } y = 2x$$

(2) $y=2x$ に、 $x=4$ を代入すると
 $y=2 \times 4=8$

(3) $y=2x$ に、 $y=-10$ を代入すると
 $-10=2x$

$$\text{よって } x = -5$$

5

解説

(1) ① y は x に反比例するから、比例定数を a とすると、 $y=\frac{a}{x}$ と表すことができる。

$x=4$ のとき $y=3$ であるから

$$3 = \frac{a}{4}$$

$$a = 12$$

$$\text{よって } y = \frac{12}{x}$$

② $y=\frac{12}{x}$ に $x=2$ を代入すると $y=\frac{12}{2}=6$

(2) ① y は x に反比例するから、比例定数を a とすると、 $y=\frac{a}{x}$ と表すことができる。

$x=-9$ のとき $y=2$ であるから

$$2 = \frac{a}{-9}$$

$$a = -18$$

$$\text{よって } y = -\frac{18}{x}$$

② $y=-\frac{18}{x}$ に $y=-12$ を代入すると $-12 = -\frac{18}{x}$

$$-12x = -18$$

$$\text{よって } x = \frac{3}{2}$$

6

解説

(1) 点 A の座標は (2, 2)

(2) 点 B の座標は (-5, 4)

(3) 点 C の座標は (-2, -3)

(4) 点 D の座標は (0, 3)

(5) 点 E の座標は (4, -4)

(6) 点 F の座標は (-3, 0)

7

解説

(1) 点 (-3, 5) と x 軸に関して対称な点の座標は (-3, -5)

(2) 点 (-3, 5) と y 軸に関して対称な点の座標は (3, 5)

(3) 点 (-3, 5) と原点に関して対称な点の座標は (3, -5)

8

解説

2点 A(1, 2), B(3, 6) を結ぶ線分 AB の中点について、

$$\text{その } x \text{ 座標は } \frac{1+3}{2}=2, \quad y \text{ 座標は } \frac{2+6}{2}=4$$

よって、求める座標は (2, 4) 圏

9

解説

(1) $y=2x$ は、 $x=1$ のとき $y=2$ となるから、グラフは、原点と点(1, 2)を通る直線になる。

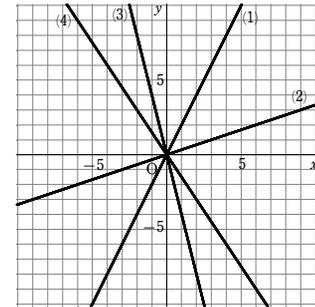
(2) $y=\frac{1}{3}x$ は、 $x=3$ のとき $y=1$ となるから、グラフは、原点と点(3, 1)を通る直線になる。

(3) $y=-4x$ は、 $x=1$ のとき $y=-4$ となるから、グラフは、原点と点(1, -4)を通る直線になる。

(4) $y=-\frac{3}{2}x$ は、 $x=2$ のとき $y=-3$ となるから、グラフは、原点と点(2, -3)を通る直線になる。

る直線になる。

よって、(1)～(4)のグラフは、下の図のようになる。



10

解説

$y=-2x$ は、

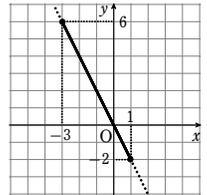
$x=-3$ のとき

$$y = -2 \times (-3) = 6$$

$x=1$ のとき

$$y = -2 \times 1 = -2$$

よって、グラフは右の図の実線部分で、値域は $-2 \leq y \leq 6$



11

解説

比例の式を $y=ax$ とおく。

直線(1)は点(1, 3)を通るから

$$3 = a \times 1$$

$$a = 3$$

よって $y=3x$

直線(2)は点(1, -2)を通るから

$$-2 = a \times 1$$

$$a = -2$$

よって $y=-2x$

直線(3)は点(3, -2)を通るから

$$-2 = a \times 3$$

$$a = -\frac{2}{3}$$

よって $y=-\frac{2}{3}x$

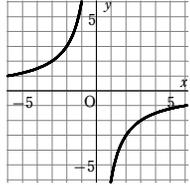
12

解説

反比例 $y = -\frac{6}{x}$ について、対応する x と y の値の表は次のようになる。

x	...	-6	-3	-2	-1	0	1	2	3	6	...
y	...	1	2	3	6	×	-6	-3	-2	-1	...

よって、グラフは下の図のようになる。



13

解説

点 A は、比例 $y = 2x$ のグラフ上の点であるから、A の y 座標は、 $y = 2x$ に $x = 2$ を代入して $y = 2 \times 2 = 4$ よって、A の座標は (2, 4)

A は、反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上の点でもあるから、 $y = \frac{a}{x}$ に $x = 2$, $y = 4$ を代入すると $4 = \frac{a}{2}$ これを解くと $a = 8$ 図

14

解説

(1) 点 A は、反比例 $y = -\frac{3}{x}$ のグラフ上の点であるから、A の y 座標は、 $y = -\frac{3}{x}$ に $x = -3$ を代入して $y = -\frac{3}{-3} = 1$ よって、A の座標は (-3, 1)

A は、比例 $y = ax$ のグラフ上の点でもあるから、 $y = ax$ に $x = -3$, $y = 1$ を代入すると $1 = a \times (-3)$ したがって $a = -\frac{1}{3}$

(2) 点 B は、点 A と原点に関して対称であるから、その座標は (3, -1)

15

解説

$\triangle OAB$ の底辺を OB としたときの高さを h とすると、 h は点 A の y 座標である。
 $\triangle OAB$ の面積について

$$\frac{1}{2} \times 6 \times h = 12$$

これを解くと $h = 4$

A は、 $y = \frac{8}{x}$ のグラフ上の点で、 y 座標が 4 であるから

$$4 = \frac{8}{x}$$

これを解くと $x = 2$

よって、A の座標は (2, 4) 図

1

解説

- ① x の値が 1 つ決まっても y の値はただ 1 つに決まらないので、 y は x の関数ではない。
 ② x の値が 1 つ決まると y の値もただ 1 つ決まるので、 y は x の関数である。
 ③ x の値が 1 つ決まると y の値もただ 1 つ決まるので、 y は x の関数である。
 ④ x の値が 1 つ決まっても y の値はただ 1 つに決まらないので、 y は x の関数ではない。

(例) 絶対値が 2 となる数は -2 と 2 がある。

よって ②, ③

2

解説

- (1) ① $y = 40 - 4x$ ② $0 \leq x \leq 10$
 (2) ① $y = 20 - 0.5x$ ② $0 \leq x \leq 40$

3

解説

- (1) y を x の式で表すと

$$y = \frac{1}{2} \times 6 \times x$$

$$y = 3x$$

よって、 y は x に比例する。

- (2) y を x の式で表すと

$$y = \frac{30}{x}$$

よって、 y は x に反比例する。

- (3) y を x の式で表すと

$$y = 200 - x \times 2$$

$$y = -2x + 200$$

よって、 y は x に比例も反比例もしない。

4

解説

- (1) y は x に比例するから、比例定数を a とすると、 $y = ax$ と表すことができる。
 $x = 12$ のとき $y = 18$ であるから

$$18 = a \times 12$$

$$a = \frac{3}{2}$$

よって $y = \frac{3}{2}x$

- (2) $y = \frac{3}{2}x$ に $x = -8$ を代入すると

$$y = \frac{3}{2} \times (-8)$$

$$= -12$$

- (3) $y = \frac{3}{2}x$ に $y = 9$ を代入すると

$$9 = \frac{3}{2}x$$

$$x = 6$$

5

解説

- (1) ① 比例定数を a とすると $y = \frac{a}{x}$ とおける。

$$x = 6 \text{ のとき } y = 8 \text{ であるから } 8 = \frac{a}{6} \text{ すなわち } a = 48$$

$$\text{よって } y = \frac{48}{x}$$

② $y = \frac{48}{x}$ に、 $x = 3$ を代入すると $y = \frac{48}{3} = 16$

- (2) ① 比例定数を a とすると $y = \frac{a}{x}$ とおける。

$$x = -5 \text{ のとき } y = 6 \text{ であるから } 6 = \frac{a}{-5} \text{ すなわち } a = -30$$

$$\text{よって } y = -\frac{30}{x}$$

② $y = -\frac{30}{x}$ に、 $x = 15$ を代入すると $y = -\frac{30}{15} = -2$

- (3) ① 比例定数を a とすると $y = \frac{a}{x}$ とおける。

$$x = -6 \text{ のとき } y = -2 \text{ であるから } -2 = \frac{a}{-6} \text{ すなわち } a = 12$$

$$\text{よって } y = \frac{12}{x}$$

② $y = \frac{12}{x}$ に、 $y = 3$ を代入すると $3 = \frac{12}{x}$

$$\text{よって } 3x = 12$$

$$\text{したがって } x = 4$$

- (4) ① 比例定数を a とすると $y = \frac{a}{x}$ とおける。

$$x = -9 \text{ のとき } y = 2 \text{ であるから } 2 = \frac{a}{-9} \text{ すなわち } a = -18$$

$$\text{よって } y = -\frac{18}{x}$$

② $y = -\frac{18}{x}$ に、 $y = -12$ を代入すると $-12 = -\frac{18}{x}$

$$\text{よって } -12x = -18$$

$$\text{したがって } x = \frac{3}{2}$$

6

解説

- (1) ③, ② (2) (-5, 5) (3) (-2, -3) (4) (0, -2)

- (5) (4, -3) (6) (-3, 0) (7) (0, 4) (8) (-4, 3)

7

解説

- (1) ① (3, -4) ② (-3, 4) ③ (-3, -4)

- (2) ① (5, 3) ② (-5, -3) ③ (-5, 3)

- (3) ① (-6, 4) ② (6, -4) ③ (6, 4)

- (4) ① (a, -2a) ② (-a, 2a) ③ (-a, -2a)

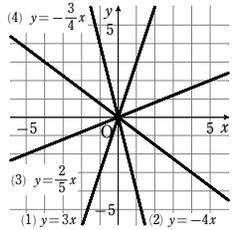
8

解説

- (1) $\left(\frac{3+5}{2}, \frac{6+10}{2}\right)$ よって (4, 8)
 (2) $\left(\frac{(-5)+9}{2}, \frac{4+(-6)}{2}\right)$ よって (2, -1)
 (3) $\left(\frac{4+(-6)}{2}, \frac{5+8}{2}\right)$ よって $\left(-1, \frac{13}{2}\right)$
 (4) $\left(\frac{(-3)+(-4)}{2}, \frac{(-6)+(-3)}{2}\right)$ よって $\left(-\frac{7}{2}, -\frac{9}{2}\right)$

9

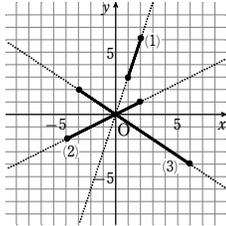
解説



10

解説

- (1) $y=3x$ は、 $x=1$ のとき $y=3 \times 1=3$
 $x=2$ のとき $y=3 \times 2=6$
 よって、グラフは図のようになり、値域は $3 \leq y \leq 6$
- (2) $y=\frac{1}{2}x$ は、
 $x=-4$ のとき $y=\frac{1}{2} \times (-4)=-2$
 $x=2$ のとき $y=\frac{1}{2} \times 2=1$
 よって、グラフは図のようになり、値域は $-2 \leq y \leq 1$
- (3) $y=-\frac{2}{3}x$ は、 $x=-3$ のとき $y=-\frac{2}{3} \times (-3)=2$
 $x=6$ のとき $y=-\frac{2}{3} \times 6=-4$
 よって、グラフは図のようになり、値域は $-4 \leq y \leq 2$



② 比例の式を $y=ax$ とおく。

直線②は点(2, -1)を通るから
 $-1=a \times 2$
 $a=-\frac{1}{2}$

したがって $y=-\frac{1}{2}x$

③ 比例の式を $y=ax$ とおく。

直線③は点(1, -3)を通るから
 $-3=a \times 1$
 $a=-3$

したがって $y=-3x$

④ 比例の式を $y=ax$ とおく。

直線④は点(3, 2)を通るから
 $2=a \times 3$
 $a=\frac{2}{3}$

したがって $y=\frac{2}{3}x$

12

解説

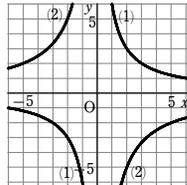
(1) 反比例 $y=\frac{6}{x}$ について、対応する x と y の値の表は次のようになる。

x	...	-6	-3	-2	-1	0	1	2	3	6	...
y	...	-1	-2	-3	-6	×	6	3	2	1	...

(2) 反比例 $y=-\frac{10}{x}$ について、対応する x と y の値の表は次のようになる。

x	...	-5	-2	-1	0	1	2	5	...
y	...	2	5	10	×	-10	-5	-2	...

よって、グラフは下の図のようになる。



13

解説

点Aのy座標は、 $y=-\frac{2}{3}x$ に $x=6$ を代入すると $y=-\frac{2}{3} \times 6=-4$

よって、点Aの座標は (6, -4)

点Aは、反比例 $y=\frac{a}{x}$ のグラフ上の点でもあるから、

$y=\frac{a}{x}$ に $x=6$, $y=-4$ を代入すると $-4=\frac{a}{6}$

したがって $a=-24$

14

解説

(1) 点Aのy座標は、 $y=-\frac{8}{x}$ に $x=-4$ を代入して $y=-\frac{8}{-4}=2$

よって、点Aの座標は (-4, 2)

点Aは、比例 $y=ax$ のグラフ上の点でもあるから、 $y=ax$ に $x=-4$, $y=2$ を代入すると $2=a \times (-4)$

したがって $a=-\frac{1}{2}$ 圈

(2) 点Bは、原点に関して点A(-4, 2)と対称であるから、その座標は (4, -2) 圈

15

解説

(1) $\triangle OAB$ の底辺をOBとしたときの高さを h とすると、 h は点Aのy座標である。
 $\triangle OAB$ の面積について

$$\frac{1}{2} \times 5 \times h = 10$$

これを解くと $h=4$

よって、Aの座標は (3, 4)

(2) Aは、 $y=\frac{a}{x}$ のグラフ上の点であるから、 $y=\frac{a}{x}$ に $x=3$, $y=4$ を代入すると

$$4 = \frac{a}{3}$$

よって $a=12$

第6章 比例・反比例 レベルA

1 [青森県]

解説

ア $x=2$ のとき $y = \frac{12}{2} = 6$

$x=3$ のとき $y = \frac{12}{3} = 4$

よって、 $2 \leq x \leq 3$ のとき、 $4 \leq y \leq 6$ である。

イ グラフは原点について対称である。

ウ $x=-3$ を $y = \frac{12}{x}$ に代入すると

$$y = \frac{12}{-3} = -4$$

よって、グラフは点 $(-3, 4)$ は通らない。

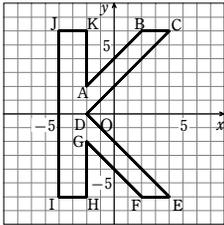
エ $x \times y = 12$

よって $y = \frac{12}{x}$

したがって、正しいものは ア、エ

2

解説



3

解説

右の図のような長方形 DEBF の面積から、3つの三角形 AEB, BFC, CDA の面積をひいて求める。

このとき $EB = 4 - (-2) = 6$ (cm)

$BF = 8 - (-2) = 10$ (cm)

であるから、 $\triangle ABC$ の面積は

$$6 \times 10 - \frac{1}{2} \times 3 \times 6 - \frac{1}{2} \times 3 \times 10 - \frac{1}{2} \times 3 \times 7$$

$$= 60 - 9 - 15 - \frac{21}{2}$$

$$= \frac{51}{2} = 25.5 \text{ (cm}^2\text{)}$$

4

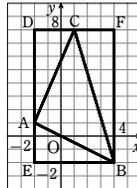
解説

(1) ○, 比例定数は -2

(2) ○, 比例定数は 10

(3) $3x - y = 6$ を y について解くと $y = 3x - 6$

よって、 y は x に比例しないから ×



(4) $y = \frac{x}{5}$ は $y = \frac{1}{5}x$ であるから ○, 比例定数は $\frac{1}{5}$

(5) ×

(6) $\frac{y}{x} = 0.6$ を y について解くと $y = 0.6x$

よって ○, 比例定数は 0.6

5

解説

比例 $y = ax$ では、比例定数 a の絶対値が大きいほどグラフの傾きは急になる。

③

6

解説

三角形 OAB の底辺を OB としたときの高さを h とすると、 h は点 A の x 座標である。

三角形 OAB の面積について

$$\frac{1}{2} \times 5 \times h = 15$$

これを解いて $h = 6$

点 A は、 $y = 3x$ のグラフ上の点で、 x 座標が 6 であるから

$$y = 3 \times 6$$

$$y = 18$$

よって、点 A の座標は $(6, 18)$

7 [城西大学附属川越]

解説

(1) $x = -4$ を $y = \frac{3}{2}x$ に代入すると

$$y = \frac{3}{2} \times (-4) = -6$$

よって、点 P の座標は $(-4, -6)$

$x = -4$, $y = -6$ を $y = \frac{a}{x}$ に代入すると

$$-6 = \frac{a}{-4}$$

したがって $a = 24$

(2) $y = \frac{24}{x}$ 上の求める点の座標は

$(1, 24), (2, 12), (3, 8), (4, 6),$

$(6, 4), (8, 3), (12, 2), (24, 1)$

よって 8 個

8

解説

$\triangle OAB$ の底辺を OB としたときの高さを h とすると、 h は点 A の x 座標である。

$\triangle OAB$ の面積について $\frac{1}{2} \times 9 \times h = 15$

これを解くと $h = \frac{10}{3}$

点 A は、 $y = \frac{20}{x}$ のグラフ上の点で、 x 座標が $\frac{10}{3}$ であるから

$$y = 20 \div \frac{10}{3} = 20 \times \frac{3}{10} = 6$$

よって、点 A の座標は $(\frac{10}{3}, 6)$

9

解説

(1) 点 A は、比例 $y = 2x$ のグラフ上の点であるから、 $y = 2x$ に $x = 2$ を代入して、

$$y = 2 \times 2 = 4$$

よって、点 A の座標は $(2, 4)$

点 A は反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上の点でもあるから、 $y = \frac{a}{x}$ に $x = 2$, $y = 4$ を代入して

$$4 = \frac{a}{2}$$

$$a = 8$$

(2) 三角形 OBC の底辺を OC としたときの高さを h とすると、 h は点 B の y 座標である。

三角形 OBC の面積について

$$\frac{1}{2} \times 6 \times h = 6$$

$$h = 2$$

点 B は、 $y = \frac{8}{x}$ のグラフ上の点で、 y 座標が 2 であるから

$$2 = \frac{8}{x}$$

$$x = 4$$

よって、点 B の座標は $(4, 2)$

10

解説

(1) 点 B の x 座標を t とすると、点 B の y 座標は $\frac{24}{t}$ となる。

よって、AB の長さは t , BC の長さは $\frac{24}{t}$

したがって、長方形 OABC の面積は $t \times \frac{24}{t} = 24$

☐ 24 cm^2

(2) 点 B の x 座標は、点 C の x 座標と等しいから 6 となる。

よって、点 B の y 座標は $\frac{24}{6} = 4$

点 A の y 座標は、点 B の y 座標と等しい。

したがって、点 A の座標は $(0, 4)$

(3) 長方形 OABC の面積は 24 cm^2 であるから $OC \times OA = 24$

よって $OC = \frac{24}{OA} = \frac{24}{3} = 8$

☐ 8 cm

11

解説

(1) 点Pのx座標をtとする。

点Pは反比例 $y = \frac{18}{x}$ のグラフ上にあるから、そのy座標は $\frac{18}{t}$ と表され

$$OH = t, PH = \frac{18}{t}$$

このとき、△OHPの面積は $\frac{1}{2} \times OH \times PH = \frac{1}{2} \times t \times \frac{18}{t} = 9$ 図 9 cm²

(2) $y = \frac{18}{x}$ に $x=5$ を代入すると $y = \frac{18}{5}$

よって、点Pの座標は $(5, \frac{18}{5})$

点Pは、比例 $y = ax$ のグラフ上の点でもあるから、

$$y = ax \text{ に } x=5, y = \frac{18}{5} \text{ を代入すると } \frac{18}{5} = a \times 5$$

よって $a = \frac{18}{25}$ これは問題に適合している。

1

解説

(1) 移動し始めてからx秒後の、2つの折り紙の重なる部分の図形は、縦が20 cm、横がx cmの長方形である。

$$\text{その面積は } 20 \times x = 20x \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{よって } y = 20x \text{ 図}$$

(2) 小さい方の折り紙が全部重なるのは20秒後であるから、xの変域は

$$0 \leq x \leq 20 \text{ 図}$$

$$y \text{ の変域は } 0 \leq y \leq 400 \text{ 図}$$

(3) (1)で求めた式において、xの値を決めるとyの値がただ1つに決まる。

よって、yはxの関数であるといえる。 図

2

解説

(1) 2点A、Bがx軸に関して対称であるとき、x座標は等しく、y座標の符号は反対であるから

$$a - 1 = 2a + 1 \quad \dots\dots \text{①}$$

$$2b = -8 \quad \dots\dots \text{②}$$

①、②から $a = -2, b = -4$

(2) Aを左へ2、上へ4だけ移動した点の座標は $(a-2, 2b+4)$

すなわち $(a-3, 2b+4)$

この点がBに重なるとき

$$a - 3 = 2a + 1 \quad \dots\dots \text{①}$$

$$2b + 4 = 8 \quad \dots\dots \text{②}$$

①、②から $a = -4, b = 2$

3 [お茶の水女子大学附属]

解説

A(1, 2), B(2, 3)とy軸に関して対称な点

A', B'は

$$A'(-1, 2), B'(-2, 3)$$

よって、関数 $y = ax$ が線分A'B'と交点をもつとき $a < 0$

したがって、 $y = ax$ は点B'を通るとき、aは最大値をとる。このとき

$$3 = a \times (-2)$$

$$a = -\frac{3}{2}$$

$$\text{ゆえに、} a \text{ の最大値は } -\frac{3}{2}$$

4 [桃山学院]

解説

x, yの変域から、 $x=2$ のとき $y=b, x=a$ のとき $y=\frac{1}{2}$ であることがわかる。

$$x=2, y=b \text{ を } y = \frac{6}{x} \text{ に代入すると}$$

$$b = \frac{6}{2}$$

$$\text{よって } b=3$$

$$x=a, y=\frac{1}{2} \text{ を } y = \frac{6}{x} \text{ に代入すると}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{6}{a}$$

$$\text{よって } a=12$$

$$\text{したがって } a=12, b=3$$

5

解説

x座標が-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4の点はそれぞれ

5個, 7個, 9個, 9個, 9個, 9個, 7個, 5個である。

よって、求める点の個数は $5+7+9+9+9+9+7+5=69$ 個である。

6

解説

①A君が1の目を出したとき

B君は1, 2, 3のいずれかの目を出せばよく、そのときのPの座標はそれぞれ(1, 1), (1, 2), (1, 3)となり、3個ある。

②A君が2の目を出したとき

B君は1, 2, 3のいずれかの目を出せばよく、そのときのPの座標はそれぞれ(2, 1), (2, 2), (2, 3)となり、3個ある。

③A君が3の目を出したとき

B君は1, 2のいずれかの目を出せばよく、そのときのPの座標はそれぞれ(3, 1), (3, 2)となり、2個ある。

④A君が4の目を出したとき

B君は1の目を出せばよく、そのときのPの座標は(4, 1)となり、1個ある。

⑤A君が5の目を出したとき

B君は1の目を出せばよく、そのときのPの座標は(5, 1)となり、1個ある。

⑥A君が6の目を出したとき

B君は1の目を出せばよく、そのときのPの座標は(6, 1)となり、1個ある。

よって、求める点の個数は $3+3+2+1+1+1=11$ 個である。

7

解説

点Aは、比例 $y = 3x$ のグラフ上の点であるから、 $y = 3x$ に $y=6$ を代入すると

$$6 = 3x \quad \text{よって } x=2$$

したがって、点Aの座標は (2, 6)

点Dは点Aを右に2だけ移動した点であるから、その座標は

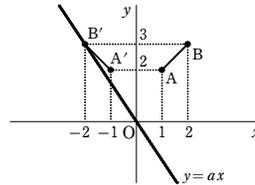
$$(2+2, 6) \quad \text{すなわち } (4, 6)$$

よって、点Cのx座標は4である。

点Cは、比例 $y = \frac{1}{3}x$ のグラフ上の点であるから、 $y = \frac{1}{3}x$ に $x=4$ を代入すると

$$y = \frac{1}{3} \times 4 = \frac{4}{3}$$

したがって、点Cの座標は $(4, \frac{4}{3})$



8

解説

点Pのx座標をtとおく。

点Pは、比例 $y=ax$ のグラフ上にあるから、 $y=ax$ に $x=t$ を代入すると

$$y=at$$

したがって、Pの座標は (t, at) と表される。

$$\triangle POA \text{ の面積は } \frac{1}{2} \times 5 \times at = \frac{5}{2} at$$

$$\triangle POB \text{ の面積は } \frac{1}{2} \times 4 \times t = 2t$$

$$\triangle POA \text{ と } \triangle POB \text{ の面積が等しいから } \frac{5}{2} at = 2t$$

$$t \neq 0 \text{ であるから、両辺を } t \text{ でわると } \frac{5}{2} a = 2$$

$$\text{よって } a = \frac{4}{5} \quad \text{これは問題に適している。}$$

参考 実は、 $y = \frac{4}{5}x$ ($x > 0$) のグラフ上のどこに点Pをとっても、 $\triangle POA$ と $\triangle POB$ の面積は常に等しい。

9

解説

(1) Pのx座標はQのx座標と同じなので、tである。

$$P \text{ は } y = \frac{3}{4}x \text{ 上の点なので、Pのy座標はこれに } x=t \text{ を代入して、} \frac{3}{4}t$$

$$\text{よって、} P\left(t, \frac{3}{4}t\right)$$

(2) (1)より、 $QP = \frac{3}{4}t$ なので、PQRSが正方形より $QR = \frac{3}{4}t$

$$\text{よって、} OR = OQ + QR = t + \frac{3}{4}t = \frac{7}{4}t$$

$$\text{これはRのx座標と等しいので } \frac{7}{4}t = 28$$

$$\text{これを解いて } t = 16$$

$$\text{よって、Sのy座標は } \frac{3}{4} \times 16 = 12 \text{ なので、} S(28, 12)$$

10

解説

(1) 点Aのx座標をtとする。

点Aは、比例 $y=2x$ のグラフ上の点であるから、 $x=t$ を $y=2x$ に代入して

$$y=2t$$

したがって、Aの座標は $(t, 2t)$

$$\text{よって } AC=t \times 2=2t, \quad AD=2t \times 2=4t$$

$$\text{長方形ACBDの周の長さが24であるから } (2t+4t) \times 2=24$$

$$t=2$$

$$\text{よって、点Aの座標は } (2, 4)$$

(2) 点Aは、反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上の点でもあるから、 $x=2, y=4$ を $y = \frac{a}{x}$ に代入

$$\text{して } 4 = \frac{a}{2}$$

$$\text{よって } a=8$$

11

解説

点Aのx座標をtとする。

点Aは、比例 $y=2x$ のグラフ上にあるから、 $y=2x$ に

$$x=t \text{ を代入して } y=2t$$

したがって、Aの座標は $(t, 2t)$ と表される。

$$\text{よって } AC=t \times 2=2t, \quad AD=2t \times 2=4t$$

長方形ACBDの周の長さが48であるから

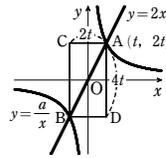
$$(2t+4t) \times 2=48$$

$$\text{これを解くと } t=4$$

$$\text{よって、点Aの座標は } (4, 8)$$

点Aは反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上の点でもあるから、 $y = \frac{a}{x}$ すなわち $xy=a$ に

$$x=4, y=8 \text{ を代入して } a=4 \times 8=32 \quad \text{答 } a=32$$



1

解説

(1) $y+a$ は $3-x$ に反比例するから、比例定数を b として $y+a = \frac{b}{3-x}$ と表される。

$$x=1 \text{ のとき } y=3 \text{ であるから } 3+a = \frac{b}{2} \quad \text{……①}$$

$$x=2 \text{ のとき } y=1 \text{ であるから } 1+a = b \quad \text{……②}$$

$$\text{①, ②を解くと } a=-5, b=-4$$

$z-5$ は x に比例するから、比例定数を c として $z-5=cx$ と表される。

$$x=4 \text{ のとき } z=-3 \text{ であるから } -8=4c$$

$$c=-2$$

$$\text{よって } z-5=-2x$$

$$z=-2x+5$$

$$x=-1 \text{ のとき } z=2+5=7$$

(2) $y-1$ は $x+1$ に比例するから、 $y-1=a(x+1)$ (a は定数、 $a \neq 0$) と表される。

$$x=1 \text{ のとき } y=5 \text{ であるから } 5-1=a(1+1)$$

$$\text{これを解くと } a=2$$

$$\text{したがって } y-1=2(x+1)$$

$$\text{整理すると } y=2x+3 \quad \text{……①}$$

z は $y-2$ に反比例するから、 $z = \frac{b}{y-2}$ (b は定数、 $b \neq 0$) と表される。

$$y=-1 \text{ のとき } z=-3 \text{ であるから } -3 = \frac{b}{-1-2}$$

$$\text{よって } b=(-3) \times (-1-2)=9$$

$$\text{したがって } z = \frac{9}{y-2} \quad \text{……②}$$

$$\text{①に } x=-3 \text{ を代入すると } y=2 \times (-3)+3=-3$$

$$\text{②に } y=-3 \text{ を代入すると } z = \frac{9}{-3-2} = -\frac{9}{5} \quad \text{答}$$

$$\text{参考 ①を②に代入すると } z = \frac{9}{2x+3-2}$$

$$\text{すなわち } z = \frac{9}{2x+1}$$

$$\text{よって、} x=-3 \text{ のとき } z = \frac{9}{-6+1} = -\frac{9}{5}$$

2

解説

y は x に比例するから $y=ax$ とおけ、 z は $x+2$ に反比例するから $z=\frac{b}{x+2}$ とおける。

$$\text{よって } z = \frac{b}{x+2} = \frac{ab}{a(x+2)} = \frac{ab}{ax+2a}$$

$$y=ax \text{ を代入して } z = \frac{ab}{y+2a}$$

$$y=1 \text{ のとき } z=2 \text{ であるから } 2 = \frac{ab}{1+2a} \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$y=3 \text{ のとき } z=1 \text{ であるから } 1 = \frac{ab}{3+2a} \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{ より } 2(1+2a) = ab \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} \text{ より } 3+2a = ab \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{4} \text{ はともに右辺が } ab \text{ であるから } 2(1+2a) = 3+2a$$

$$\text{これを解いて } a = \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{4} \text{ に代入して } 3+1 = \frac{1}{2}b$$

$$\text{これを解いて } b=8 \quad \text{よって } z = \frac{4}{y+1}$$

$$\text{これに } y=5 \text{ を代入すると } z = \frac{4}{5+1} = \frac{2}{3}$$

3 [慶應義塾]

解説

(1) 車の半径の比は

$$A : B = 12 : 6 = 2 : 1$$

$$C : D = 10 : 4 = 5 : 2$$

$$E : F = 8 : 10 = 4 : 5$$

よって、A, B, C, D, E, Fの回転数をそれぞれ a, b, c, d, e, f とすると

$$a : b = 1 : 2, \quad b = c, \quad c : d = 2 : 5, \quad d = e, \quad e : f = 5 : 4$$

$a=1$ のとき $b=2, c=2, d=5, e=5, f=4$

このとき、Pも4回転するから

$$4 \times p = 11 \times 60$$

$$\text{よって } p = 165$$

(2) Aが y 回転するとき、Fは $4y$ 回転する。

$$4y \times 150 = x \times 60$$

$$\text{よって } y = \frac{1}{10}x$$

4

解説

点Pの x 座標を t とおく。

点Pは、比例 $y = \frac{2}{3}x$ のグラフ上にあるから、Pの座標は

$$\left(t, \frac{2}{3}t\right) \text{ と表される。}$$

$$\begin{aligned} (\text{四角形 AOBP の面積}) &= \triangle AOP + \triangle POB \\ &= \frac{1}{2} \times 5 \times t + \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{2}{3}t \\ &= \frac{5}{2}t + t = \frac{7}{2}t \end{aligned}$$

四角形 AOBP の面積が21 であるとき $\frac{7}{2}t = 21$

これを解くと $t=6$ よって、点Pの座標は (6, 4)

点Pは、反比例 $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上の点でもあるから、 $y = \frac{a}{x}$ すなわち

$$xy = a \text{ に } x=6, y=4 \text{ を代入すると } a = 6 \times 4 = 24 \quad \text{答 } a = 24$$

5

解説

原点と点Aを通る直線の式は $y = \frac{4}{3}x \cdots \cdots \textcircled{1}$ 、原点と点Bを通る直線の式は

$$y = -\frac{3}{4}x \cdots \cdots \textcircled{2} \text{ である。}\textcircled{1} \text{ 上の点で } x \text{ 座標が } 19 \text{ である点の座標は } \left(19, \frac{76}{3}\right),$$

$\textcircled{2}$ 上の点で x 座標が19 である点の座標は $\left(19, -\frac{57}{4}\right)$ である。

$$\frac{76}{3} = 25.333\cdots, \quad \frac{57}{4} = 14.75 \text{ より、求める点の個数は } 25 + 14 + 1 = 40 \text{ 個}$$

6 [名古屋]

解説

(1) $y = \frac{k}{x}$ (k は正の定数) は、反比例の関係を表す式であるから、 y は x に反比例している。

(2) y が x の関係である説明として正しいものは ④

(3) $R+U = OC \times AC = xy = k$

$$U+T = OD \times BD = xy = k$$

$$\text{よって } R = T$$

$$S+U = 3 \text{ より } S = 3 - U$$

$$\begin{aligned} \text{よって } S+R &= [3 - (k - T)] + T \\ &= 3 - k + T + T \\ &= 2T - k + 3 \end{aligned}$$

7

解説

(1) 線分 CD は x 軸に平行であるから、点Fの y 座標は 3

$$y = \frac{a}{x} \text{ のグラフが、点 } F(3, 3) \text{ を通るから } 3 = \frac{a}{3} \text{ より } a = 9$$

(2) E($e, 1$), F($f, 3$)とおける。

(四角形 DAEF の面積) = $\frac{1}{3}$ (四角形 ABCD の面積) となるから

$$\frac{1}{2} \times (e+f) \times (3-1) = \frac{1}{3} \times 6 \times (3-1)$$

$$\text{よって } e+f = 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

また、点E, Fは $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上の点であるから

$$1 = \frac{a}{e} \text{ より } e = a \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$3 = \frac{a}{f} \text{ より } f = \frac{a}{3} \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2}, \textcircled{3} \text{ を } \textcircled{1} \text{ に代入して } a + \frac{a}{3} = 4$$

$$\text{これを解いて } a = 3$$

8

解説

(1) 点Fは、 $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上の点で、 x 座標が2, y 座標が6 であるから $6 = \frac{a}{2}$

$$\text{よって } a = 12$$

(2) 点Eの x 座標を s , 点Fの x 座標を t とおく。

$$\text{このとき } AE = s, DF = t$$

(四角形 DAEF の面積) = $\frac{3}{8}$ (四角形 ABCD の面積) となるから

$$\frac{1}{2}(AE + DF) \times AD = \frac{3}{8} \times AB \times AD$$

$$\text{よって } \frac{1}{2} \times (s+t) \times (6-2) = \frac{3}{8} \times 8 \times (6-2)$$

$$\text{整理すると } s+t = 6 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

また、点E, Fは $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上の点であるから

$$2 = \frac{a}{s} \text{ より } s = \frac{1}{2}a, \quad 6 = \frac{a}{t} \text{ より } t = \frac{1}{6}a$$

$$\textcircled{2} \text{ に } s = \frac{1}{2}a, t = \frac{1}{6}a \text{ を代入すると } \frac{1}{2}a + \frac{1}{6}a = 6$$

$$\text{これを解くと } a = 9$$